



1D MODELING OF THE INFLUENCE OF VELOPHARYNGEAL INSUFFICIENCY ON PHONATION OF VOWELS

V. Radolf*, T. Vampola**

Summary: *Velopharyngeal insufficiency is modeled in frequency domain by the transfer matrix method in connection with conical acoustical elements. The vocal tract is considered as a branched system with two nasal ducts. The influence of viscous losses and radiation impedance both at the level of the lips and at the level of the nostrils are considered. Configuration of the vocal tract corresponds to the vowel /a:/. The modal analysis is performed and the results are compared with those gained from 3D FEM models.*

1. Úvod

Všechny české samohlásky jsou, na rozdíl od některých souhlásek (/m:/, /n:/), při správném způsobu řeči tvořeny v dutině ústní, bez rezonance nosní dutiny (Palková, 1994). Pokud k rezonancím v nosní dutině dochází, mluvíme o tzv. nazalitě. V takovém případě se jedná o vadu řeči, která může být způsobena rozštěpem patra, nebo nedomykavostí velofaryngeálního uzávěru (Vampola et al., 2008b).

Cílem tohoto příspěvku je modelovat velofaryngeální nedostatečnost pomocí zjednodušené 1D akustické soustavy a výsledky porovnat s těmi, které byly získány pomocí 3D MKP modelů, podrobně popsány v práci Vampola et al. (2008b).

2. Matematický model

Obecný model

Akustický systém je popsán pomocí vlnové rovnice zvukovodu proměnného průřezu zahrnující vliv viskózních ztrát (Merhaut, 1971):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{c_0^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + c_0 \cdot r_N \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = 0, \quad (1)$$

kde jednotlivé veličiny mají následující význam: ϕ je rychlostní potenciál, x je podélná souřadnice zvukovodu, t je čas, S je plocha průřezu zvukovodu, c_0 je rychlost šíření zvuku ve vzduchu a r_N je specifický akustický odpor zvukovodu na jednotku délky normovaný

* Ing. Vojtěch Radolf: Institute of Thermomechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic; Dolejškova 1402/5; 182 00 Prague 8; tel.: +420.266 053 783; e-mail: radolf@it.cas.cz

** Doc. Dr. Ing. Tomáš Vampola: Department of Mechanics, Biomechanics and Mechatronics, Faculty of Mechanical Engineering, Czech Technical University in Prague; Karlovo náměstí 13, 121 35 Prague 2, tel.: +420.224 357 244; e-mail: tomas.vampola@fs.cvut.cz

vzhledem k vlnovému odporu. Pro další postup bylo odvozeno analytické řešení ve frekvenční oblasti ve tvaru přenosových matic, jak již bylo popsáno např. v práci Radolf & Vampola (2005). Celá soustava byla přitom modelována pomocí kuželových elementů. Každý takový element lze popsat maticovou rovnicí

$$\begin{bmatrix} p_{OUT} \\ W_{OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{IN} \\ W_{IN} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

kde prvky přenosové matice kuželového zvukovodu jsou (Radolf, 2010):

$$\begin{aligned} a &= \frac{\xi_0}{\xi_0 + L} \cdot \left(\cosh(\gamma L) + \frac{1}{\gamma \xi_0} \cdot \sinh(\gamma L) \right) \\ b &= -\frac{z_0(r_N + jk) \cdot \xi_0}{S_{IN} \cdot \gamma(\xi_0 + L)} \cdot \sinh(\gamma L) \\ c &= S_{OUT} \cdot \frac{(1 - \gamma^2 \xi_0(\xi_0 + L)) \cdot \sinh(\gamma L) - \gamma L \cdot \cosh(\gamma L)}{\gamma(\xi_0 + L)^2 \cdot z_0(r_N + jk)} \\ d &= \frac{S_{OUT}}{S_{IN}} \frac{\xi_0}{\xi_0 + L} \cdot \left(\cosh(\gamma L) - \frac{1}{\gamma(\xi_0 + L)} \cdot \sinh(\gamma L) \right). \end{aligned}$$

V těchto vztazích značí L délku kuželového elementu, S_{IN} resp. S_{OUT} plochu průřezu na vstupu resp. na výstupu zvukovodu, γ je komplexní exponent v řešení vlnové rovnice, pro který platí

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad \alpha = \frac{r_N}{\sqrt{2 + 2 \cdot \sqrt{1 + (r_N/k)^2}}}, \quad \beta = \frac{k}{2} \cdot \sqrt{2 + 2 \cdot \sqrt{1 + (r_N/k)^2}}. \quad (3)$$

