

NONREVERSIBLE PHENOMENON IN MORTAR MATERIALS DURING THEIR CYCLIC OPENING AND CLOSING CRACKS

M. Posch, P. Řeřicha ¹

Summary: *The paper provides a support for the fatigue live function, describes behavior of mortar materials during cyclic opening and closing cracks based on laboratory examinations with brickwork pillar specimens. The basic expectations on fatigue live function are introduced together with knowledge of fracture mechanics that was used for its creation.*

1. Úvod

Pro snadnou srozumitelnost a pozdější odvolávky zopakujeme základní vztahy a mezní vztahy na kterých je založena koncepce TP199.

Mezní stav opakovaného zatížení (MSOZ) přímo souvisí s únavovou životností materiálu, jež je způsobena kumulací poškození materiálu vlivem opakovaného zatížení. V konstrukci mostu může opakované zatížení způsobit kumulaci poškození u malty resp. obecněji u zdiva klenby. U jiných nosných částí konstrukce mostu se kumulace poškození vlivem opakovaného zatížení neuvažuje.

Mezní břemeno pro (MSOZ) je takové břemeno, které při opakovaném zatížení nezpůsobuje kumulaci poškození žádné nosné konstrukce mostu. Metoda odhadu zatížitelnosti zděných klenbových mostů dle navržených technických podmínek TP199 je dána:

- Mezním stavem opakovaného pohyblivého zatížení, superponovaného na zatížení vlastní tíhou, kde kritériem je dosažení směrné hloubky $c_{o,lim}$.
- Mezním stavem únosnosti při nejnepříznivější poloze nahodilého zatížení, kde pro zjednodušení výpočtu se za nejnepříznivější polohu považuje jednotně pro všechny mosty zadní náprava (nápravy při více pruzích) nad $1/4$ rozpětí klenby. Kritériem je

-zhroucení klenby, které obvykle nastává po vytvoření čtyř fiktivních kloubů nebo smykovým porušením styčné spáry klenby.

-vytvořením smykových plastických ploch v náspu způsobující nepřípustné deformace v náspu a následně konstrukci vozovky.

Malta ve spáře je při pojezdu vozidla přes konstrukci mostu namáhána střídavě v tlaku a tahu. Tento fakt vyplývá například ze dvou stavů namáhání mostu označených A) a B).

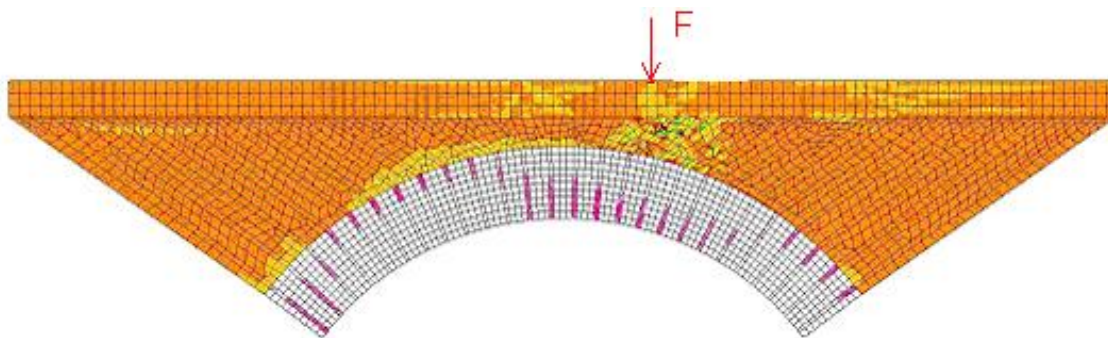
Stav A) Mezní stav únosnosti, kdy se zatěžovací břemeno nachází nad $1/4$ rozpětí klenby, viz Obr. 1 platí:

¹ Ing. Marek Posch, Prof. Petr Řeřicha, DrSc., Czech Technical University in Prague - Faculty of Civil Engineering, Department of Mechanics, Thákurova 7, 166 29 Praha 6 - Dejvice. e-mail posch.marek@seznam.cz

- U materiálu malty ve spárách klenby pod břemenem jsou tažena spodní vlákna.
- U materiálu malty ve spárách klenby na opačné straně mostu přibližně v $3/4$ rozpětí klenby jsou tažena horní vlákna viz Obr. 1.
- Zpravidla vznikají trhliny i na jiných místech konstrukce klenby než je výše uvedeno.

Stav B) Mezní stav únosnosti, kdy se zatěžovací břemeno nachází nad $3/4$ rozpětí klenby viz Obr. 2 platí:

- U materiálu malty ve spárách klenby pod břemenem jsou tažena spodní vlákna. Tato vlákna jsou tažena na opačné straně oproti případu A.
- U materiálu malty ve spárách klenby na opačné straně mostu přibližně v $3/4$ rozpětí klenby jsou tažena horní vlákna viz Obr. 1 Tato vlákna jsou tažena na opačné straně oproti případu A.
- Zpravidla vznikají trhliny i na jiných místech konstrukce klenby než je výše uvedeno a tyto trhliny se vyskytují symetricky kolem osy souměrnosti mostu oproti stavu A.



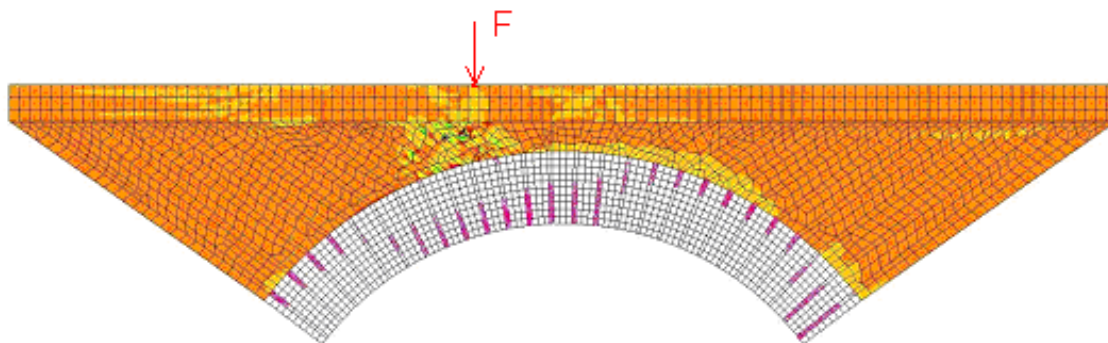
Obr. 1: Mezní stav únosnosti A-zobrazení trhlin a plastických deformací v konstrukci.

