



PROJECT OF A PROGRAM FOR SYMBOLIC ANALYSES OF MECHATRONIC DRIVES

J. Kalous¹, D. Biolek², Z. Kolka¹

Summary: *The paper presents a project of a program that makes it possible to perform symbolic and semisymbolic analyses of dynamic properties of both the non-controlled and the controlled mechatronic drives. It is to be a modified version of the free-of-charge program SNAP for symbolic analyses of electric networks.*

1. Úvod

Požadavky na konstruování složitých mechatronických systémů si vynucují vývoj speciálních programových prostředků pro jejich modelování, analýzu, simulaci a optimalizaci. Mechatronika znamená integraci elektrotechnických, mechanických a výpočetních systémů do komplexního celku (Scherber, 1997). Využívání několika různých simulačních programů k řešení dané mechatronické úlohy, z nichž každý je určen pouze k analýze podsystemu konkrétní fyzikální povahy, je velmi neefektivní, nehledě na principiální limity tohoto přístupu, kdy pro dané programy, které jsou vytvářeny nezávisle na sobě pro potřeby různých technických oborů, neexistuje jednotné prostředí pro výměnu a zpracování dat.

Problém efektivního modelování mechatronických systémů, které by umožnilo modelovat do potřebných detailů nejen dílčí podsystemy, ale i synergii jejich interaktivního spolupůsobení, je dnes řešen třemi různými způsoby.

1) Využije se programový nástroj, dosud používaný v některém z technických oborů, který poskytuje dostatečný potenciál k modelování systémů libovolné povahy na základě analogií. Příkladem je využívání standardu SPICE (Vladimirescu, 1994), který je primárně určen k simulaci elektrických obvodů.

2) Využije se některý z univerzálních programových prostředků pro vědeckotechnické výpočty, jako jsou MATLAB/Simulink, MATHEMATICA, MathCAD, Maple apod. Typickým příkladem je využívání programu MATLAB/Simulink s toolboxy SimElectronics, SimPowerSystems, SimMechanics, SimDriveline a SimScape.

3) Využívá se programových nástrojů, vyvinutých speciálně pro modelování a simulaci složitých systémů obecné povahy. Příkladem mohou být systémy ViSSim, Portunus, System Vision, Saber, DYNAST a další.

¹ Doc. Ing. Jaroslav Kalous, CSc., Prof. Dr. Ing. Zdeněk Kolka, ÚREL FEKT VUT Brno, Purkyňova 118, 612 00 Brno, KalousJaroslav@upcmil.cz, kolka@feec.vutbr.cz

² Prof. Ing. Dalibor Biolek, CSc., katedra elektrotechniky, Fakulta vojenských technologií, Univerzita obrany v Brně, Kounicova 65, 662 10 Brno, dalibor.biolek@unob.cz

Všechny programové prostředky z kategorie ad 3) pracují na tzv. numerickém principu, což znamená, že interní matematické algoritmy vycházejí z klasických metod numerického řešení soustav nelineárních algebraicko-diferenciálních rovnic. Výhodou je možnost modelování a řešení principiálně libovolné fyzikální úlohy bez omezení typu této úlohy. Jinými slovy, modelovaný systém může být obecně nelineární a nestacionární. Výsledky jsou pouze v numerické formě, tj. ve formě číselných údajů, které mohou být samozřejmě interpretovány v grafické podobě.

Určitou výjimkou ve výše uvedeném smyslu je program DYNAST, který navíc umožňuje generování výsledků v tzv. semisymbolickém tvaru (Biolek, 2001), pokud je předmětem modelování lineární problém. Semisymbolickým výsledkem je v podstatě vzorec zkoumané vlastnosti systému (například odezvy systému na skokovou změnu buzení nebo malosignálovou přenosovou funkci), který obsahuje kromě numerických konstant i symboly, související se zkoumaným dějem (například symbol času t nebo operátor Laplaceovy transformace s). DYNAST je schopen počítat na základě sofistikovaných numerických algoritmů právě koeficienty přenosových funkcí a nulové body a póly těchto přenosových funkcí, což je mimo možnosti ostatních výše uvedených programů. Připomeňme, že znalost pólů je přitom významná pro rychlé a jednoznačné testování stability modelovaného systému.

Dalším možným typem výsledku je výsledek v tzv. symbolickém tvaru (Biolek, 2003), což je vzorec, obsahující kromě symbolů, které vyjadřují atributy simulační domény (čas, Laplaceův operátor s), i symboly parametrů systému, jako je například tuhost pružiny, hmotnost setrvačníku, nebo indukčnost tlumivky. Symbolický tvar je tedy zobecněním tvaru semisymbolického, který je ze symbolického vzorce generován postupným nahrazováním symbolů jejich číselnými hodnotami.

