



THE ALTERNATIVE THERMODYNAMIC ANALYSIS OF THERMAL CYCLES FOR INTERNAL COMBUSTION ENGINES: GENERALIZED DEFINITION OF HEAT SUPPLY

Z. Bayer*

Summary: *An innovative model of the heat supply to the ideal thermal cycles is based on the following principles: a) heat is proportional to the expansion work, b) it is also proportional to the temperature difference between the working fluid and the cylinder wall, and c) the irreversibility of the thermodynamic processes is considered. The principle a) is worked up in detail. The thermodynamic analysis shows some important relations between the cycle parameters and the cycle criteria. The development of the model with regard to the principles b) and c) is undergoing.*

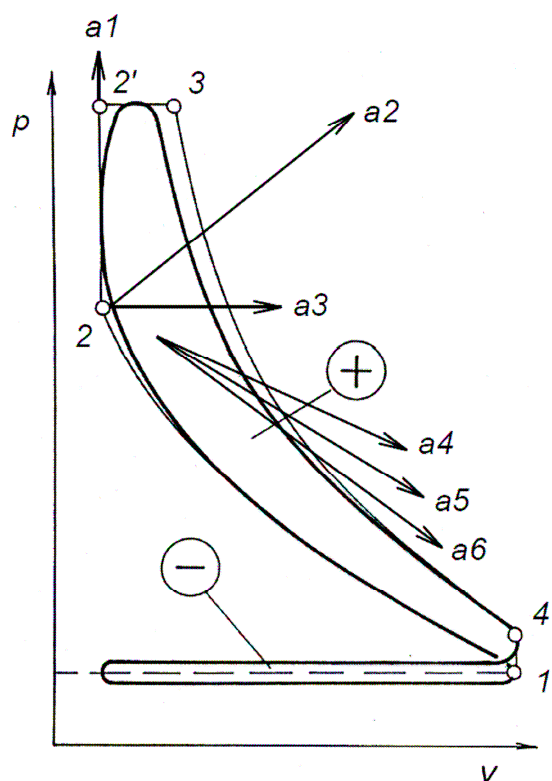
1. Úvod

Různé tepelné oběhy lze mezi sebou termodynamicky korektně porovnávat jen při jejich téměř teplotním poměru – tj. poměru maximální teploty příslušného porovnávacího oběhu a jeho rovněž teoretické minimální absolutní teploty, tedy zpravidla teploty okolí nebo vstupní teploty chladicí vody. Oběhy spalovacích motorů, zejména ty s izochorickým příívodem tepla, jsou v tomto ohledu ve značné nevýhodě, protože jejich teoretická maximální teplota je zřetelně vyšší než skutečná. Čelí se tomu různými způsoby, např. uvažováním střední teploty příívodu tepla, ale k většině z nich lze rovněž mít výhrady.

Na druhé straně se při označování typů tepelných oběhů v poslední době místo původních Ottův a Dieselův nebo pozdějších zážehový a vznětový prosazuje „s izochorickým - “ a „s izobarickým příívodem tepla“ [1,4,5,6,8]. To jednak přesněji vystihuje podstatu věcí, jednak upozorňuje na skutečnost, že možnosti způsobu příívodu tepla nejsou zřejmě vyčerpány: buď lze předchozí případy uvažující příívod tepla základní vratnou změnou doplnit **izotermickým** příívodem, nebo nejen všechny předchozí, ale vůbec všechny možnosti zastřešit univerzální změnou **polytropickou**. Na tuto možnost upozornil zejména Jante [2,3] a po něm také Trnka, Urban [7], aniž by se jí kromě několika základních vztahů dále věnoval. Také Macek [9] se izotermickým modelem příívodu tepla v zajímavých souvislostech zabývá a Bayer [4] uvádí oběh tohoto typu v rámci studie o jednoduchých cyklech tvořených třemi změnami stavu, vhodných pro syntézu a analýzu oběhů složených. Přestože izotermický model příívodu tepla v porovnání s realitou tepelným oběhům spalovacích motorů poněkud nadržuje, obecnější případ polytropického příívodu tepla do oběhu je natolik významný, že stojí za podrobnější rozpracování. Neporušuje se tím základní předpoklad, že porovnávací oběhy mají být tvořeny jen vratnými změnami. Změny $p, v, T = \text{konst.}$ jej splňují zcela samozřejmě a změnu polytropickou si lze představit jako složenou rovněž z těchto, ovšem infinitezimálních změn.