Trhliny v klenbě jsou znázorněny silnými červenými čarami. Pevnost malty v jednoosém tahu(odhadnuto 150kPa), oproti pevnosti malty v jednoosém tlaku(odhadnuto 10MPa) je téměř zanedbatelná. Proto místa ve spárách, kde silná čára není vyznačena je normálová složka hlavního napětí k rovině spáry téměř rovna nule nebo je tlaková.

Z Obr. 1 a Obr. 2 vyplývá, že převážná část trhlin je při přejezdu břemena namáhána opakovaně střídavým tlakem a tahem s opakovaným otevíráním a zavíráním trhlin.

2. Zkratky

S-N diagram : diagram jenž vyjadřuje vztah mezi maximálním dosaženým napětím v materiálu a počtu cyklů při kterých dojde k plné kumulaci poškození materiálu, pokud by se pod tímto



Obr. 2: Mezní stav únosnosti B zobrazení trhlin a plastických deformací v konstrukci.

napětím materiál opakovaně zatěžoval stejným typem zatížení.

$c_{o,lim}$: maximální relativní hloubka trhliny v klenbě zděného klenbového mostu.

p : funkce poškození

Δp : přírůstek funkce poškození.

N : počet cyklů symetrického zatěžování.

σ_a : amplituda napětí opakovaného namáhání.

σ_m : střední hodnota napětí opakovaného namáhání.

σ_{ar} : je amplituda souměrného cyklu, při které dojde k úplnému porušení při stejném počtu cyklů jako v případě s amplitudou σ_a a střední hodnotou σ_m .

N_f : Počet zatěžovacích cyklů namáhání $f(\sigma_a, \sigma_m)$, které by způsobily úplné porušení materiálu(konstrukce) na neporušeném vzorku materiálu(konstrukce).

3. Mezní stav opakovaného zatížení

Krom výše uvedených dvou mezních stavů (meze použitelnosti-ohledně maximální relativní hloubky trhliny $c_{o,lim}$ a meze únosnosti) vede opakované zatížení ke snížení pevnosti materiálu v našem případě malty. Mezní stav opakovaného zatížení(MSOZ) přímo souvisí s únavovou životností materiálu, jež je způsobena kumulací poškození materiálu vlivem opakovaného zatížení. V konstrukci mostu může opakované zatížení způsobit kumulaci poškození u malty resp. obecněji u zdiva klenby. U jiných nosných částí konstrukce mostu se kumulace poškození vlivem opakovaného zatížení neuvažuje.

Mezní břemeno pro (MSOZ) je takové břemeno, které při opakovaném zatížení nezpůsobuje

kumulaci poškození žádné nosné konstrukce mostu.

4. Únavová životnost a mezní stav opakovaného namáhání zdiva

Únavová životnost pro zděné konstrukce nebo pro materiál malty není dosud jednoznačně popsána. Asi nejlépe by vliv cyklického zatížení na únavu materiálu vystihovaly konstitutivní vztahy do kterých by se dosadily příslušné parametry materiálu, typ zatížení a výsledkem by byl počet cyklů, při kterých by bylo dosaženo úplného poškození. Sestavení těchto konstitutivních vztahů je však velice náročné.

Asi nejčastěji se používá S-N diagram, který vyjadřuje vztah mezi maximálním dosaženým napětím v materiálu a počtu cyklů při kterých dojde k plné kumulaci poškození materiálu, pokud by se pod tímto napětím materiál opakovaně zatěžoval. V jakém rozmezí napětí kolísá, závisí na typu zatěžování.

Maximální hodnota dosaženého napětí při opakovaném zatížení je volena tak, aby při něm nedocházelo k plastickým deformacím. Pokud by docházelo k plastickým deformacím, došlo by v průběhu zatěžování k nadměrnému růstu deformací. Tím by se značně snížila životnost materiálu na několik málo cyklů. Počet těchto zatěžovacích cyklů by byl řádově nižší nebo roven než počet cyklů při nízkocyklické únavě (min. 1000 cyklů) cca 100 cyklů viz [3], [6]. U mostů je uvažováno 5 mil. zatěžovacích cyklů za 50 let užívání a až 10 mil. zatěžovacích cyklů během celého života mostu. Materiály podrobené takovému množství cyklů podléhají vysokocyklické únavě (min 1000 000 cyklů).

Pokud maximální napětí pro daný typ zatížení nepřekročí jistou hranici, lze materiál opakovaně namáhat libovolným počtem cyklů viz funkce únavové životnosti na Obr. 3 napětí σ_N . Materiály při těchto napětích mají trvalou únavovou pevnost viz Obr. 3. V současnosti ze stavebních materiálů jsou nejvíce popsány únavové křivky životnosti pro materiál oceli, dřeva a o něco méně pro beton. U ostatních materiálů jsou křivky známy jen sporadicky a jen pro jisté vymezené případy namáhání.