Programy pro symbolickou analýzu ze skupiny ad 1) se využívají zejména pro analýzu elektrických obvodů. Z komerčních programů, využívajících standardu SPICE, generuje symbolické výsledky například program TINA. Oblíbeným programem, specializovaným na symbolickou analýzu lineárních elektrických obvodů, je SNAP (Kolka, 1999, Kolka, 2008). V ostatních technických oborech se obdobné speciální programy nepoužívají. V minulosti byly učiněny pokusy o využití programu SNAP k symbolické analýze mechatronických pohonů (Kalous, 2007, Kalous, 2008, Kalous, 2009). Ze skupiny ad 2) univerzálních programů pro vědeckotechnické výpočty je na symbolických algoritmech založen program Maple. Symbolické výsledky umí generovat i MathCAD, případně MATLAB, pokud je vybaven příslušným toolboxem. Pro symbolickou analýzu elektrických obvodů vznikla speciální nadstavba nad programem MATHEMATICA nazvaná Analog Insydes.

Výsledek analýzy v symbolickém tvaru může být cenný svou vypovídací hodnotou, která je zpravidla podstatně vyšší než u pouhého číselného výsledku. Numerickým programem např. zjistíme, že zisk regulační smyčky v zpětnovazební soustavě je 0,5, ale teprve symbolický výsledek odhalí, proč je právě 0,5, neboli které parametry systému tento výsledek ovlivňují a v jakém rozsahu.

Jsou známy i nevýhody programů pro symbolickou analýzu:

a) Analýza je omezena na třídu lineárních systémů, případně nelineárních systémů po jejich linearizaci v okolí klidového pracovního bodu.

b) Analýza modelů reálných systémů může vést k velmi složitým vzorcům, jejichž interpretovatelnost a tudíž praktická použitelnost je diskutabilní, ne-li dokonce pochybná.

c) Analýza modelů reálných systémů klade vysoké nároky na hardware a může být i časově vysoce náročná.

Omezení ad a) je principiální, tj. symbolický výsledek je „příjemný bonus“ k běžnému numerickému výsledku jen pro lineární systém. Omezení ad b) lze řešit tzv. aproximační (přibližnou) analýzou, kdy výsledný vzorec je zjednodušen vůči plnému výsledku tím, že jsou vypuštěny členy, které v rámci předem stanovené chyby přispívají k numerickému výsledku zanedbatelnou měrou (Kolka, 2003). Čím vyšší je přípustná chyba, tím více je vzorec zjednodušen. Zjednodušování symbolického výsledku může probíhat podle tří základních schémat (Fernandez, 1998): SAG (Simplification After Generation, tj. zjednodušení po vygenerování plného symbolického výsledku), SDG (Simplification During Generation, tj. zjednodušování v průběhu generování výsledku), a SBG (Simplification Before Generation, tj. zjednodušování před generováním výsledku). Zatímco metoda SAG účinně překonává pouze problém ad b), nikoliv ad c), metoda SBG je schopna generovat snadno interpretovatelné vzorce za časově přijatelnou dobu analýzy s běžnými nároky na hardware.

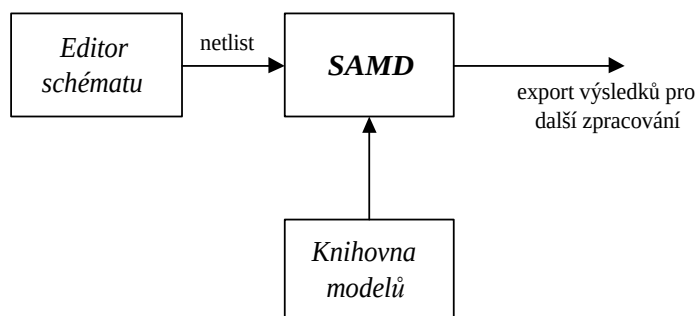
Cílem tohoto příspěvku je představit projekt tvorby programu **SAMD (Symbolic Analysis of Mechatronic Drives)** pro symbolickou analýzu mechatronických systémů se zaměřením na hybridní systémy, sdružující klasické elektrické systémy, regulační obvody, elektromechanické převodníky a mechanické části elektrických pohonů. Z hlediska výpočetních algoritmů symbolické analýzy budou k dispozici algoritmy plné symbolické analýzy a výkonný algoritmus SBG pro symbolické zjednodušování. Symbolické výsledky budou dále využitelné k semisymbolické i numerické analýze s grafickými výstupy v časové a kmitočtové doméně.

Základem programu **SAMD** bude stávající program **SNAP** pro symbolickou analýzu lineárních elektrických obvodů, ale přepracovaný tak, aby nově umožnil využívání symbolické analýzy v oblasti mechatronických pohonů.

2. Program **SAMD**

2.1 Základní koncepce

Program **SAMD** je koncipován jako symbolický analyzátor, jehož vstupem je popis modelované soustavy v textovém tvaru, tzv. netlist (obr. 1). Teoreticky by mohl být **SAMD** používán s libovolným editorem schématu, který vygeneruje netlist v požadovaném formátu. Nicméně **SAMD** bude k dispozici se speciálním editorem, který bude obsahovat jak značky z elektrické, tak i mechanické oblasti. Modely jednotlivých prvků budou nezávisle na značkách uloženy ve speciální textové knihovně, kterou může uživatel snadno rozšiřovat.