* Doc. Ing. Zdeněk Bayer, CSc., ÚT AVČR, Dolejškova 5, 182 00 Praha 8, e-mail bayer@it.cas.cz, tel. 266 053 033, fax 286 584 595

Studie v první řadě ukazuje, že tuto změnu lze pro daný účel formulovat názorněji a dále že její vliv v porovnání s klasickým modelem je velmi výrazný v pozitivním a z části i v negativním smyslu.



Obr. 1

2. Obecnější přívod tepla, základní děje

Teplo se v klasickém oběhu (obráz. 1) přivádí buď izochoricky (2-2'), nebo izobaricky (2'-3). Předpokládejme nyní, že ideální plyn expanduje ze stavu 2 za současného přívodu tepla a že toto teplo (q) je úměrné vykonané absolutní práci (l); konstanta úměrnosti je *měrná intenzita přívodu tepla* a . Podle I. zákona termodynamiky pak je

$$dq = du + dl = a \cdot dl, \quad (1)$$

kde u, q, l je vnitřní energie, přivedené teplo a objemová práce; po úpravě a rozvinutí tohoto principu je

$$a \cdot p \cdot dv = c_v \cdot dT + R \cdot T \cdot dv/v;$$

$$[\sum a_i + b_j \cdot (T - T_s)] p dv = c_v \cdot dT + \eta_p R \cdot T \cdot dv/v, \quad (1a, b)$$

kde p, v, T – je tlak, měrný objem a absolutní teplota, c_v, R, T_s, η_p – specifická tepelná kapacita při konstantním objemu, plynová konstanta, teplota stěny a polytropická účinnost. Ve vztahu (1b) může být děj uvažován po úsecích „i“ a „j“, a představuje se další princip výměny tepla charakterizovaný intenzitou b , uvažující chlazení válce a to spolu s dalším principem

respektujícím nevratnosti děje.

Po separaci proměnných, úpravě rovnice do bezrozměrného tvaru (vydělením c_v) a integraci plyne z rov. (1a)

$$T/T_2 = (v/v_2)^{(a-1) \cdot (\kappa-1)}, \quad p/p_2 = (v/v_2)^{(a-1) \cdot (\kappa-1)-1}, \quad (2a, b)$$

kde κ je Poissonova konstanta. Vztah (2) dává tři možnosti pro změnu teploty: pro $a > 1$ teplota roste, pro $a = 1$ se nemění, pro $a < 1$ klesá a pro $a = 0$ jde o změnu adiabatickou. Podmínka pro konstantní tlak zřejmě je

$$a = 1/(\kappa - 1) + 1, \quad \kappa = c_p/c_v, \quad (3)$$

což pro $\kappa = 1,4$ dá $a = 3,5$. Podobně platí, že pro izochorickou změnu je koeficient a roven nekonečnu. Tyto skutečnosti jsou zřejmé z obr. 1, na němž je ideální smíšený (Seiligerův – 1-2-2'-3-4-1) oběh spalovacího motoru v pracovním p - v diagramu a jeho reálnější podoba. Šipkami jsou označeny možnosti, které zahrnuje přívod tepla začínající v bodě 2 podle principu vyjádřeném rov. (1a): $a_1 \sim a = \infty$, $a_2 \sim \infty > a > 3,5$, $a_3 \sim a = 3,5$, $a_4 \sim 3,5 > a > 1$, $a_5 \sim a = 1$, $a_6 \sim 1 > a > 0$.

Porovnání exponentů takto definovaného děje se vztahy pro změnu polytropickou dá

$$n = 1 - (a - 1) \cdot (\kappa - 1), \quad a = 1 - (n - 1)/(\kappa - 1) = (\kappa - n)/(\kappa - 1) \quad (4a, b)$$

a pro úplnost

$$T/T_2 = (p/p_2)^E, \quad E = (n-1)/n = [(a-1)(\kappa-1)-1]/[(a-1)(\kappa-1)]. \quad (2c)$$

Podobně pro vykonanou práci platí

$$l = c_v \cdot (\kappa - 1) \cdot T_2 \cdot [(v/v_2)^{(a-1) \cdot (\kappa-1)} - 1] / [(a-1) \cdot (\kappa-1)], \quad (5)$$

což lze vydělením $(c_v \cdot T_1)$ uvést do bezrozměrného tvaru. Upravíme-li stejně výraz pro přivedené teplo, které je podle definice (1) a - násobkem této práce, máme

$$q_p^* = a \cdot \tau_2 \cdot (\varepsilon_2^{(a-1) \cdot (\kappa-1)} - 1) / (a-1) = a \cdot (\tau - \tau_2) / (a-1), \quad \tau = T/T_1, \quad \varepsilon_2 = v/v_2. \quad (6)$$