Faktory ovlivňující únavovou životnost

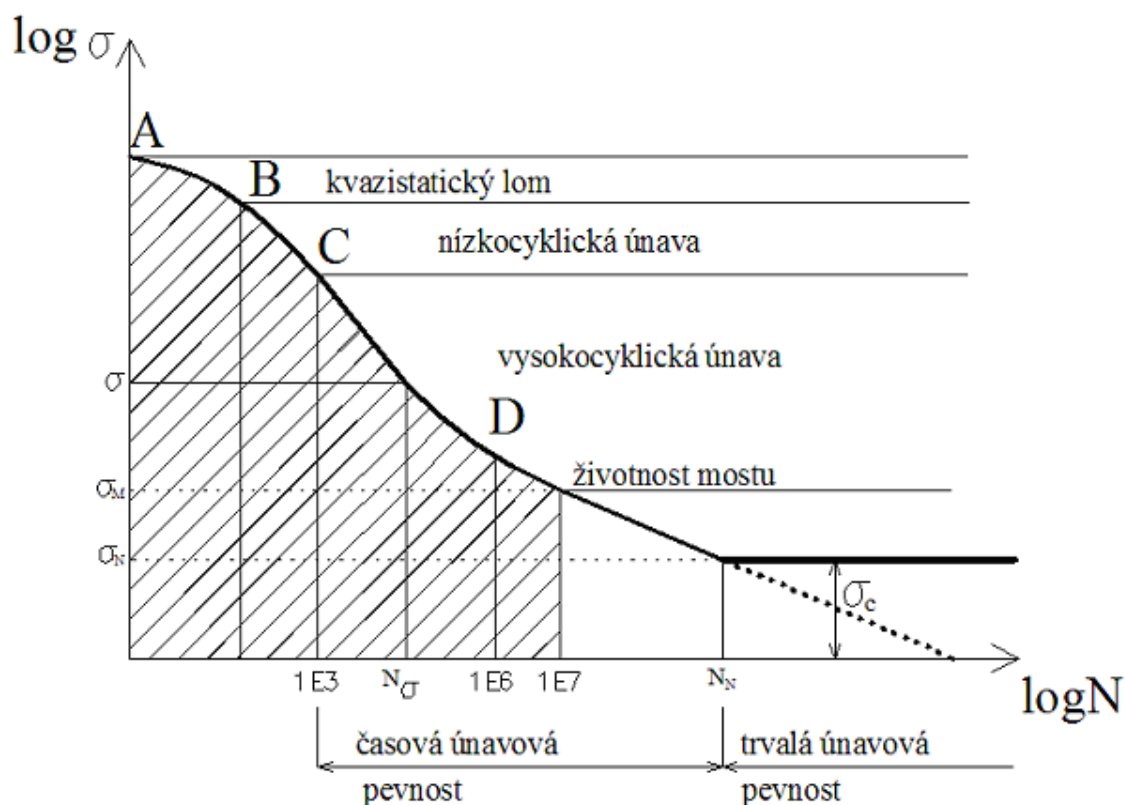
1) Charakteristiky zatěžování

- Rozkmit napětí $\Delta\sigma$.
- Parametr asymetrie cyklu (nejčastěji střední hodnota zatížení σ_m).
- Frekvence zatěžování.
- Tvar zatěžovacího cyklu.
- Stav napjatosti (rovinná deformace, rovinná napjatost)
- Zbytková pnutí - vyvolané vlivem elasto-plastické odezvy materiálu na předchozí zatěžování)

2) Charakteristiky prostředí

- Teplota
- vlhkost

Únavová životnost se též často vyjadřuje pomocí grafu $F(s) - \log N$ viz ?? Obr. ??.



Obr. 3: Funkce únavové životnosti malty(S-N).

5. Vliv rozkmitu napětí a parametru asymetrie cyklu ($\Delta\sigma$, σ_m) na únavovou životnost.

Nejčastěji pro posuzování a navrhování konstrukcí na předem definované opakované zatížení se využívá Palmgrenova-Minerova teorie, která je založena na lineární kumulaci poškození. Využívá se S-N funkce. Při každém zatěžovacím cyklu, při kterém se dosáhne maximálního napětí σ_a , nastane vždy stejné poškození

$$\Delta p = \frac{1}{N(\sigma_a)} = \frac{1}{N_f} \quad (1)$$

které se během cyklického zatěžování sčítá. Hodnota $N_f(\sigma_a)$ znamená počet zatěžovacích cyklů s max. napětím σ_a , které by způsobilo úplné porušení vzorku, kdyby byl vzorek zatěžován právě maximálním napětím a tímto typem namáhání. Pokud označíme funkci poškození p a přírůstek funkce poškození Δp , potom:

$$p = p(\Delta p(\sigma_m, \sigma_a)) \quad (2)$$

$$p \in \langle 0, 1 \rangle \quad (3)$$

$$p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \dots + \Delta p_k = \sum_{j=1}^k \Delta p_j \in \langle 0; 1 \rangle. \quad (4)$$

Obvykle maximální dosažené napětí σ_a není v průběhu zatěžování konstantní. Pokud se v cyklickém zatěžování vyskytnou cykly se stejným dosaženým maximálním napětím σ_a v počtu n , přírůstek poškození vzniklý od napětí σ_a bude roven

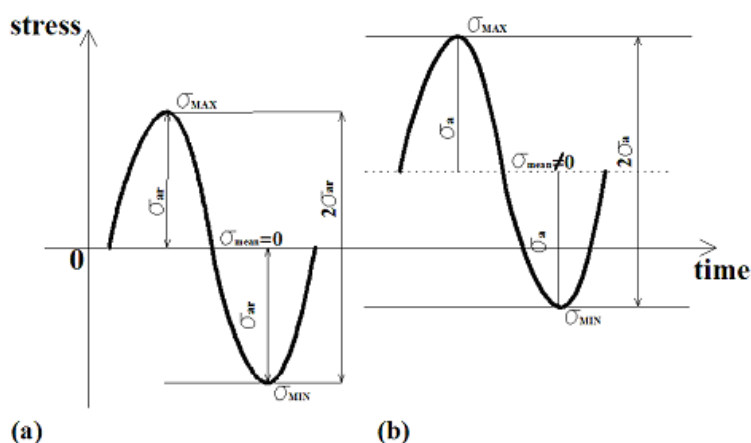
$$\Delta p = \frac{n}{N_f}. \quad (5)$$

Pokud funkce poškození nabude hodnoty $p = 1$, nastane úplné porušení vzorku. Rovnici úplného porušení získáme pomocí (4) a (5):

$$p = \frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \dots + \frac{n_k}{N_{fk}} = \sum_{j=1}^k \frac{n_j}{N_{fj}} = 1, \quad (6)$$

kde $n_1, n_2, \dots, n_k$ jsou počty zatěžovacích cyklů pro jednotlivé maximální dosažené napětí $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \dots, \sigma_{ak}$ a daný způsob namáhání. $N_{f1}, N_{f2}, \dots, N_{fk}$ je počet zatěžovacích cyklů s max. napětím $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \dots, \sigma_{ak}$, které by způsobilo úplné porušení vzorku, kdyby byl vzorek zatěžován právě těmito maximálními napětími při tomto typu namáhání. Obecně kolísání napětí vychází z druhu namáhání.

Obecně však S-N funkce pro různé typy zatěžování nejsou definovány, neboť by k získání S-N funkcí znamenalo provést nekonečně velké množství testů pro různou střední hodnotu a amplitudu napětí viz Obr. 4b, jež by definovali různé typy zatížení. Proto se obvykle provádí testy materiálů pouze pro souměrné cyklické zatěžování ($\sigma_{mean} = 0$) s různými amplitudami napětí viz Obr. 4a tak, aby se získala S-N ($\sigma_{mean} = 0$) funkce, která má obdobné vlastnosti jako funkce na Obr. 3



Obr. 4: Cyklické zatěžování a) souměrné b) nesouměrné.