Obr. 1 Koncepce programu

Kromě prezentace výsledků analýzy formou symbolických výrazů nebo grafů bude možné výsledky exportovat pro další zpracování např. v MATLABu, MathCADu nebo Maple.

Z důvodu principiálního omezení symbolických algoritmů bude možné pomocí SAMDu analyzovat pouze lineární, resp. linearizované soustavy, přičemž symbolický výsledek bude k dispozici vždy. V případě požadavku na semisymbolickou analýzu pak musí uživatel zadat všechny číselné hodnoty parametrů prvků modelované soustavy.

V tab. 1 jsou shrnuty možnosti zadávání parametrů (příklady jsou uvedeny pro elektrickou oblast). Symbolické výrazy jsou omezené na racionální lomené funkce v oblasti komplexního kmitočtu, tj. vztah může popisovat nějakou vlastnost komplexní dílčí soustavy (např. regulátoru nebo měniče), jejíž struktura nemusí být ve schématu uvedena.

Symbol pro parametr není vázán na jméno prvku. Např. odpor více rezistorů můžeme označit symbolem R . Pro účely analýzy se pak tyto prvky uvažují jako shodné. Číselná hodnota parametru může být zadána jako konstanta nebo výraz obsahující i jiné parametry a uzavřený ve složených závorkách.

Tab. 1 Způsob zadávání parametrů prvků

	syntaxe	příklad
1	$\langle symbol \rangle$	R1
2	$\langle symbolický\ výraz \rangle$	$R1+s*L1$
3	$\langle číslo \rangle$	10k
4	$\langle numerický\ výraz \rangle$	$\{R1/2+1k\}$
5	$\langle symbol \rangle = \langle hodnota \rangle$	$R2=10k$ $R2=\{R1/2+1k\}$

Matematický model analyzované mechatrické pohonové soustavy bude v programu SAMD založen na elektromechanické analogii dle tab. 2.

Tab. 2 Dvojice analogických veličin

	Analogické výkonové veličiny	
	průtok	spád
elektrický obvod	proud i [A]	napětí u [V]
translační pohyb	síla F [N]	translační rychlost v [m s ⁻¹]
rotační pohyb	moment T [N m]	úhlová rychlost ω [rad s ⁻¹]

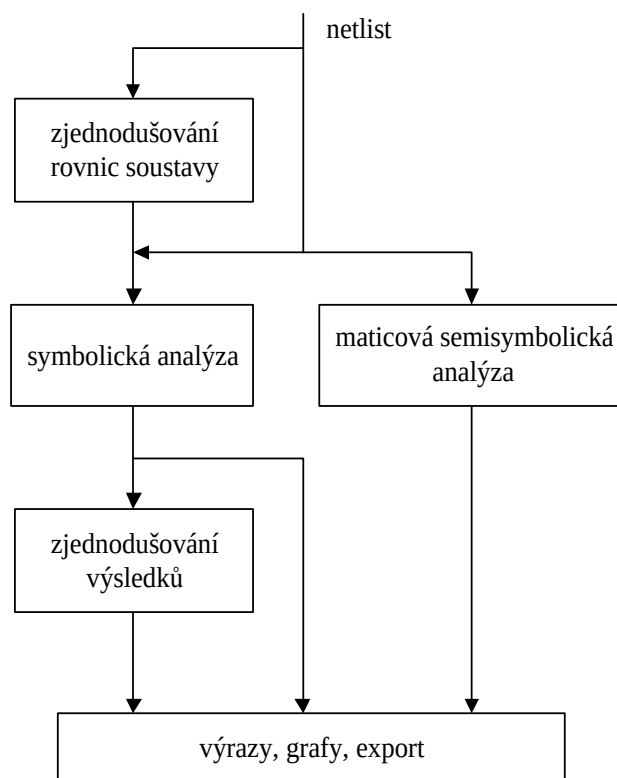
Tab. 3 Fyzikální parametry prvků

	Fyzikální parametr			
	$\frac{i}{u}$	$\frac{u}{i}$	$\frac{\int_0^t i(t) dt}{u}$	$\frac{\int_0^t u(t) dt}{i}$
Elektrický obvod	vodivost [S]	odpor [Ω]	kapacita [F]	indukčnost [H]
Translační pohyb	tlumení [N s m ⁻¹]	<i>Není vhodný parametr</i>	hmota [kg]	poddajnost [m N ⁻¹]
Rotační pohyb	torzní tlumení [N m s rad ⁻¹]	<i>Není vhodný parametr</i>	hmotný moment setrvačnosti [kg m ²]	torzní poddajnost [rad N ⁻¹ m ⁻¹]

Základní fyzikální parametry prvků, odpovídající zvolené elektromechanické analogii dle tab. 2, jsou soustředěny v tab. 3. Přitom každá svorka prvku ve schématu analyzované soustavy (netlistu) má přiřazenou fyzikální doménu (elektrickou, translační, rotační). Pokud dojde ke spojení nekompatibilních svorek, program ohlásí chybu.