Předchozí výrazy jsou pro izotermickou změnu ($a=1$) neurčitě; limitním přechodem plyne

$$l^* = \tau_2 \cdot (\kappa - 1) \cdot \log(\varepsilon_2) = q_p^*. \quad (5a,6a)$$

3. Vliv způsobu přívodu tepla a kompresního poměru na ukazatele oběhu

Ve shodě s předchozími pracemi [11,12] je bezrozměrný výkon komprese

$$v_k = x - 1, \quad x = \varepsilon^{\kappa-1} = T_2/T_1, \quad \varepsilon = v_1/v_2. \quad (7)$$

Na ní v bodu 2 navazuje expanze provázená obecnějším přívodem tepla; pokud přitom teplota roste až do teploty dané teplotním poměrem oběhu $\tau = T_3/T_1$, platí pro přivedené teplo vzhledem k rov. (2,7) upravená rov. (6)

$$q_{pa} = a \cdot (\tau - x) / (a-1), \quad (8)$$

kde je pro jednoduchost dále vynecháno označení „*“, protože s bezrozměrnými výrazy tohoto typu se nyní bude pracovat standardně. Pro izotermickou expanzi pak je vzhledem k rov. (6a)

$$q_{pb} = a \cdot \tau \cdot (\kappa - 1) \cdot \log(\varepsilon_2). \quad (8b)$$

V případě, že teplota vzdor přívodu tepla v důsledku expanze klesá, a má-li se přitom pracovat s týmž teplotním poměrem oběhu, musí být nejvyšší teploty dosaženo kompresí. Platí proto $x = \tau$, původně nezávisle proměnná x tak odpadá a musí být užito jiné. Proto byl zaveden objemový expanzní poměr ε_2 , popř. jeho formálně jednodušší funkce $\varepsilon_2^{\kappa-1} = x_2$, takže dostaneme

$$T/T_{34} = \varepsilon_2^{(1-a) \cdot (\kappa-1)} = x_2^{1-a}, \quad q_{pc} = a \cdot \tau \cdot (1 - 1/x_2^{1-a}) / (1-a). \quad (8c)$$

Po přívodu tepla a částečné expanzi proběhne její zbývající část adiabaticky. Pro jednotlivé případy tak dostaneme postupně

$$\tau_{4a} = (\tau/x)^{\alpha/(\alpha-1)}, \quad \tau_{4b} = x_2, \quad \tau_{4c} = x_2^a. \quad (9a,b,c)$$

Teplo se v nepřepřlňovaných cyklech spalovacích motorů odvádí izochoricky, takže platí

$$q_o = \tau_4 - 1. \quad (10)$$

Pro měrný výkon a tepelnou účinnost pak pro jednotlivé případy intenzit přívodu tepla je:

a) pro $a > 1$ s pomocí rov. (8,9a,10)

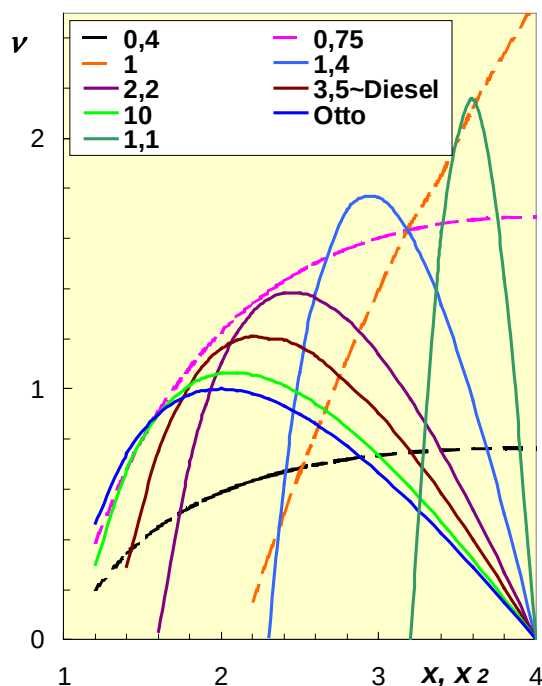
$$v_a = a(\tau - x) / (a-1) - (\tau/x)^{\alpha/(\alpha-1)} + 1, \quad \eta_t = [(\tau/x)^{\alpha/(\alpha-1)} - 1] \cdot (a-1) / [a \cdot (\tau - x)]; \quad (11a,b)$$

b) podobně pro $a=1$ s pomocí rov. (9,9b,10)

$$v_b = \tau \cdot \lg(x_2) - x_2 + 1, \quad \eta_{t,b} = v_b / \tau \cdot \lg(x_2); \quad (12a,b)$$

c) konečně pro $1 > a > 0$, s přihlédnutím k rov. (8,9c,10)

$$v_c = a \cdot (\tau - \tau/x_2^{1-a}) / (1-a) - x_2^a + 1, \quad \eta_{t,c} = v_c \cdot (1-a) / [a \cdot (\tau - \tau/x_2^{1-a})]. \quad (13a,b)$$