S-N funkce vyjadřující závislost σ_{ar} na N se nejčastěji vyjadřuje dle Basquin-Wohlerova zákona:

$$\sigma_{ar} = k N_f^a, \quad (7)$$

kde k je součinitel únavové pevnosti a a je součinitel únavové životnosti. N je počet cyklů symetrického zatěžování materiálu s amplitudou $\sigma_{ar} = \sigma(N)$, po kterých by se materiál úplně porušil, kdyby byl jimi zatěžován. Nesymetrické zatěžování obecně snižuje únavovou životnost. Materiály namáhané cyklicky souměrným napětím o velikosti σ_{ar} snesou více cyklů než materiály namáhané tím samým napětím nesouměrně.

Pro návrh nebo posouzení konstrukcí na opakované namáhání se užívá Goodmanovo nebo Gerberovo pravidlo o vlivu středního napětí na únavovou životnost:

- Goodmanovo pravidlo:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1 \quad (8)$$

- Gerberovo pravidlo:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 = 1, \quad (9)$$

kde u obou pravidel znamená σ_a, σ_m amplitudu a střední napětí obecného cyklu. σ_{ar} je amplituda souměrného cyklu, při které dojde k úplnému porušení při stejném počtu cyklů jako v případě s amplitudou σ_a střední hodnotou σ_m . R_m je mez pevnosti materiálu. Goodmanovo pravidlo je více na straně bezpečnosti, protože více omezuje amplitudu σ_a v závislosti na σ_m . Dosazením vztahu (7) do (8) po úpravě obdržíme

$$\sigma_a = k N_f^a \left[1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right] \quad (10)$$

Poměrně přesný popis vlivu středního napětí na únavovou životnost materiálu je znám převážně u materiálů s podobnými vlastnostmi v tlaku a tahu a značným zpevněním jako je například ocel. Charakteristické vlastnosti pro tyto materiály jsou:

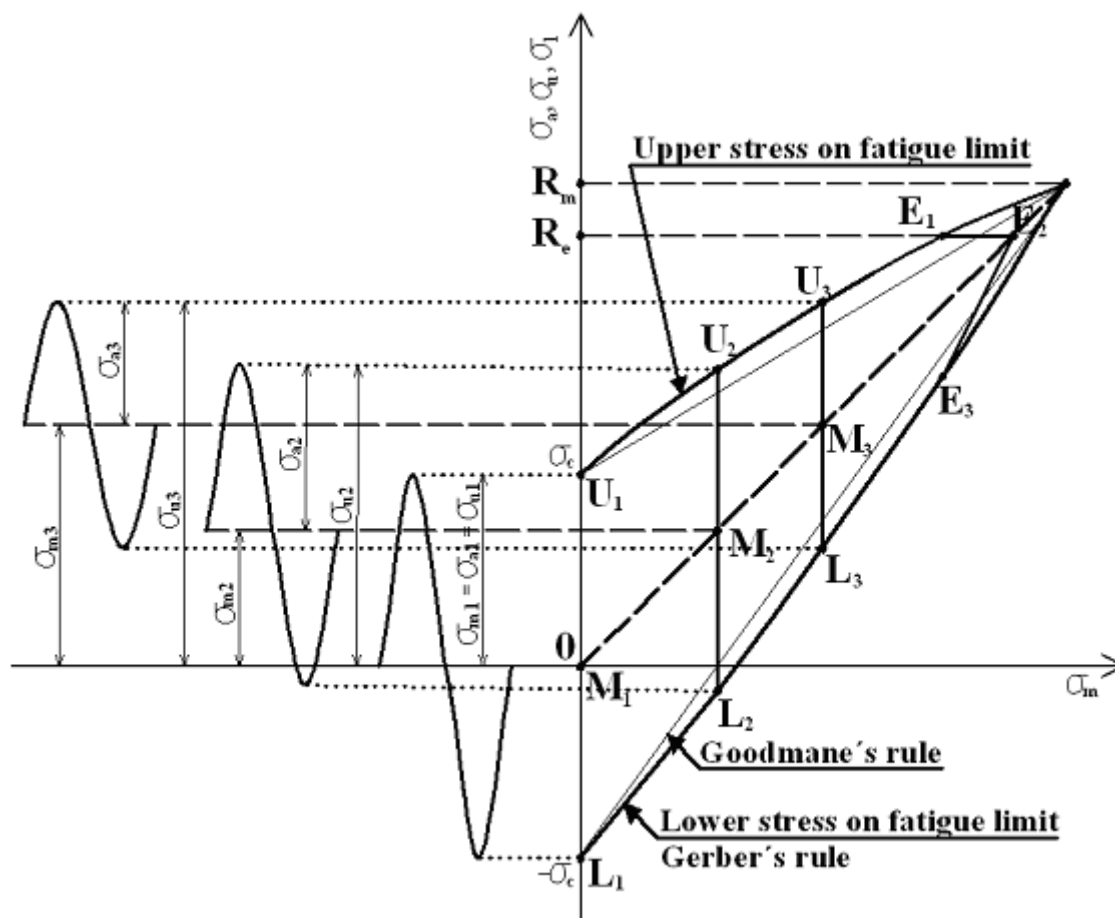
- Značná pevnost v tahu a mez pružnosti .
 - V zatěžovací části cyklu, charakterizované nerovností $d\sigma/dt > 0$, se při vzniku trhliny na čele trhliny vytvoří monotónní plastická zóna, jejíž velikost je nepřímo úměrná druhé mocnině meze kluzu v tahu.
 - V odlehčovací části cyklu, kde $d\sigma/dt < 0$ vznikají před čelem trhliny zbytková tlaková pnutí, která jsou tím větší čím je větší pokles napětí. V důsledku těchto tlakových pnutí dojde k vytvoření reverzivní plastické zóny jejíž velikost je nepřímo úměrná druhé mocnině meze kluzu v tlaku, která je v důsledku Bauschingerova efektu asi dvakrát větší než mez kluzu v tahu.