Vlnové číslo k je poměr úhlové frekvence harmonického signálu ω a rychlosti zvuku c_0 , j je imaginární jednotka: $j = \sqrt{-1}$. Koeficient charakterizující geometrii zvukovodu je definován pomocí vstupního resp. výstupního poloměru R_{IN} resp. R_{OUT}

$$\xi_0 = \frac{R_{IN}}{R_{OUT} - R_{IN}} \cdot L. \quad (4)$$

Na výstupu uvažujeme model akustické vyzařovací impedance pístově kmitající kruhové desky (membrány) o poloměru R [m] umístěné v nekonečné stěně (Škvor, 2001)

$$Z_{A \text{ rad}} = \frac{c_0 \rho_0}{\pi R^2} \cdot \left[1 - \frac{J_1(2kR)}{kR} + j \frac{H_1(2kR)}{kR} \right], \quad (5)$$

kde J_1 je Besselova funkce prvního řádu a H_1 je Struveho funkce prvního řádu.

Dále předpokládáme frekvenčně závislé viskózní ztráty (Škvor, 2001)

$$r_N = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{2k\mu}{c_0 \rho_0}}, \quad (6)$$

kde μ je dynamická viskozita vzduchu.

Rozvětvená soustava

Při modelování rozvětveného modelu platí pro každý úsek poměry popsané přenosovou maticí (2). Pro každý uzel, v němž je spojeno několik úseků, podle Merhauta (1971) platí, že součet objemových rychlostí přitékajících do tohoto uzlového bodu je nulový. Zároveň musí platit, že akustický tlak je v místě propojení všech úseků – v uzlovém bodě – stejný.

První úsek modeluje část traktu od hlasivek až k uzlu v místě velofaryngeálního uzávěru, kde dochází k rozvětvení do dutiny ústní a obou nosních kanálů. Tento úsek je popsán soustavou rovnic

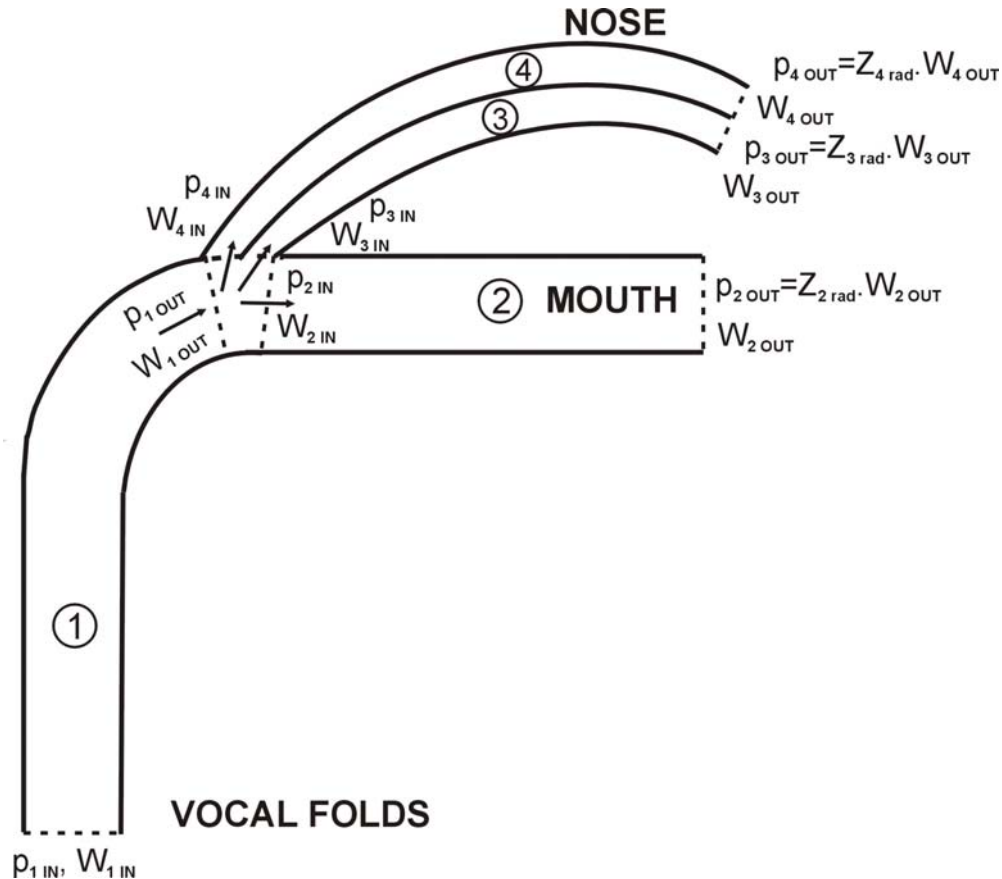
$$\begin{bmatrix} p_{1\text{ OUT}} \\ W_{1\text{ OUT}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1\text{ IN}} \\ W_{1\text{ IN}} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