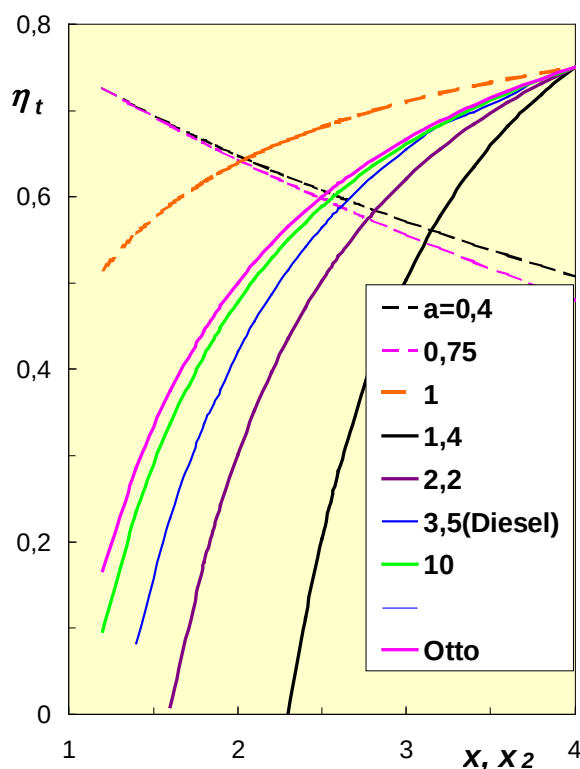
Obr. 2 Měrné výkony ideálních oběhů definované poměrou intenzitou přívodu tepla

Obr. 3 ukazuje, že vliv kompresního poměru a intenzity přívodu tepla na tepelnou účinnost oběhu je rovněž velmi silný. Závislost na kompresním poměru je však v tomto ideálním případě monotónní. Vliv veličiny a na tepelnou účinnost je přitom právě opačný než na měrný výkon: s jejím růstem tepelná účinnost roste. Rovněž pro případy $a < 1$, kdy je třeba uvažovat závislost na expanzním poměru, vychází jeho vliv opačně než v případě měrného výkonu. I zde proto platí závěr, že je nezbytné termodynamické vlastnosti cyklu posuzovat na základě dobře uváženého kompromisu mezi oběma hledisky.

4. Možnosti globální optimalizace oběhu

Vhodná volba zmíněného kompromisu není jednoduchou záležitostí. Mj. i proto, že kromě termodynamických vstupují do těchto úvah ještě důležitá hlediska praktická, jako je účel příslušného motoru, způsob jeho provozu, ekonomické okolnosti a pod. To ovšem neznamená, že termodynamika by neměla k tomuto rozhodování poskytnout jasně definované možnosti. Protože o nich se pojednávalo zevrubněji již v práci [11], zde připomeneme jen to nejdůležitější.

Vliv kompresního poměru a poměrného množství přivedeného tepla na měrný výkon oběhu ukazuje obr. 2, kde čárkované čáry platí pro $a \leq 1$. Je vidět, že obě veličiny měrný výkon ovlivňují velmi silně. Ten v závislosti na kompresním poměru nabývá výrazného maxima, které s klesající intenzitou přívodu tepla a nastává při stále vyšších kompresních poměrech s absolutním maximem $x = \tau$. Při dalším poklesu veličiny a pak už kompresní poměr setrvává na této hodnotě. Měrný výkon oběhu přitom s klesající veličinou a až do hodnoty odpovídající izotermické expanzi rychle roste a poté rovněž rychle klesá, přitom samozřejmě roste s rostoucím expanzním poměrem.