Pro takovéto materiály lze pro vliv středního napětí na únavovou životnost uplatnit Goodmanovo a Gerberovo pravidlo pro zatěžování v tahu i tlaku. Pro konstantní únavovou životnost materiálu z (8), (9) a (10) vyplývá vztah pro Goodmanovo pravidlo (11) a Gerberovo pravidlo (12).

$$\frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}} = \text{const.} \approx N_f \quad (11)$$

$$\frac{\sigma_a}{\left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m}\right)^2} = \text{const.} \approx N_f \quad (12)$$

Význam vlivu středního napětí na únavovou životnost ve smyslu vztahu (11) a (12) je znázorněn na Obr. 5 Vzhledem k tomu, že při vysokocyklické únavě nejsou přípustné plastické deformace, je maximální napětí omezeno mezí pružnosti R_e .



Obr. 5: Smithův diagram pro materiály s dostatečně velkou pevností v tahu i tlaku. σ_m a $\sigma_a \cdot N_f$ je konstantní.

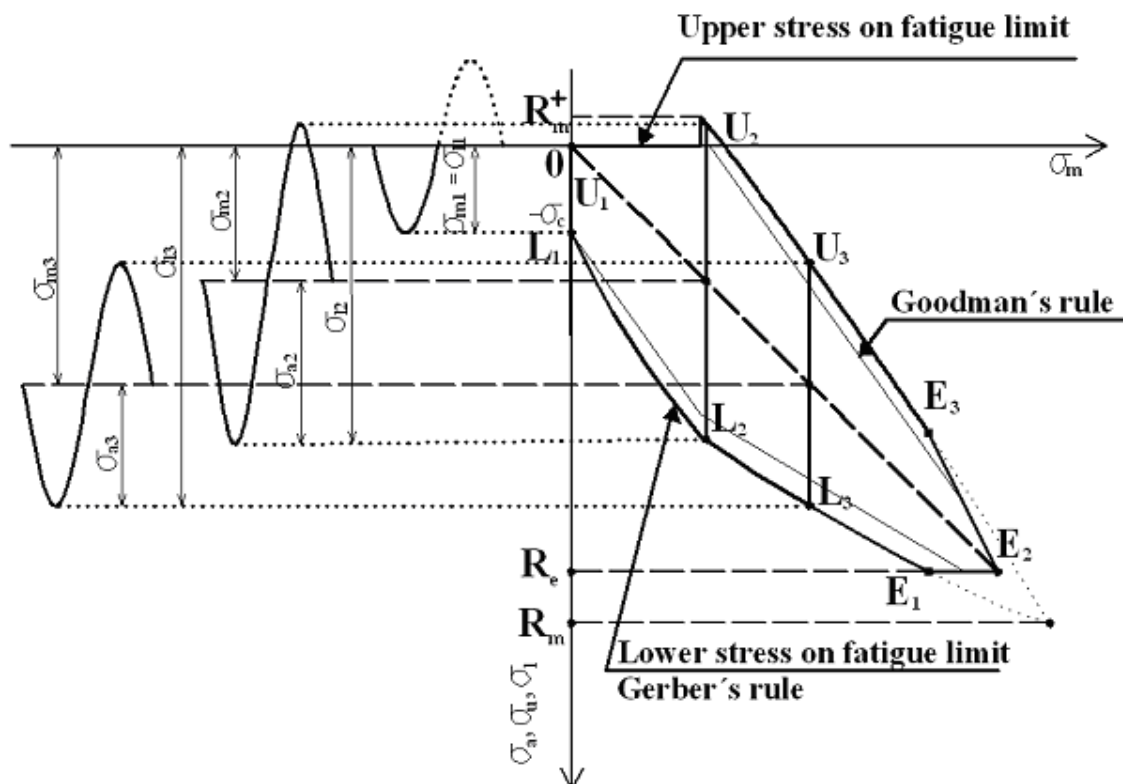
Odvození napjatosti na mezi únavy u kvazikřehkých materiálů (malty). Podstatně odlišné chování lze očekávat u kvazikřehkých materiálů jako je například malta. Charakteristiky těchto materiálů jsou:

- Nízká pevnost v tahu oproti pevnosti tlaku.
- Goodmanovo a Gerberovo pravidlo se očekává pro tlakové zatěžování.
- Přispění snížení únavové životnosti vlivem efektu otevírání a zavírání trhlin při cyklickém zatěžování kombinací tahu a tlaku. Nejedná se však o klasické šíření únavových trhlin, jako u ocelových materiálů viz [7], neboť na

Při opakovaném zatěžování tahovým a tlakovým napětím, kde tahové napětí překročilo mez pevnosti v tahu dochází k otevírání trhliny. Lze očekávat, že při opakovaném otevírání trhliny, bude docházet k mechanismu nevratných změn v podobě oddrolování zrn na površích trhliny vlivem otevírání a zavírání trhliny. Lze předpokládat, že efekt otevírání trhliny se bude projevovat tím účinněji, čím větší bude šířka trhliny.

Při zatěžování materiálu malty pouze cyklickým tlakovým napětím je Basqin-Wohlerův zákon platí v plném rozsahu viz Obr. 6 část Smithova diagramu $U_2-E_2-L_2$. Podobně by se choval materiál malty i při cyklickém zatěžování kombinací tahu a tlaku, kdyby byl efekt otevírání tahové trhliny zanedbán. To znamená, že by při otevírání a zavírání trhlin nedocházelo k nevratným změnám oddrolování zrn. Změnily by se pouze vlivem redukce průřezu součinitelé únavové pevnosti a životnosti v Basqin-Wohlerově zákoně a vytvoření trhliny by představovalo v Smithově diagramu pouze nespojitost první derivace v místě vzniku trhliny viz. Obr. 6 bod L_2 . Vzhledem k tomu, že při vysokocyklické únavě nejsou přípustné plastické deformace, je maximální napětí v tlaku omezeno mezí pružnosti R_e .