V uzlu vzhledem ke směru rychlostí zavedených ve schématu (šipky v uzlu na Obr.1) platí

$$W_{1\text{ OUT}} - W_{2\text{ IN}} - W_{3\text{ IN}} - W_{4\text{ IN}} = 0. \quad (8)$$

V tomto uzlu zároveň platí rovnost tlaků propojených úseků

$$p_{1\text{ OUT}} = p_{2\text{ IN}} = p_{3\text{ IN}} = p_{4\text{ IN}}. \quad (9)$$



Obr.1 Schema rozvětveného modelu vokálního traktu se dvěma kanály nosního traktu.

Na konci úseku 2 (v úrovni rtů) uvažujeme akustickou vyzařovací impedanci $Z_{2\text{ rad}}$, obdobně na konci větví 3 a 4 (nosní otvory) uvažujeme akustickou vyzařovací impedanci $Z_{3\text{ rad}}$ a $Z_{4\text{ rad}}$:

$$p_{2\,OUT} = Z_{2\,rad} \cdot W_{2\,OUT} \ , \quad p_{3\,OUT} = Z_{3\,rad} \cdot W_{3\,OUT} \ , \quad p_{4\,OUT} = Z_{4\,rad} \cdot W_{4\,OUT} \ .$$

Úseky 2, 3 a 4 jsou potom popsány vztahy

$$\begin{bmatrix} Z_{2\,rad} \cdot W_{2\,OUT} \\ W_{2\,OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1\,OUT} \\ W_{2\,IN} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{3\,rad} \cdot W_{3\,OUT} \\ W_{3\,OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_3 & b_3 \\ c_3 & d_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1\,OUT} \\ W_{3\,IN} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{4\,rad} \cdot W_{4\,OUT} \\ W_{4\,OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_4 & b_4 \\ c_4 & d_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1\,OUT} \\ W_{4\,IN} \end{bmatrix} \ . \quad (12)$$

Poznamenejme, že každý úsek lze samozřejmě rozdělit na libovolný počet kratších úseků a model tak zpřesňovat. Skutečné rozdělení modelu je znázorněno na Obr.2.

Vynucené kmity

V případě vynucených kmitů předpokládáme známé buzení objemovou rychlostí, to znamená, že je dáno $W_{1\,IN}$. Ve vztazích (7) až (12) je zahrnuto 9 rovnic, které lze přepsat do soustavy

$$\begin{bmatrix} a_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & b_2 & -Z_{2\,rad} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & d_2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & 0 & 0 & 0 & b_3 & -Z_{3\,rad} & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 & d_3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_4 & -Z_{4\,rad} \\ 0 & c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_4 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1\,IN} \\ p_{1\,OUT} \\ W_{1\,OUT} \\ W_{2\,IN} \\ W_{2\,OUT} \\ W_{3\,IN} \\ W_{3\,OUT} \\ W_{4\,IN} \\ W_{4\,OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 \cdot W_{1\,IN} \\ -d_1 \cdot W_{1\,IN} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \ , \quad (13)$$

přičemž jsme eliminovali tlaky v uzlu pomocí rovnice (9) na jedinou neznámou $p_{1\,OUT}$. Soustavu zapíšeme ve formálním tvaru

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \ . \quad (14)$$

Vyřešením této soustavy rovnic a s přihlédnutím k rovnici (9) získáme hodnoty akustického tlaku a objemové rychlosti na vstupu i výstupu každého úseku, ze kterých můžeme snadno dopočítat hodnoty v libovolném místě (definovaném řezu) daného úseku.

Vlastní kmity

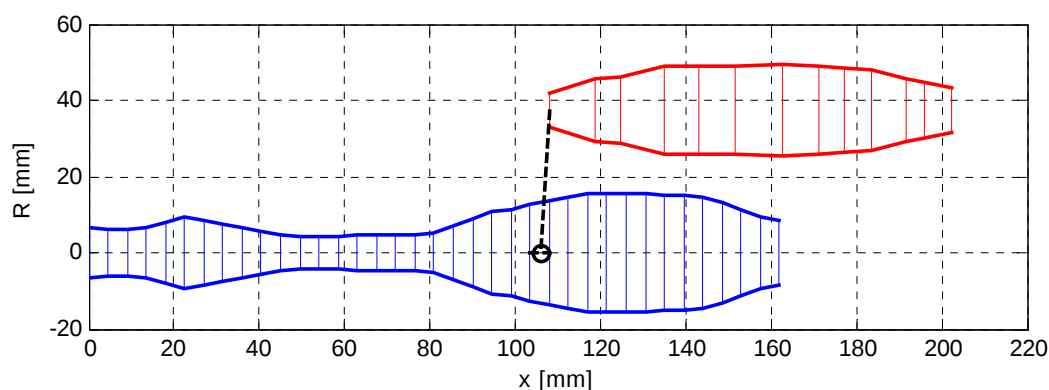
Při výpočtu vlastních kmitů dosadíme do soustavy rovnic požadované okrajové podmínky. Pro dokonale tuhou stěnu na vstupu dosadíme podmínku $W_{1\,IN} = 0$, čímž vynulujeme vektor $\mathbf{b}$ pravé strany soustavy (14). Netriviální řešení takové soustavy rovnic je možné pouze tehdy, pokud je determinant matice $\mathbf{A}$ nulový