Obr. 2 ukazuje uspořádání výpočtů v programu SAMD. Na analyzovanou soustavu se díváme jako na dvojbran čili uživatel musí ve schématu specifikovat vstup a výstup. Pak je možné symbolicky vyjádřit jakoukoli přenosovou funkci v oblasti komplexního kmitočtu. V případě, že uživatel zadá i číselné hodnoty, je možné provést analýzu rozložení nul a pólů pomocí metody vlastních čísel matice a vykreslit příslušné grafy.

V případě rozsáhlejších soustav je výsledný symbolický vztah příliš rozsáhlý a tedy prakticky nepoužitelný. Pak lze aplikovat přibližnou symbolickou analýzu.



Obr. 2 Schéma analýzy v programu SAMD

2.2 Metody analýzy

Díky formální podobnosti základních zákonů ve všech třech fyzikálních doménách modelovaných mechatronických systémů bude analýza v programu SAMD založena na analogii k modifikované metodě uzlových napětí (MMUN), vedoucí na soustavu rovnic typu

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (1)$$

kde $\mathbf{H}$ je hybridní matice soustavy a $\mathbf{b}$ je vektor zdrojů. Vektor neznámých $\mathbf{x}$ obsahuje spádové veličiny všech uzlů vzhledem k referenci, doplněné o průtokové veličiny prvků, u nichž nelze vyjádřit průtokovou veličinu jako funkci veličiny spádové.

V případě jediného zdroje je pak možné příslušnou přenosovou (obvodovou) funkci $F(s)$ vyjádřit jako podíl dvou algebraických doplňků matice $\mathbf{H}$

$$F(s) = \frac{\text{odezva}}{\text{buzení}} = (-1)^\alpha \frac{\det(\mathbf{H}_1)}{\det(\mathbf{H}_2)}, \quad (2)$$

kde $\mathbf{H}_1$ a $\mathbf{H}_2$ jsou submatice, které vzniknou vynecháním příslušných řádků a sloupců matice $\mathbf{H}$. Koeficient α závisí na indexech vynechaných řádků a sloupců (Čajka, 1979). Determinant v čitateli i ve jmenovateli je možné rozvinout symbolicky např. užitím Laplaceova rozvoje. Získáme tak výsledek ve formě podílu dvou polynomů v Laplaceově operátoru s .

Pro soustavy většího rozsahu může být symbolický tvar funkce F příliš rozsáhlý, dokonce tak rozsáhlý, že jej není možné počítačem vygenerovat. V těchto případech je možné aplikovat přibližnou symbolickou analýzu. Ukazuje se totiž, že při uvažování konkrétních číselných hodnot parametrů prvků je většina členů takového výrazu numericky nevýznamných a je možné je z výrazu odstranit. Cenou za zjednodušení je ztráta obecnosti symbolického výrazu. Podobnou činnost provádí každý návrhář intuitivně při zjednodušování výrazů při „ručním“ řešení. Zjednodušování je známou technikou v oblasti elektronických obvodů (Fernandez, 1998), která však v jiných oblastech není dosud plně využívána.

Základním principem zjednodušování je identifikace a odstranění nevýznamných členů symbolického výrazu. Proto je nutné znát číselné hodnoty parametrů všech prvků. Zjednodušením výrazu vzniká chyba, jejíž velikost je nutné kontrolovat obecně na intervalu $F \times D$, kde $F = [f_1, f_2]$ je zvolený frekvenční rozsah a $D \subset R^n$ je interval parametrů prvků řešené soustavy. Z důvodu výpočetní náročnosti se stanovení odchylky provádí pouze na vybraných bodech z $F \times D$.

Vzhledem k tomu, že pracujeme s kmitočtovými charakteristikami, je rozumné sledovat odchylku v Bodeho diagramu, tj. sledovat odchylku amplitudy a fáze. Definujme chybovou funkci

$$E(f, \mathbf{p}) = \frac{F'(f, \mathbf{p})}{F(f, \mathbf{p})}, \quad (3)$$

kde $F(f, \mathbf{p})$ je přesný tvar přenosové funkce a $F'(f, \mathbf{p})$ je přibližný tvar přenosové funkce, který vznikne vynecháním některých členů. Vektor $\mathbf{p}$ reprezentuje všechny parametry prvků. Pro $F = F'$ dostáváme $E = 1$. Skalární odchylku e pro jeden bod $(f_i, \mathbf{p}_i) \in F \times D$ tak můžeme definovat jako vážený součet odchylky amplitudy a odchylky fáze

$$e(f_i, \mathbf{p}_i) = \frac{|20 \log |E(f_i, \mathbf{p}_i)||}{\Delta M_i} + \frac{\arg(E(f_i, \mathbf{p}_i))}{\Delta P_i}, \quad (4)$$

kde ΔM_i a ΔP_i nepřímo definují váhu pro každý vzorek z množiny $F \times D$. Pro $F = F'$ dostáváme $e = 0$.