Obr. 3 Tepelné účinnosti ideálních oběhů s konstantní poměrou intenzitou přívodu tepla

Především je třeba znát extrémy jednotlivých ukazatelů. Tak pro maximum měrného výkonu a podmínku $a \geq 1$ lze najít nejprve

$$x_{v,max} = \tau^{E1}, \quad E1 = a/(2a-1), \quad (14)$$

a po dosazení do rov. (11)

$$v_{a,max} = [a\tau/(a-1) - (2a-1)\tau^{E1}/(a-1) + 1,$$

$$\eta_{t,a,v,max} = v_{a,max}(a-1) / [a(\tau - \tau^{E1})]. \quad (15a,b)$$

Podmínka (14) platí v intervalu $a=1$ až nekonečno, kde zmíněným mezím odpovídají exponenty 1 a 1/2. První hodnota vyjadřuje logickou podmínku, aby přívod tepla proběhl nejlepším možným způsobem, tj. stejně jako u Carnotova cyklu izotermicky, a je logické, že za daných podmínek je měrný výkon největší. Výrazy (15a,b) jsou pro $a=1$ neurčité; limitním přechodem dostaneme

$$v_{b,max} = \tau \cdot \lg(\tau) - \tau + 1,$$

$$\eta_{t,b,v,max} = v_{b,max} / \tau \cdot \lg(\tau). \quad (15c)$$

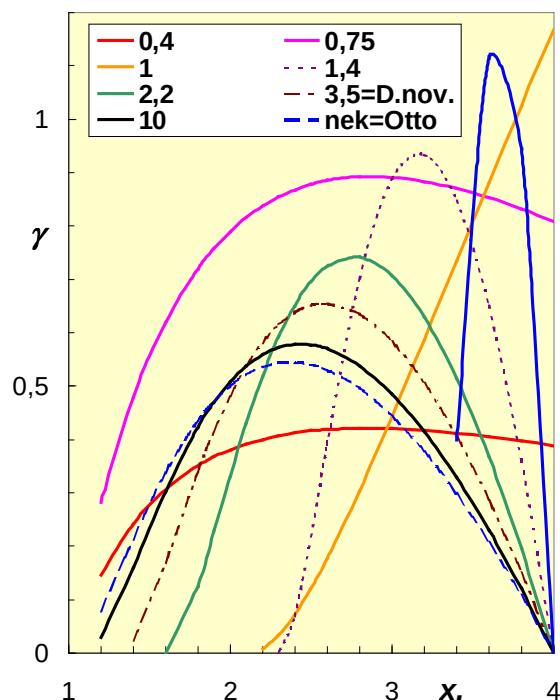
Maximum tepelné účinnosti ideálních oběhů spalovacích i některých dalších motorů nastává obecně za okolností, kdy měrný výkon je nulový, takže praktický význam nemá. V tomto případě tepelná účinnost monotónně roste s růstem veličiny x , takže maxima

$$\eta_{t,max} = 1 - 1/\tau \quad (16)$$

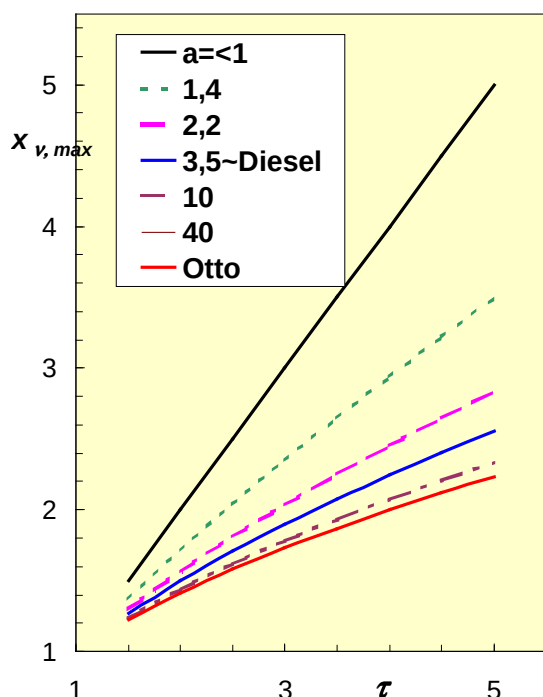
shodného s účinností Carnotova cyklu dosahuje v teoreticky nejvyšší hodnotě $x_\eta = \tau$. Nicméně máme tak druhou mez intervalu, v němž je třeba exaktně definovat termodynamický návrh oběhu. Z řady možností připadajících v úvahu byly v práci [11] diskutovány následující možnosti a pro klasické porovnávací oběhy odvozeny potřebné vztahy.

1. Kritérium maximálního měrného výkonu (index „v„). Ač jde o hranici zmíněného intervalu, má toto hledisko zásadní praktický význam, protože jednak úzce souvisí s investičními náklady, jednak je výhodné při provozu při částečném zatížení.