$$\det(\mathbf{A}) = 0 \ . \quad (15)$$

Rovnice (15) je frekvenční rovnici pro neznámá vlnová čísla k . Po nalezení řešení vhodným numerickým způsobem odtud získáme vlastní frekvence.

3. Modální analýza

Geometrie modelu byla určena pomocí MRI snímků vokálního traktu člověka během fonace samohlásky /a:/ (Dedouch et al., 2003). Propojení nosní a ústní dutiny bylo definováno plochou o velikosti 134 mm². Výpočtové geometrické schéma je zobrazeno na Obr.2. Černé čárkované čáry symbolicky spojují příslušné řezy do daného uzlu, který je znázorněn černým kroužkem. Červeně je zobrazen jeden ze dvou nosních kanálů. Nosní kanály byly uvažovány mírně nesymetrické, se vzájemnou odchylkou 1% ve všech průřezech.



Obr.2 Výpočtové schéma 1D geometrie rozvětveného vokálního traktu.

V Tab.1 jsou uvedeny vypočtené hodnoty vlastních frekvencí pro rozvětvený model se dvěma nosními kanály (2. řádek) a pro model vokálního traktu bez nosní dutiny (1. řádek). Rychlost zvuku, hustota a dynamická viskozita vzduchu byly uvažovány následovně: $c_0 = 353 \text{ ms}^{-1}$, $\rho_0 = 1,2 \text{ kgm}^{-3}$, $\mu = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$. Ve třetím řádku tabulky jsou uvedeny hodnoty vlastních frekvencí 3D modelu se dvěma nosními kanály.

Tab.1 Vypočtené vlastní frekvence 1D a 3D modelu

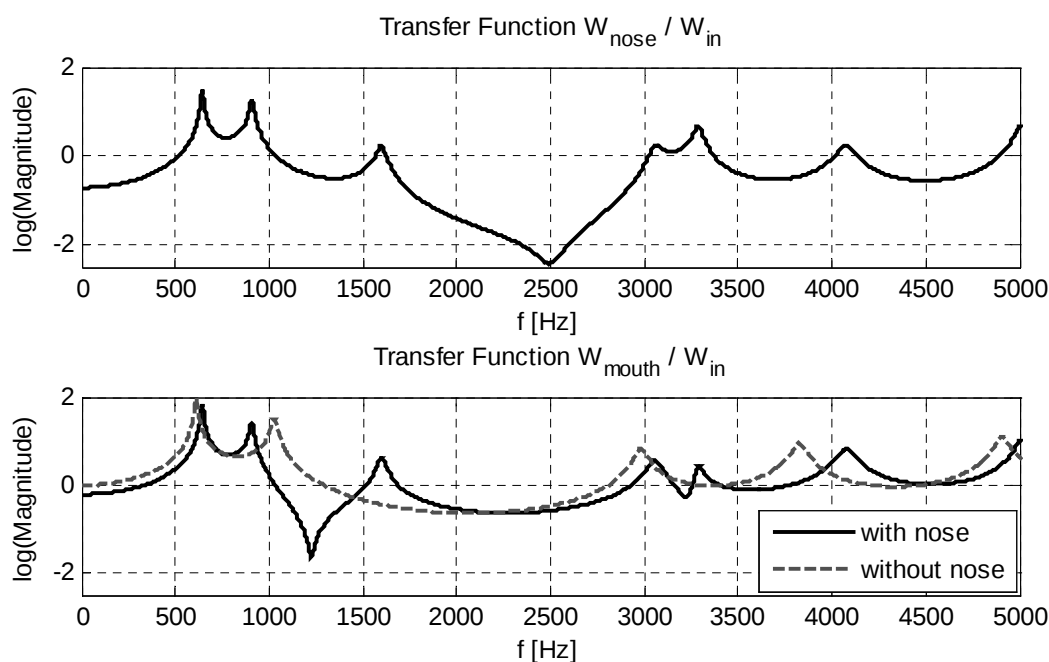
[Hz]	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8
1D vokální trakt (1 úsek, 0 uzlů)	610	1028	2980	3825	4904			
1D trakt + nosní dutina (3 úseky, 1 uzel)	643	908	1226	1598	3058	3233	3287	4079
3D trakt + nosní dutina	669	1030	1466	1563	3031	3290		