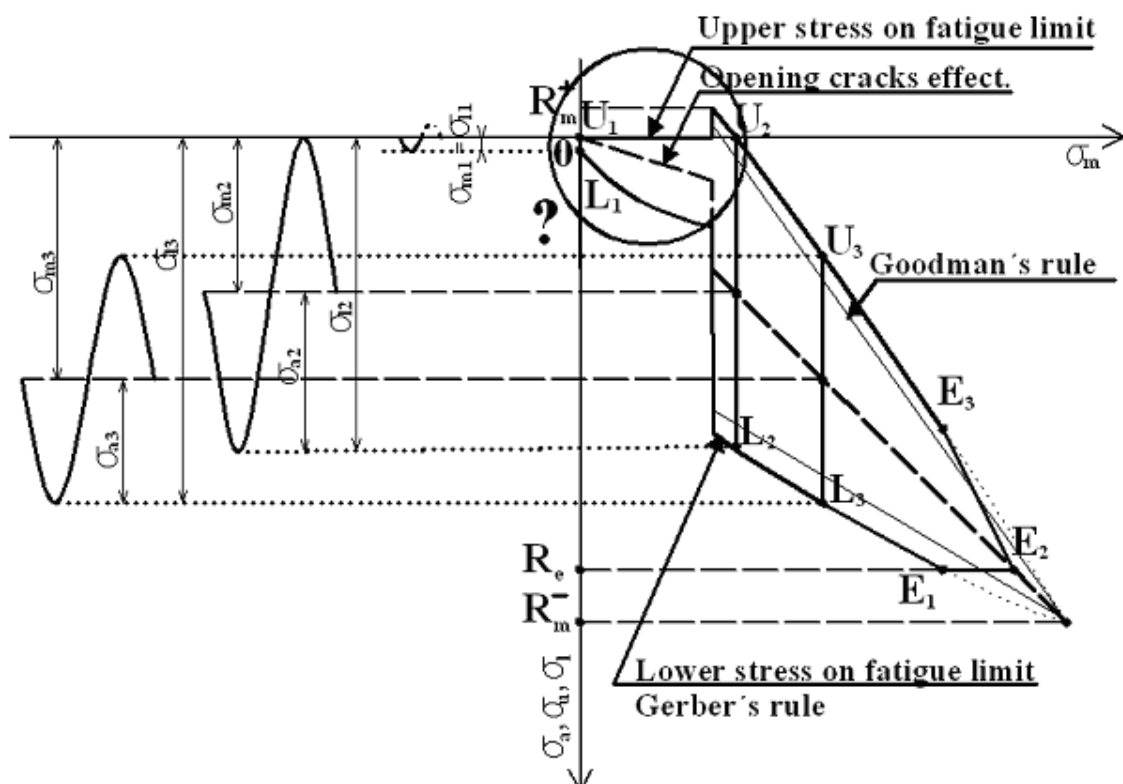
Efekt otevírání trhliny vlivem tahového napětí v závislosti na maximální šířce trhliny se promítne v křivce únavové životnosti viz Obr. 7. Dojde ke skokovému snížení napětí s prudším poklesem amplitudy zatěžování, než je tomu při zanedbání efektu otevírání trhliny, nebo při tlakovém zatěžování. Ke strmějšímu poklesu amplitudy v intervalu L_1-L_2 dochází z důvodu různé kmitavé vzdálenosti povrchů trhliny (různé šířky trhliny) a závislost L_1-L_2 je de facto závislostí maximálního dosaženého napětí při kmitání na šířce trhliny. Pokud by šířka trhliny neměla v intervalu L_1-L_2 vliv a uplatňoval by se pouze efekt otevírání trhliny, potom by se část intervalu L_1-L_2 řídila opět upravenými parametry v Basqin-Wohlerově. Napětí a meze únosností na Obr. 5,6,7 jsou zakresleny pouze schematicky a velikost jejich poměrů je volena tak, aby obrázky vystihovaly danou problematiku. Taktéž závislost únavové křivky na 7 v části vzniku trhliny je pouze odhadnuta.



Obr. 6: Smithův diagram pro kvazikřehký materiál-maltu se zanedbáním efektu otevírání trhliny.

Odvození Smithova diagramu pro interval U_1 - U_2 , L_1 - L_2 vyplývá buď ze S-N diagramů pro materiál malty s efektem cyklického otevírání a zavírání trhliny nebo modifikovaných vztahů (10) a (11). Doposud však modifikované vztahy (10) a (11) zohledňující malou pevnost v tahu a vliv otevírání a zavírání trhliny nebyly navrženy a efekt cyklického otevírání a zavírání trhliny u kvazikřehkých materiálů s malou jednoosou pevností v tahu nebyl dosud popsán. Proto byly navrženy testy na vzorcích zdiva viz oddíl 6.

Pro maltu popsány některé speciální případy cyklického zatěžování zdiva pouze tlakem, což by odpovídalo intervalu U_2 - E_2 - L_2 viz Obr. 7. Tato měření byla provedena většinou na vzorcích zdiva, kde cihelné prvky v experimentech byly vždy jiného formátu než klasický rozměr cihly na našem území 290x140x65 viz [2,3,6]. Protože cihelné prvky nepodléhají únavě, nemá jiný formát tvárnic na únavovou životnost téměř žádný vliv. Nutno je však brát ohled na kvalitu a složení malty.

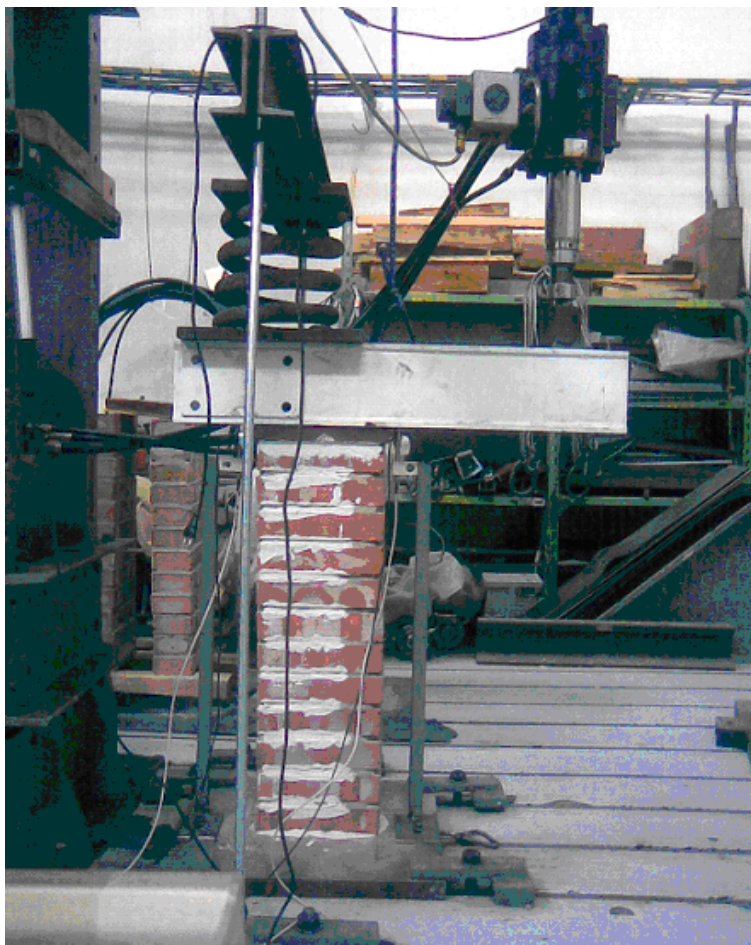


Obr. 7: Smithův diagram pro kvazikřehký materiál-maltu s efektem otevírání a zavírání trhliny.