Přibližnou symbolickou analýzou rozumíme nalezení F' s co nejmenší složitostí tak, že pro odchylku sledovanou na m bodech platí

$$\max_{i=1, \dots, m} (e(f_i, \mathbf{p}_i)) \leq 1. \quad (5)$$

V programu SAMD bude implementována, jak již bylo uvedeno výše, technika zjednodušování před generováním (SBG), která je založena na zjednodušování ekvivalentního obvodového modelu, spočívající v odstraňování nevýznamných parametrů. Zjednodušování probíhá na úrovni rovnic obvodového modelu.

Pokud je každý parametr označen jedinečným symbolem, pak je možné přenosovou funkci (2) rozvinout pro libovolný parametr p do tvaru (Čajka, 1979)

$$F = \frac{ap + b}{cp + d}, \quad (6)$$

kde a, b, c, d jsou komplexní čísla. Představuje-li parametr p např. elektrickou admitanci prvku, tak jeho náhrada zkratem odpovídá $p \rightarrow \infty$ a vyjmutí z obvodu pak $p \rightarrow 0$. Jak v prvním, tak i ve druhém případě dojde ke zjednodušení symbolického tvaru přenosové funkce F .

Celý proces SBG probíhá v cyklu. Nejdříve se pro všechny potenciální operace ($\rightarrow \infty$ nebo $\rightarrow 0$) stanoví velikost chyby, kterou způsobí. Jedna nebo více operací s nejmenšími chybami se provede. Zjednodušování končí, jakmile přestane platit podmínka (5). Výsledkem je redukovaný matematický model, který je následně vyřešen symbolicky.

Dalším volitelným krokem je metoda SAG, která postupně ruší členy z vygenerovaného úplného symbolického výrazu, až přestane být splněna podmínka (5). Člen, který má být zrušen se vybere tak, aby jeho zrušení vneslo do výsledku co nejmenší chybu.

Přibližná symbolická analýza je interaktivní proces. Uživatel definuje kontrolní body pro výpočet chyby (5), jejich polohu může podle potřeby dále upravovat.

2.3 Výstupy

Program SAMD bude poskytovat následující výstupy:

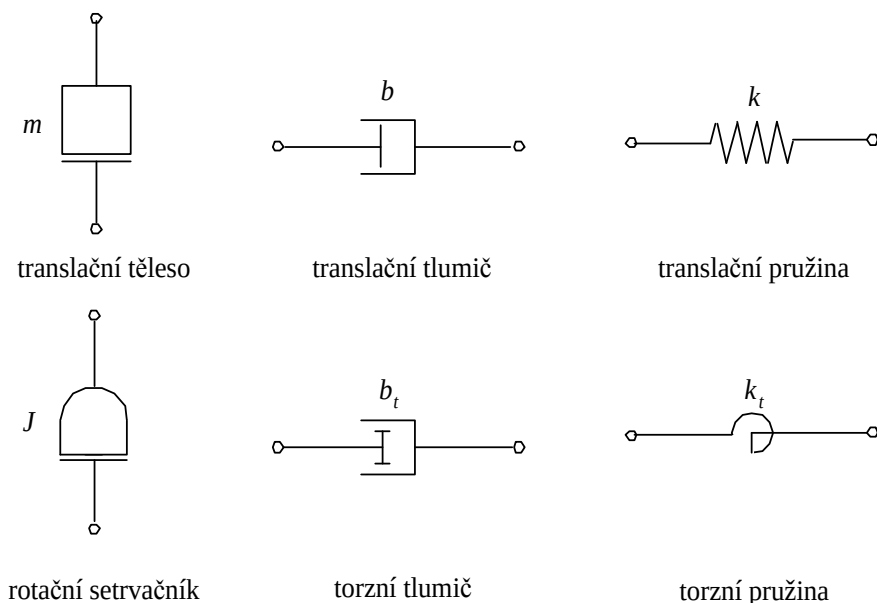
- *přenosové funkce* pro libovolně zvolené kombinace spádových a průtokových veličin (symbolické výrazy s použitím obecných parametrů prvků, semisymbolické výrazy s použitím numerických hodnot parametrů prvků, numerické hodnoty zesílení, nulových bodů a pólů),
- *frekvenční charakteristiky* (diagramy Bode pro amplitudu i fázi, Nyquistův diagram, grafy frekvenčních závislostí reálné a imaginární části přenosové funkce, krokování),
- *časové charakteristiky* (přechodová a impulsní charakteristika v semisymbolickém tvaru, krokování),
- *citlivostní funkce* (závislosti přenosových funkcí na změnách parametrů zvolených prvků a grafy jejich frekvenčních závislostí),
- *editor funkcí* (např. nalezení a vykreslení kořenových hodografů apod.).