Na Obr.3 je vykreslena přenosová funkce objemové rychlosti od hlasivek k nosnímu otvoru (horní obrázek) a od hlasivek k ústnímu otvoru (spodní obrázek). Přenos je vypočten jako logaritmus absolutní hodnoty podílu W_{OUT}/W_{IN} . Na spodním obrázku je současně vynesena přenosová charakteristika modelu bez uvažování nosní dutiny. Přenosové funkce jsou vypočteny s frekvenčním krokem 1 Hz.

Rozvětvení traktu do nosní dutiny má za následek mírné zvýšení první vlastní frekvence a pokles druhé, tedy jejich přiblížení. Dojde také ke vzniku antirezonance v ústní dutině v okolí 1,2 kHz a vzniku nové vlastní frekvence okolo 1,6 kHz. To je v souladu s výsledky měření a s výsledky výpočtů na 3D MKP modelech, které jsou popsány v práci Vampola et al. (2008b). Zmíněná antirezonance se jeví jako výrazné ostré minimum přenosové funkce "hlasivky-ústa" rozvětveného modelu, kdy je většina akustické energie přenášena do nosní dutiny.

Přenosová charakteristika je dále v oblasti 2 až 3 kHz pro oba modely velmi podobná, s rezonancí poblíž 3 kHz. Okolo 2,5 kHz však nastává antirezonance v nosní dutině, kdy je pro změnu většina akustické energie přenášena do dutiny ústní. I v ústní dutině ovšem při této frekvenci dochází k zeslabení přenosu.

V okolí 3,2 kHz vznikne vlivem připojení nosní dutiny další vlastní frekvence (F_6), která se nachází velmi blízko předchozí vlastní frekvence. I tento výsledek koresponduje s výsledky 3D modelů v práci Vampola et al. (2008b).



Obr.3 Přenos objemové rychlosti rozvětveným modelem vokálního traktu.

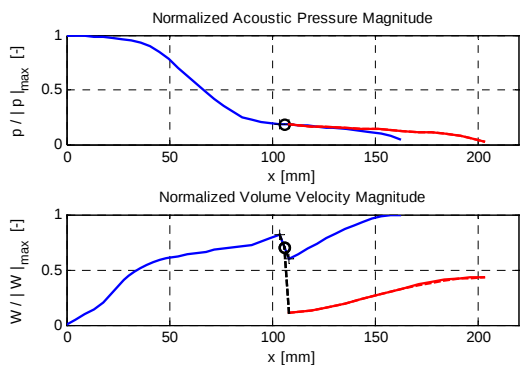
Vlastní tvary kmitu a tvary kmitu při antirezonancích jsou vyneseny na Obr.4 až Obr.11. Horní část každého obrázku znázorňuje tvar kmitu objemové rychlosti, spodní část pak tvar kmitu akustického tlaku. Všechny tvary kmitu jsou normovány na maximální hodnotu 1 v absolutní hodnotě tak, aby rychlost v úrovni rtů (konec modré křivky) byla kladná.

Zobrazení barev odpovídá schématu na Obr.2. Hodnoty tlaků a rychlostí v hlavním kanále, který zahrnuje ústní dutinu, jsou vykresleny modře. Hodnoty v nosní dutině jsou zobrazeny červeně plně (levý nosní kanál) a červeně čárkovaně (pravý nosní kanál). Černé čárkované čáry symbolicky spojují příslušné řezy do daného uzlu, který je znázorněn černým kroužkem.

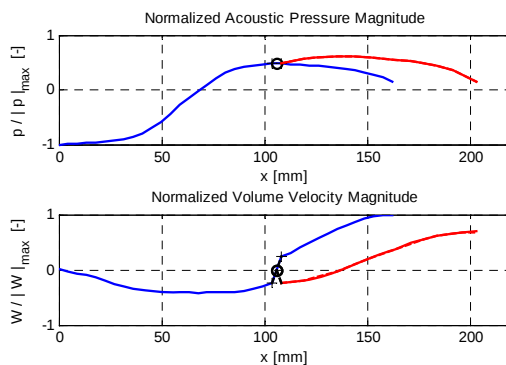
První i druhý vlastní tvar kmitu (Obr.4 a Obr.5) má stejný charakter jako první resp. druhý vlastní tvar kmitu nerozvětveného modelu, přičemž akustické kmitu v nosní dutině jsou ve fázi s kmitu v ústní dutině (viz. průběh tlaků).