6. Zkouška pro získání Smithových diagramů resp. S-N diagramů.

6.1. 6.1 Návrh experimentu.

V současnosti probíhá experimentální výzkum cyklicky namáhaných zděných vzorků s efektem otevírání a zavírání trhliny viz. 3.1.2. Vzorek je složen z prvků cihel, kde spáry tvoří špatně provedena malta se snadným oddolováním zrn a značným efektem otevírání trhliny viz 3.1.2. Efekt otevírání a zavírání spár je prováděn pomocí nosníku, jež je na jednom konci předeprnut pružinou a na druhém konci zatěžován lisem viz obr. 15,16. Vlivem síly lisu dochází ke změně velikosti a působiště výsledné normálové síly do vzorku zdiva. Velikostí přepínací síly pružiny a silou lisu lze velice dobře korigovat excentricitu normálové síly i její velikost. Princip zkoušky připravili pan prof. Petr Řeřicha a Ing. Michal Drahorád z katedry Betonových konstrukcí.



Obr. 8: *Pohled na vzorek*

Tab.3 znázornění rozložení napětí při cyklických zatěžování.

7. Návrh koncepce k posuzování konstrukcí na mezní stav opakovaného zatížení

Získání potřebných dat k definici Smithových diagramů v částech U_1-U_2 , L_1-L_2 by vyžadovalo velké množství pokusů. Pokud bychom únavu kvazikřehkého materiálu chtěli popsat pouze v závislosti na napětích, viz Smithovy diagramy, vystižení části diagramu, kdy v materiálu dojde k tahovému porušení by bylo velice problematické.

- Tahové napětí materiálu ve směru kolmém na trhlinu po porušení je uvažováno nulové. Uvažujeme fiktivní napětí v tahu ve směru kolmém na trhlinu, které je rovno napětí, které by v materiálu bylo, kdyby materiál nebyl porušen. Vliv tohoto fiktivního napětí je ekvivalentní se smluvní šířkou trhliny, nebo smluvní délkou trhliny. Smluvní relativní šířka trhliny konstrukce je vypočtená šířka trhliny v teoretickém výpočtu. Například v pokusech se zděnými sloupky některé maltové spáry praskají některé nikoliv. V teoretickém modelu praskají spáry všechny. Smluvní relativní délka trhliny konstrukce je vypočtená délka trhliny v teoretickém výpočtu.



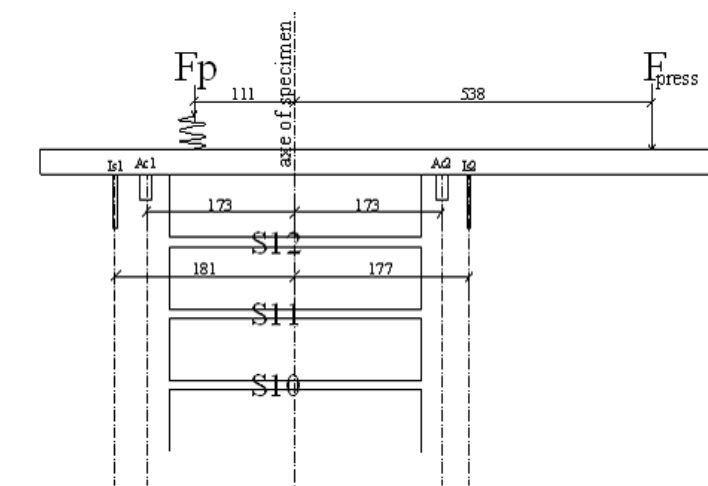
Obr. 9: Pohled na hlavu lisu

- použití smluvních relativních veličin při posuzování konstrukcí je srozumitelnější a výstižnější než fiktivní napětí ze Smithových diagramů. Z tohoto důvodu se při určení životnosti zděných materiálů odkláníme od metodiky používané pro materiály, které jsou schopny přenést tahové i tlakové namáhání.
- Únavová křivka životnosti bude definována závislostí smluvní relativní hloubky trhliny nebo smluvní relativní šířky trhliny na počtu cyklů.

Pro určení únavové křivky musí být proveden dostatečný počet zkoušek. Vzhledem k tomu, že prozatím nebylo naměřeno potřebné množství hodnot pro získání závislostí na smluvní relativní šířce a hloubce trhliny, nelze tvar S-N křivky v této fázi přesněji odhadnout přesnou podobu únavové křivky.

Lze však odhadnout jisté zákonitosti platící pro křivku únavovou životnosti předem:

- Únavová křivka má klesající tendenci.
- Smluvní relativní šířka w_{rel} a smluvní relativní hloubka C_0 trhliny negativně ovlivňuje životnost vzorku.
- Velikost maximálního tlakového napětí σ_{min}^{press} negativně ovlivňuje životnost vzorku. Při opětovném zavírání trhliny dochází k nevratným jevům, vlivem nezapadávání zrn do původních pozic odpovídajících pozicím před vznikem trhliny. Proto lze očekávat, že se tlakové napětí ve spáře během zavírání spáry negativně projeví na únavové životnosti materiálu.
- Při zavírání trhliny dochází k nezapadávání zrn do původních pozic odpovídajících pozicím před vznikem trhliny a jednotlivá zrna na sebe naráží čímž se vzorek degraduje. Čím více je schopen vzorek odolávat této degradaci tím delší bude mít únavovou životnost. Předpokládejme, že odolnost vzorku vůči této degradaci je přímo úměrná funkci $f = f(\tau_{max})$, kde τ_{max} je maximální smyková mez únosnosti neporušeného vzorku.



Obr. 10: Umístění snímačů (akcelerometrů a indukčních snímačů) na vzorku.