2. Formálně rovněž jednoduché je kritérium středního teplotního poměru komprese (index



Obr. 4 Kritérium $\gamma = v \cdot \eta_t$ ideálních oběhů s konstantní poměrou intenzitou přívodu tepla



Obr. 5 Vliv teplotního poměru oběhu a poměrné intenzity přívodu tepla na optimální kompresní parametr (x) při maximálním měrném výkonu

„g„). Ten lze definovat vahou v ve vztahu

$$x_v = x_v^v \cdot x_\eta^{1-v}, \quad (17)$$

kde x_v a x_η jsou teplotní kompresní poměry příslušné maximu měrného výkonu a tepelné účinnosti; volba váhy zde umožňuje libovolnou možnost mezi $v=0$, maximem tepelné

účinnosti a $v=1$, maximem měrného výkonu. Jednoduchá je přirozeně možnost $v=0,5$ odpovídající geometrickému středu. Potřebné vztahy lze snadno odvodit z předchozích rovnic.

3. Další kritérium (index „r,“) je definováno podmínkou, aby relativní pokles obou veličin vzhledem k maximu byl u obou ukazatelů týž, popř. při podrobnější váhové kvantifikaci v požadovaném poměru; zůstaneme-li u první varianty, je

$$v(x)/v_{max} = \eta_t(x)/\eta_{t,max} = (v(x)/q_p(x))/\eta_{t,max} \Rightarrow q_p(x) = v_{max}/\eta_{t,max}, \quad (18)$$

odkud lze dále odvodit hledanou kompromisní hodnotu veličiny x .

4. Rovněž zajímavou možností je definovat optimum na základě součinu obou krajních kritérií (index „γ,“), tj.

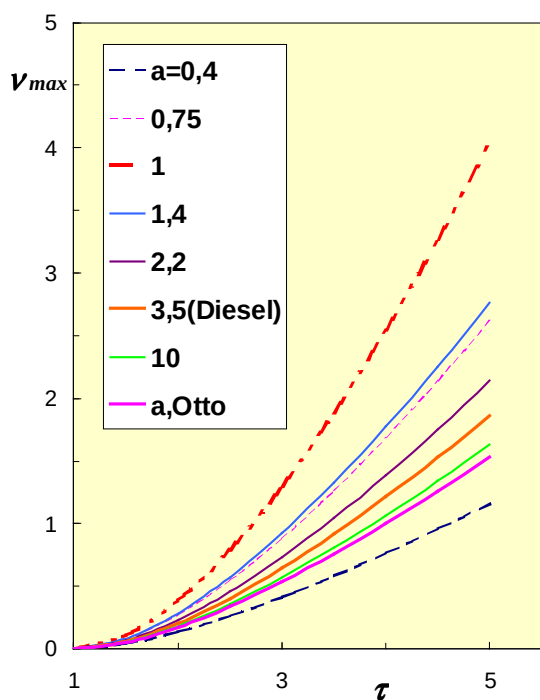
$$\gamma = v^v \cdot \eta_t^{1-v}. \quad (19)$$

Podmínku pro maximum této veličiny a tím pro příslušný optimální teplotní poměr komprese (x_r) lze sice odvodit, bohužel nikoliv v explicitním tvaru a to ani pro jednoduchý případ $v=1-v$. Platí ale, že tato veličina nejvíce ze všech dosud uvažovaných preferuje hledisko tepelné účinnosti. Kromě toho má tu vlastnost, že je blízká geometrickému středu kritéria 3, tj. veličině $x_{a,r,v=1/2} = (x_{a,r,\eta} \cdot x_{a,r,v})^{1/2}$.

Příklad, jak kompresní poměr a způsob přívodu tepla ovlivňuje tento globální ukazatel γ je na obr. 4. Porovnání s obr. 2 a 3 ukazuje, že se do něj dominantním způsobem promítá měrný výkon oběhu: platí o něm prakticky totéž, co bylo řečeno o vlivu sledovaných veličin právě na něj.

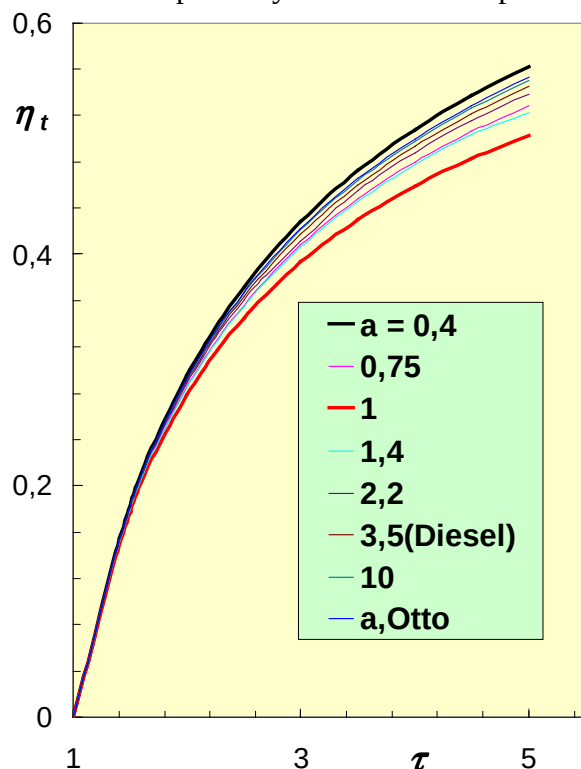
Tato skutečnost podporuje význam měrného výkonu jako kritéria, přestože jde o krajní hledisko. Vzhledem k síle zmíněné dominance lze soudit, že i při aplikaci jinak definovaných celkových kritérií vyzní závěry podobně.