Nově vzniklý (myšleno po rozvětvení traktu) třetí vlastní tvar (Obr.6) je charakteristický kmitu levého a pravého nosního kanálu vzájemně v protifázi, přičemž je odebrána energie z ústní dutiny.

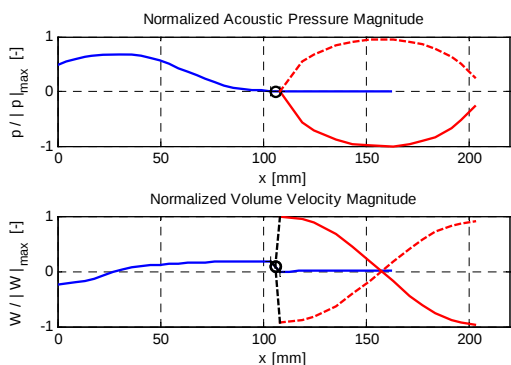
Nově vzniklý čtvrtý vlastní tvar (Obr.7) je charakteristický tím, že jsou vzájemně v protifázi akustické kmitu v dutině ústní a nosní.



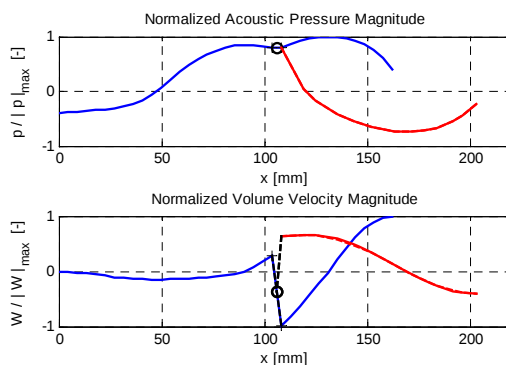
Obr.4 První vlastní tvar kmitu 1D, 643 Hz.



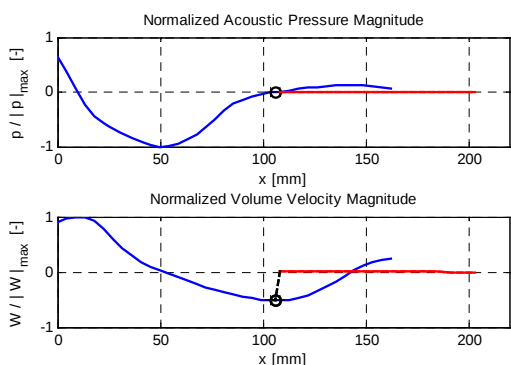
Obr.5 Druhý vlastní tvar kmitu 1D, 908 Hz.



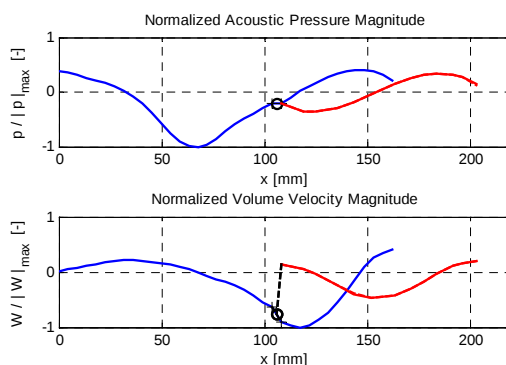
Obr.6 Třetí vlastní tvar kmitu 1D, 1226 Hz.



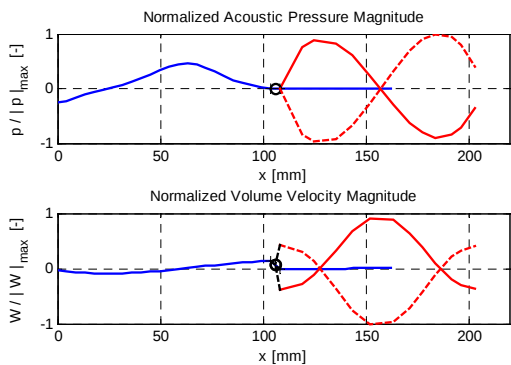
Obr.7 Čtvrtý vlastní tvar kmitu 1D, 1598 Hz.