Symbolické a numerické výsledky budou uživateli okamžitě k dispozici po skončení výpočtů na monitoru počítače. Přitom numerické výsledky bude možné následně zpřístupnit pomocí grafů, které mohou být následně uloženy nebo kopírovány ve vektorovém tvaru. Navíc krokováním libovolného parametru libovolného prvku bude umožněno zkoumat vliv změn těchto parametrů na tvar frekvenčních a časových charakteristik.

3. Knihovny prvků programu SAMD

Nedílnou součástí programu SAMD bude knihovna fyzikálních prvků a bloků, z nichž budou při modelování sestavovány schématické obvodové modely konkrétních analyzovaných soustav, na základě nichž pak program samočinně sestaví tzv. netlist čili popis modelované soustavy. Přitom je třeba jednak vytvořit dostatečně srozumitelné a názorné schématické značky a jednak zformulovat popisy jednotlivých prvků a bloků.

Při volbě tvarů schématických značek zejména mechanických prvků a částí bude vhodné použít takové, které jsou podobné značkám používaným ve stávajících programech pro simulaci fyzikálních soustav, jakými jsou zejména MATLAB/Simulink s jeho toolboxy SimPowerSystems, SimElectronics, SimMechanics a SimScape a program DYNAST, což ovšem nevylučuje vytvoření vlastních značek. Na obr. 3 jsou pro ilustraci uvedeny navržené schématické značky pro základní prvky translačních a rotačních soustav.



Obr. 3 Schématické značky základních translačních a rotačních prvků

Popisy modelů prvků a součástí budou samozřejmě vycházet z jejich definičních rovnic a vztahů, které se pak přetvoří na ekvivalentní elektrické modely a zapíší ve tvaru tzv. „razítek“ (Biolek, 2003), což jsou zkrácené zápisy maticových rovnic modelů (tab. 4).

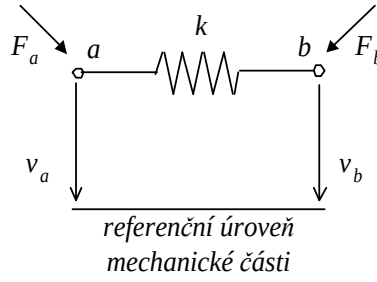
Tab. 4 Matice a její „razítko“

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{c|c|c} & U_a & U_b \\ \hline I_a & a & b \\ \hline I_b & c & d \end{array}$$

Jako příklad uvedeme nejdříve tvorbu modelu lineární translační pružiny s tuhostí k , pro niž platí definiční vztah mezi směrem silou F a změnou délky Δl ve tvaru

$$F = k\Delta l = k \int_0^t (v_a - v_b) d\tau, \quad (7)$$

kde $v_a - v_b$ je rozdíl rychlostí mezi oběma konci pružiny. Odpovídající model je uveden na obr. 4.



Obr. 4 Model lineární translační pružiny

Pro síly, působící na obou koncích pružiny, platí modelující rovnice v operátorovém tvaru

$$\begin{aligned} F_a &= \frac{k}{s}(v_a - v_b), \\ F_b &= \frac{k}{s}(v_b - v_a). \end{aligned} \quad (8)$$

Nahradíme-li síly $F_{a,b}$ dle tab. 2 elektrickými proudy $I_{a,b}$ a rychlosti $v_{a,b}$ elektrickými napětími $U_{a,b}$, dostaneme ekvivalentní elektrický model ve tvaru „razítka“

	U_a	U_b
I_a	$\frac{k}{s}$	$-\frac{k}{s}$
I_b	$-\frac{k}{s}$	$\frac{k}{s}$

(9)

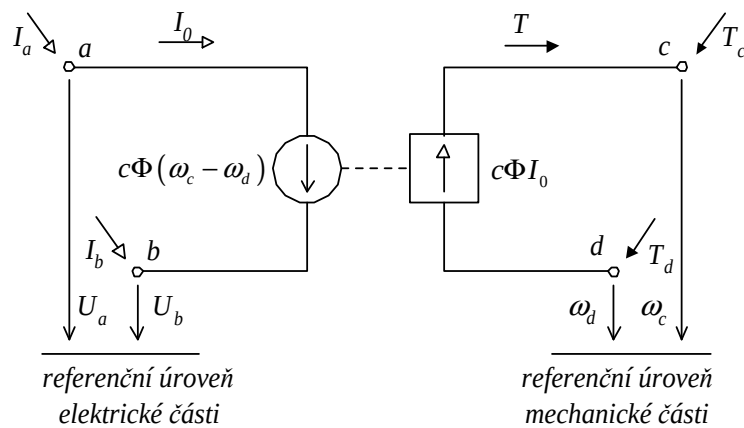
Způsob tvorby modelů složitějších součástí ukážeme na příkladu rotačního elektromechanického převodníku, který převádí vstupní napětí U_{in} a proud I_{in} na výstupní točivý moment T_{out} a úhlovou rychlost ω_{out} . Je popsán 2 rovnicemi ve tvaru

$$\begin{aligned} U_{in} &= c\Phi \omega_{out}, \\ T_{out} &= c\Phi I_{in}. \end{aligned} \quad (10)$$

kde $c\Phi$ je tzv. činitel magnetického pole. Odpovídající model je uveden na obr. 5. Je složen z řízeného zdroje napětí a z řízeného zdroje točivého momentu. Vstupní „elektrickou“ bránu tvoří svorky $a - b$, výstupní „mechanickou“ bránu tvoří svorky $c - d$. Zatímco vstupní elektrické veličiny jsou vztaženy k elektrické referenční úrovni, jsou výstupní mechanické veličiny vztaženy k mechanické referenční úrovni.