Pokud užijeme jedné z definic návrhu cyklu a ponecháme všechny idealizující předpoklady, rostou všechny termodynamické parametry a ukazatelé monotónně s teplotou. Tak za předpokladu, že oběh je navržen z hlediska maximálního měrného výkonu, obr. 5 ukazuje, že příslušný optimální kompresní poměr roste s teplotou přibližně lineárně; roste také s klesající poměrnou intenzitou přívodu tepla a to až do mezní hodnoty odpovídající izotermické expanzi. Nejnižší hodnoty odpovídající Ottovu oběhu jsou přitom méně než poloviční.



Obr. 6 Vliv teplotního poměru oběhu a poměrné intenzity přívodu tepla na maximální měrný výkon

Kvalitativně podobný charakter má teplotní závislost maximálního měrného výkonu (obr. 6).



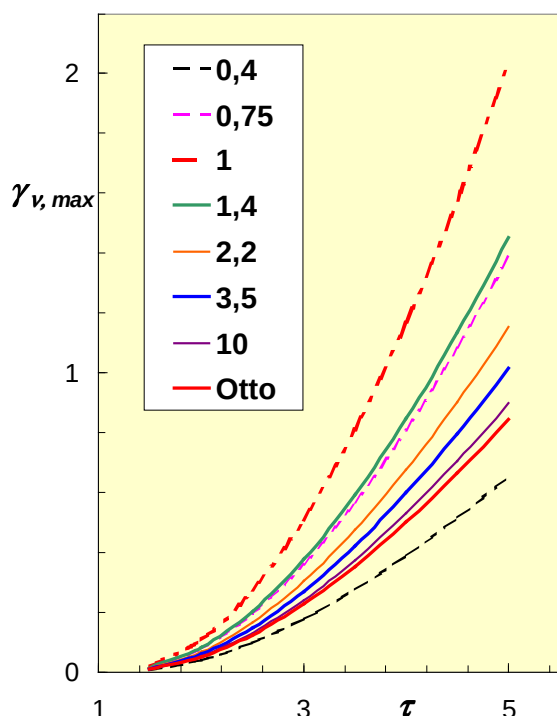
Obr. 7 Vliv teplotního poměru oběhu a poměrné intenzity přívodu tepla na tepelnou účinnost při maximálním měrném výkonu

Rozdíl je pouze v tom, že závislost je zřetelně progresivní: vliv teplotního poměru cyklu na tento ukazatel je tedy velice příznivý. Naproti tomu obr. 7 ukazuje, že závislost tepelné účinnosti na teplotě se od předchozí značně liší. Zachována zůstává pouze základní tendence, že tento ukazatel při jakékoliv intenzitě přívodu tepla roste. Platí však, že do tohoto vlivu se promítá charakter teplotní závislosti Carnotova cyklu a skutečnost, že nejmenší tepelná účinnost nastává pro podmínky odpovídající izotermické expanzi, přičemž pro $a > 1$ s růstem veličiny a roste a pro $a < 1$ s poklesem veličiny a roste. Je tomu tak proto, že poměrná intenzita přívodu tepla při jakémkoliv termodynamicky kompromisním řešení ovlivňuje střední teplotu odvodu tepla z hlediska tepelné účinnosti nepříznivě.

Za těchto okolností je přirozeně zajímavé, jak se zmíněné protichůdné tendence projeví u kombinovaných kritérií. Porovnání obr. 6 s obr. 8 ukazuje, podobně jako tomu bylo při sledování kompresního poměru, že vliv

měrného výkonu převážil nad vlivem účinnosti i u kritéria γ . Proto nepřekvapuje, že přes degresivní závislost tepelné účinnosti na teplotě, je růst součinitele γ podobně progresivní jako růst maximálního měrného výkonu.