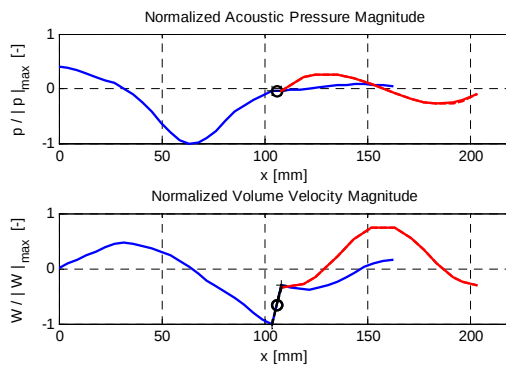
Obr.8 Antirezonance – nos 1D, 2496 Hz.



Obr.9 Pátý vlastní tvar kmitu 1D, 3058 Hz.



Obr.10 Šestý vlastní tvar kmitu 1D, 3233 Hz.



Obr.11 Sedmý vl. tvar kmitu 1D, 3287 Hz.

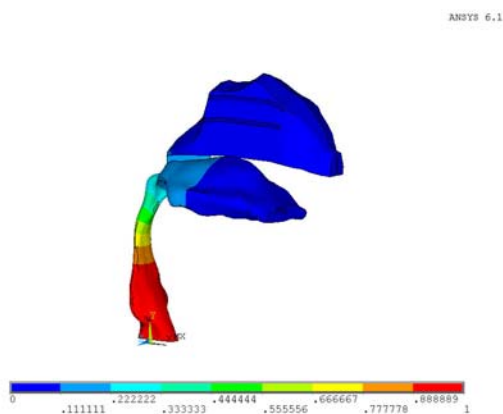
Na Obr.8 je zobrazen antirezonanční tvar kmitu, kdy je většina energie přenášena do ústní dutiny. Poznamenejme, že frekvence 2496 Hz, při které k antirezonanci v nosní dutině dochází, není řešením frekvenční rovnice (15).

Pátý vlastní tvar kmitu (Obr.9) odpovídá třetímu vlastnímu tvaru kmitu modelu bez nosní dutiny. Rychlost v uzlu (v místě velofaryngeálního uzávěru) se přitom dělí do nosní a ústní dutiny v opačném smyslu, kmity v ústní a nosní dutině jsou proto fázově posunuté.

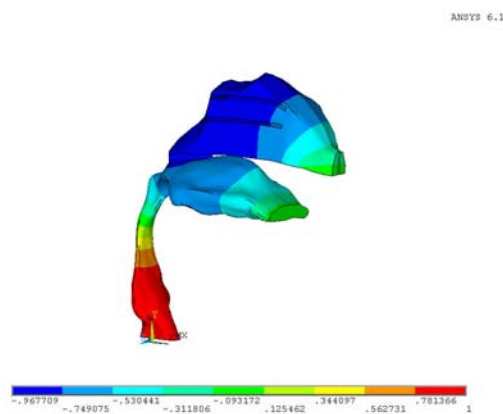
Nově vzniklý šestý vlastní tvar kmitu (Obr.10) je stejně jako nově vzniklý třetí vlastní tvar charakteristický vzájemnými kmity levého a pravého nosního kanálu v protifázi, bez šíření energie do dutiny ústní.

Nově vzniklý sedmý vlastní tvar kmitu (Obr.11) má mezi hlasivkami a noso-ústním dělením velmi podobný průběh pátému tvaru. Na rozdíl od něj je však rychlost do ústní a nosní dutiny rozdělena ve stejném smyslu.

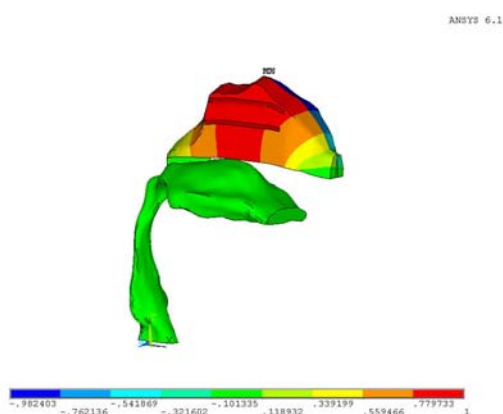
Prvních šest vlastních tvarů kmitu akustického tlaku vypočtených pomocí 3D MKP modelu je zobrazeno na Obr.12 až Obr.17. Tyto tvary jsou ve velmi dobré shodě s příslušnými 1D tvary kmitu.



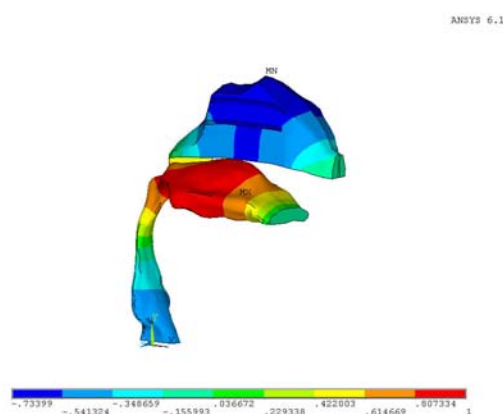
Obr.12 První vlastní tvar kmitu 3D, 669 Hz.