Modelující rovnice mají v tomto případě tvar

$$\begin{aligned} I_a &= I_0 = \frac{1}{c\Phi} T, \quad I_b = -I_0 = -\frac{1}{c\Phi} T, \\ T_c &= -T, \quad T_d = T, \\ U_a - U_b &= c\Phi(\omega_c - \omega_d). \end{aligned} \quad (11)$$



Obr. 5 Model rotačního elektromechanického převodníku

Nahradíme-li točivé momenty T_i elektrickými proudy I_i a úhlové rychlosti ω_i elektrickými napětími U_i , dostaneme ekvivalentní elektrický model ve tvaru „razítka“

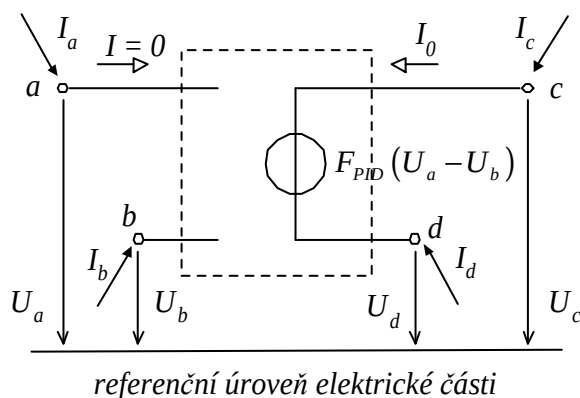
	U_a	U_b	U_c	U_d	I
I_a					$\frac{1}{c\Phi}$
I_b					$-\frac{1}{c\Phi}$
I_c					-1
I_d					1
	1	-1	$-c\Phi$	$c\Phi$	

(12)

Způsob tvorby modelů bloků regulační techniky ukážeme na příkladu proporcionálně integračního a derivačního členu (regulátoru PID), popsaného přenosovou funkcí

$$F_{PID}(s) = K_p + K_I \frac{1}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s}. \quad (13)$$

Blok bude modelován zdrojem napětí řízeným vstupním napětím (obr. 6).



Obr. 6 Model proporcionálně a integračně derivačního členu

Modelující rovnice mají operátorový tvar

$$I_c = I_0, \quad I_d = -I_0, \\ \left(1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D\right)(U_a - U_b) - (U_c - U_d) = 0. \quad (14)$$

Při výpočtu bude možné nastavit, aby byl operátorový přenos členu prezentován zástupným symbolem $F_{PID}(s)$ z toho důvodu, aby se snížila složitost výsledného tvaru přenosové funkce ve srovnání s případem, kdy by zlomek ve výrazu (14) byl roznásoben. To znamená, že „razítko“ekvivalentního elektrického modelu bude mít v takovém případě tvar

	U_a	U_b	U_c	U_d	I_0
I_a					
I_b					
I_c					1
I_d					-1
	$F_{PID}(s)$	$-F_{PID}(s)$	-1	1	

(15)

Kromě tohoto způsobu modelování bloků regulační techniky nabídne SAMD možnost je modelovat jako obvody s operačními zesilovači a s pasivními prvky R a C.

Knihovna fyzikálních prvků a bloků programu SAMD bude obsahovat modely elektrických a elektronických prvků a částí, modely bloků regulační techniky a modely translačních a rotačních mechanických prvků a částí (tab. 5), kterou bude možné podle potřeby doplňovat dalšími prvky

Tab. 5 Knihovna modelů prvků v programu SAMD

Elektrické a elektronické prvky	Bloky regulační techniky	Translační mechanické prvky	Rotační mechanické prvky
– rezistor, – konduktor, – kapacitor, – induktor, – obvodový transformátor, – ideální transformátor, – ideální gyrátor, – ideální operační zesilovač, – napěťově a proudově řízené zdroje napětí a proudu, – snímače proudu a napětí, – průměrované spínače s impulsní	– proporcionální člen, – integrační člen, – derivační člen, – derivační člen se zpožděním, – proporcionálně integrační člen, – proporcionálně derivační člen, – proporcionálně integrační a derivační člen, – obecný člen 2. řádu – zpožďovací člen 1. řádu, – zpožďovací člen 2. řádu;	– translační těleso, – translační tlumič, – translační pružina, – snímače rychlosti a síly, – rotačně translační převodovka;	– rotační setrvačník, – torzní tlumič, – torzní pružina, – jednoduchá převodovka, – sdružovací převodovka, – rozvětovací převodovka, – snímač torzního momentu.