Z předchozích předpokladů obdržíme možnou podobu S-N diagramu, který vyjádříme funkcí $C_0(N) = 0$

$$C_0(w_{rel}, \sigma_{min}^{press}, \tau_{max}, \sigma_{max}^{fic}, N) = \frac{C_0 w_{rel} \sigma_{min}^{press} N}{\tau_{max}} - 1 = 0 \quad (13)$$

Vzhledem k namáhání vorku lze chování materiálu, až na malé lokální oblasti, považovat za lineární. Mezi ne-lineárně se chovající lokální oblasti, lze považovat plastické reverzní zóny na čele trhliny. Tyto zóny jsou však vzhledem k malé tahové pevnosti materiálu zanedbatelné. Pokud pro tahové napětí materiálu malty budeme uvažovat pracovní diagram bez změkčení za mezí pevnosti v tahu, lze šířku trhliny w_{rel} vyjádřit jako funkci $w_{rel}(C_0)$

Vztah 13 lze přepsat na

$$C_0(w_{rel}, \sigma_{min}^{press}, \tau_{max}, \sigma_{max}^{fic}, N) = \frac{C_0 w_{rel}(C_0) \sigma_{min}^{press} N}{\tau_{max}} - 1 = 0 \quad (14)$$

Důkaz plyne například následovně z lomové mechaniky:

Rozevírání trhliny v tělese je řízeno velikostí rozhodující složky tenzoru napětí před čelem trhliny. Touto složkou je pro tahový mód porušení I σ_y . Excentrické zatěžování normálovou silou lze nahradit zatížením centrickou normálovou silou a momentem. Dosadíme-li do obecných vztahů pro rovinnou napjatost pro výpočet složek posuvu (18) Westergaardovu funkci napětí $Z(\xi)$ ve tvaru

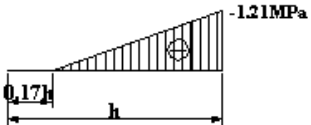
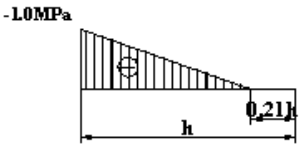
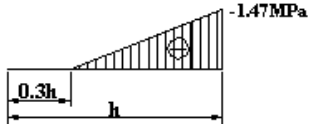
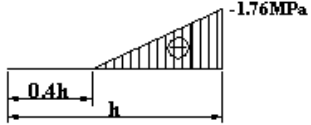
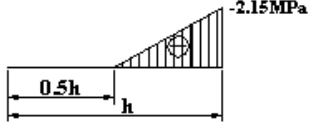
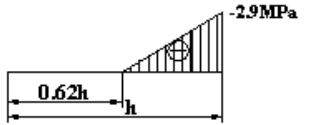
$$Z(\xi) = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{\xi}\right)^2}} = \sigma |\xi| (\xi^2 - a^2)^{-0.5}, \quad (15)$$

kde $\xi = x + iy$, dostaneme vztahy pro posunutí

$$\nu(x, 0) = \frac{2\sigma}{E} (a^2 - x^2)^{0.5}. \quad (16)$$

Pro $COD(x)$ platí

$$COD(x) = 2\nu(x, 0) \quad (17)$$

Force(presser)	additional load	unloading
F =5 kN		
F=5.5 kN		
F=6 kN		
F=6.5 kN		
F=7 kN		

$$\begin{aligned}
 u &= \int \epsilon_x dx = \frac{1}{E} \left[(1 - \nu) Re \int Z(\xi) d\xi - (1 + \nu) y Im Z(\xi) \right] \\
 v &= \int \epsilon_y dy = \frac{1}{E} \left[2 Im \int Z(\xi) d\xi - (1 + \nu) y Re \int Z(\xi) \right] \\
 w &= \int \epsilon_z dz = -\frac{2\nu}{E} z Re Z(\xi).
 \end{aligned} \tag{18}$$

Pro čistý ohyb je nutno napětí uvažovat ve tvaru:

$$K_I = \sigma(\pi a)^{1/2} f_1(a, W), \tag{19}$$

kde funkce $f_1(a, W)$ je vyjádřena vztahem dle (Kunz, J. 2005)

$$f_1\left(\frac{a}{W}\right) = \sum_{j=0}^{j=4} A_j (C_0)^j, \tag{20}$$

kde

$$\begin{aligned}
 A_0 &= 1.122 \\
 A_1 &= -1.400 \\
 A_2 &= 7.330 \\
 A_3 &= -13.080 \\
 A_4 &= 14.000
 \end{aligned} \tag{21}$$

Pro čistý ohyb získáme vztah pro otevření trhliny

$$COD(x) = \frac{4\sigma}{E}(a^2 - x^2)^{0.5} \sum_{j=0}^{j=4} A_j (C_0)^j \quad (22)$$

Vztah (14) přepíšeme na:

$$C_0(w_{rel}, \sigma_{min}^{press}, \tau_{max}, \sigma_{tens}^{cap}, N) = \frac{4C_0 \sum_{j=0}^{j=4} A_j (C_0)^j \sigma_{min}^{press} N \sigma_{tens}^{cap} C_0}{E\tau_{max}} - 1 = 0, \quad (23)$$

kde σ_{tens}^{cap} je materiálová únosnost v jednoosém tahu.

Z důvodu pohodlného fitování funkci $C_0(N)$ přepíšeme na

$$C_0(w_{rel}, \sigma_{min}^{press}, \tau_{max}, \sigma_{tens}^{cap}, N) = d \frac{C_0^i \sum_{j=0}^{j=4} A_j (C_0)^j (\sigma_{min}^{press})^k N (\sigma_{tens}^{cap})^m C_0}{E(\tau_{max})^l} - 1 = 0, \quad (24)$$

kde

$$\begin{aligned} i &\geq 2, \\ k, l, m &\geq 1 \\ k + m &= l. \end{aligned} \quad (25)$$

Pro dvě měření na vzorku

$C_0 = 0.7, N = 12384$ a $C_0 = 0.3, N = 25786$ nejlépe odpovídají koeficienty

$$\begin{aligned} d &= 14.235 \\ i &= 3 \\ k &= 2, 375 \end{aligned} \quad (26)$$

$$m = 5.227 \quad (27)$$

$$l = 7.7375 \quad (28)$$

8. Acknowledgment

The support of grant 1F82C/001/910 by Ministry of Transport is gratefully acknowledged.

9. References

- Kunz, J. 2005: *Aplikovaná lomová mechanika*. CVUT 2005, ISBN 80-01-03306-6.
- Naraine, K &, Sinha, S.N. 1989: *Fatigue Behaviour of Brick Masonry. STRUCENG-89, Numerical and experimental analysis of structures*. Los Angeles, California, 1989.