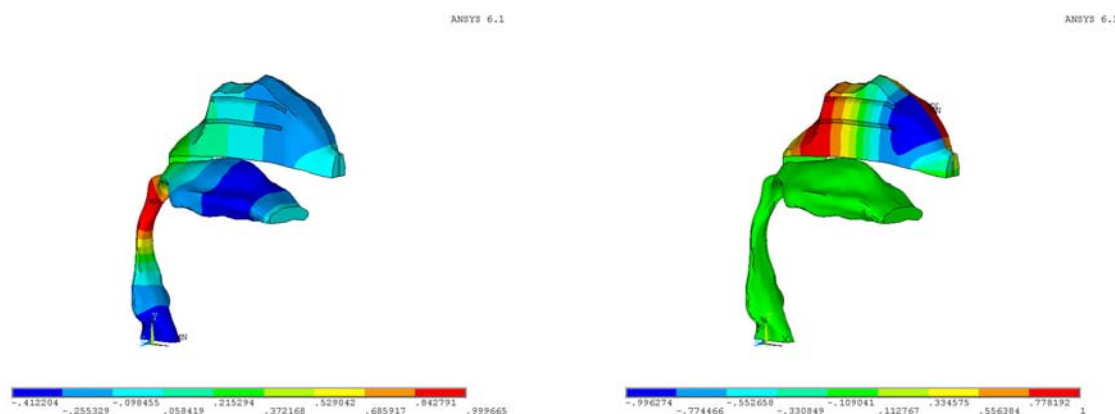
Obr.13 Druhý vlastní tvar kmitu 3D, 1030 Hz.



Obr.14 Třetí vlastní tvar kmitu 3D, 1466 Hz.



Obr.15 Čtvrtý vlastní tvar kmitu 3D, 1563 Hz.



Obr.16 Pátý vlastní tvar kmitu 3D, 3031 Hz. Obr.17 Šestý vlastní tvar kmitu 3D, 3290 Hz.

4. Závěr

Byl odvozen zjednodušený 1D akustický model vokálního a nosního traktu člověka, který umožňuje modelovat akustické jevy spojené s nazalitou způsobenou nedomykavostí velofaryngeálního uzávěru. Pro výpočet byla použita konfigurace vokálního traktu odpovídající fonaci samohlásky /a:/. Po provedení modální analýzy byla prokázána dobrá shoda vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitu s výsledky získanými pomocí 3D MKP modelů až do frekvencí okolo 3 kHz. Tato shoda je také v souladu s výsledky uvedenými v práci Vampola et al. (2008a).

5. Poděkování

Příspěvek vznikl díky podpoře grantového projektu GAČR 101/08/1155 "Počítačové a fyzikální modelování vibroakustických vlastností vokálního traktu člověka s ohledem na optimalizaci hlasové kvality".

6. Literatura

- Dedouch, K., Horáček, J., Vampola, T. & Vokřál, J. (2003) Velofaryngeal insufficiency studied using finite element models of male vocal tract with experimental verification. Models and analysis of vocal emissions for biomedical applications, in: *Proc. 3rd International Workshop MAVEBA*, Firenze, Italy, pp.229-232.
- Merhaut, J. (1971) *Teoretické základy elektroakustiky*. Academia, Praha.
- Palková, Z. (1994) *Fonetika a fonologie češtiny*. Karolinum, Praha.
- Škvor, Z. (2001) *Akustika a elektro-akustika*. Academia, Praha.
- Radolf, V. (2010) *Přímá a inverzní úloha v akustice vokálního traktu člověka*. Disertační práce, Praha.
- Radolf, V. & Vampola, T. (2005) Transfer matrix method for the human vocal fold modeling, in: *Book of extended abstracts of Engineering Mechanics 2005 (National Conference with International Participation, Svratka)*, Praha, pp.267-268.

- Vampola, T., Horáček, J. & Švec, J. G. (2008a) FE Modeling of Human Vocal Tract Acoustics. Part I: Production of Czech Vowels, *Acta Acustica*, 94, pp.433-447.
- Vampola, T., Horáček, J., Vokřál, J. & Černý, L. (2008b) FE Modeling of Human Vocal Tract Acoustics. Part II: Influence of Velopharyngeal Insufficiency on Phonation of Vowels, *Acta Acustica*, 94, pp.448-460.