šířkovou modula- cí pro konstantní střidu, – průměrované mo- dely s impulsní šířkovou modula- cí pro proměnnou střidu, – translační elektro- mechanický pře- vodník, – rotační elektrome- chanický převod- ník;			
--	--	--	--

Modely elektrických a elektronických prvků a částí spolu s modely bloků regulační techniky budou vztaženy k referenční úrovni elektrické částí, zatímco modely mechanických částí budou vztaženy k referenční úrovni mechanické části.

4. Závěr

V příspěvku je představen projekt programu SAMD pro symbolickou analýzu mechatronických pohonů, navazující na program SNAP pro symbolickou analýzu elektrických a elektronických obvodů. V rámci řešení tohoto projektu bude především navržena knihovna modelů základních částí mechatronických pohonů, zahrnující části a prvky elektrické, elektronické, regulační a mechanické, umožňující ve schématickém editoru sestavit ekvivalentní „obvodový“ model analyzované mechatronické soustavy. Spolu s tím budou definovány uživatelským srozumitelné přenosové funkce, na základě nichž program SAMD vypočítá výsledky nejen v symbolickém i semisymbolickém tvaru, ale i v grafické podobě (včetně krokování parametru libovolného prvku soustavy), potřebné pro analýzu dynamických vlastností konkrétního lineárního či linearizovaného mechatronického pohonu. Výsledky bude možné též exportovat do dalších programů pro analýzu dynamických systémů.

5. Poděkování

V příspěvku jsou prezentovány výsledky výzkumu, který je podporován Grantovou Agenturou ČR v rámci řešení projektu č. P102/10/1665 a rovněž prostředky Výzkumných záměrů VUT v Brně č. MSM0021630503/13 a UO v Brně č. MO FVT0000403.

6. Odkazy

Scherber, S. (1997) *Modellierung und Simulation mechatronischer Systeme*. Technischer Bericht, Siemens, Germany, Sie-97-02-001;

Vladimirescu, A. (1994) *SPICE Book*. John Wiley&Sons, Inc.;

Biolek, D., Biolková, V., Dobeš, J. (2001) (Semi) Symbolic modelling of large linear systems: Pending Issues. In: *Proc. Int. Conf. ISSSE 2001*, Tokyo, Japan, pp. 397-399;

- Biolek, D. (2003) *Řešíme elektronické obvody aneb kniha o jejich analýze*. BEN, Praha;
- Čajka, J., Kvasil, J. (1979) *Teorie lineárních obvodů*. SNTL Praha;
- Fernandez, F. V., Rodrigues, V. A., Huertas, J. L., Gielen, G. G. E. (1998) *Symbolic Analysis Techniques*. IEEE Press, New York;
- Kolka, Z. (1999) SNAP – Program for Symbolic Analysis. *Radioengineering*, Vol. 8, No. 1, p. 23-24;
- Kolka, Z., Vlk, M. (2003) Combined Approach to Symbolic Approximation. In *Proceedings of the 7th International Conference on CIRCUITS (CSCC'2003)*, Corfu, Greece, p. 224-227;
- Kolka, Z., Biolek, D. & Biolková, V. (2008) Symbolic analysis of linear circuits with modern active elements. *WSEAS Transactions on Electronics*, vol. 5, No. 6, p. 88-96;
- Kalous, J., Kratochvíl, C., Heriban, P. (2007) *Dynamika rotačních elektromechanických pohonů*. ÚT AVČR – Centrum mechatroniky;
- Kalous, J. (2008) Applicability of the Program SNAP on Mechatronic Drive Systems Analyses. *Proc. of the Conf. ENGINEERING MECHANICS 2008 (IM 2008)*, Svratka;
- Kalous, J. (2009) Program SNAP – a Tool for Electromechanical Drives Analyses. *Engineering Mechanics*, Vol. 16, No. 4, p. 251 – 264.

Odkazy na stránky softwarových produktů:

- VisSim: <http://www.vissim.com>
- Portunus: <http://www.cedrat.com/en/software-solutions/portunus.html>
- System Vision: <http://www.mentor.com/products/sm/multimedia/mechatronic-system-simulations-webinar>
- Saber: <http://www.synopsys.com/Tools/SLD/MECHATRONICS/Saber/Pages/default.aspx>
- MATLAB a Simulink: <http://www.humusofts.cz>
- DYNAST: <http://virtual.cvut.cz/dynastcz/>;
- MATHEMATICA: <http://www.wolfram.cz>;
- MathCAD: <http://www.mathsoft.cz>
- Maple: <http://www.maplesoft.com>;
- Snap: <http://snap.webpark.cz>
- Tina: <http://www.tina.com>
- Analog Insydes: <http://www.analog-insydes.com>