5. Závěry



Obr. 8 Vliv teplotního poměru oběhu a poměrné intenzity přívodu tepla na kritérium γ při maximálním měrném výkonu

Kompresní poměr a *poměrná intenzita přívodu tepla* (a) ovlivňují velmi silně především měrný výkon oběhu. Ten v závislosti na kompresním poměru nabývá výrazného maxima, které s klesající intenzitou přívodu tepla nastává při stále vyšších kompresních poměrech s absolutním maximem $x = \tau$ pro $a = 1$. Přitom však je pásmo vhodných kompresních poměrů čím dál užší. Při dalším poklesu a už setrvává na této maximální hodnotě. Měrný výkon oběhu přitom s klesající intenzitou přívodu tepla až do hodnoty odpovídající izotermické expanzi rychle roste a poté klesá.

Rovněž tepelná účinnost je kompresním poměrem a veličinou a silně ovlivněna, ale zřetelně jiným způsobem než měrný výkon: s růstem a monotónně roste až do krajní hodnoty odpovídající izochorickému ději.

Protože pro $a < 1$ je kompresní poměr dán, je charakteristickou veličinou expanzní poměr děje, při němž se teplo přivádí. S jeho růstem tepelná účinnost klesá. Z těchto protichůdných tendencí plyne, že kompromis mezi oběma hledisky je nezbytný a že je třeba jej pečlivě zvážit a přesně definovat.

V této souvislosti bylo znovu uvažováno více koncepcí, přičemž jako nejvhodnější kompromis se ukázal součin obou kritérií - ukazatel γ . Platí však, že čím nižší jsou hodnoty poměrné intenzity přívodu tepla a , tím silněji se ve všech globálních kritériích prosazuje vliv měrného výkonu. Jako obecný poznatek tedy platí, že: 1) s klesajícím poměrným teplem kvalita cyklu roste a to až do intenzity odpovídající izotermické expanzi, 2) poté s jeho dalším poklesem opět klesá. 3) Současně rostou i kompresní poměry příslušných extrémů a to až do nevyšších hodnot při $a = 1$, poté stagnují; 4) po formální stránce v průběhu celého poklesu veličiny a nabývá na významu měrný výkon oběhu jako kritérium termodynamické kvality cyklu.

Optimalizace kompresního poměru oběhu podle zvoleného kritéria umožňuje sledovat jeho vlastnosti a ukazatele v požadovaném intervalu jeho teplotních poměrů a potvrdila logický předpoklad, že všechny termodynamické parametry a ukazatelé s teplotou monotónně rostou.

8. Poděkování

Problém byl řešen za laskavé podpory **Prog. MŠMT of the Cz. Rep. No. 1 M06031**

9. Literatura

- [1] Van Wylen, G.J., Sonntag, R.E.: Fundamentals of classical thermodynamics. J. Wiley London 1973
- [2] Hinze, W.: Zur Wirkungsgradminderung durch den Verlust bei Dieslmotoren. MTZ 1965, sešit 1
- [3] Jante, A.: Einige Grundprobleme der Verbrennungsmotoren mit Hilfe idealer Kreisprozesse beurteilt. MTZ 1966, Heft 7
- [4] Kožoušek, J.: Teorie spalovacích motorů. SNTL/ALFA Praha 1971
- [5] Benson, R., S. and Whitehouse, N., D.: Internal Combustion Engines, Vols. 1 and 2, Pergamon, Oxford, 1979
- [6] Heywood, J, B: Internal combustion engine fundamentals. McGraw-Hill, N. York, 1988
- [7] Trnka, J., Urban, I.: Spalovací motory, ALFA, Bratislava / F 12 331/1b, 1992
- [8] Stone, R.: Introduction to internal combustion engines. SAE Int. Warrendale 1992
- [9] Macek, J., Suk, B.: Spalovací motory I. Skripta ČVUT, Praha, 2002
- [10] Bayer, Z.: Termodynamické charakteristiky porovnávacích tepelných oběhů tvořených třemi vratnými změnami a některé možnosti jejich aplikací, 20. Mezinárodní konference kateder a ústavů vyučujících mechaniku tekutin a termomechaniku, Kouty nad Desnou, 2001
- [11] Bayer, Z.: "An alternative thermodynamic analysis of ideal thermal cycles of piston combustion engines. The formulation and derivation of fundamental combined optimes and the real effect of the Poissons constant." National conf. with International Participation Engineering Mechanics 2007, Svratka, Czech Republic, May 14-17, s. 11,12, ISM FME BUT Brno
- [12] Bayer, Z.: Odhad vlivu teplotní závislosti tepelných kapacit pracovní látky na vlastnosti oběhů. XXVII. Setkání kateder mechaniky a termomechaniky, Plzeň 2008, ZČU Plzeň 2008, 21-28