

TWO PLATES IMPACT PROBLEM FOR TESTING ACCURACY AND STABILITY OF FINITE ELEMENT SOLUTIONS TO WAVE PROPAGATION

D. Gabriel *, J. Plešek *, R. Kolman *, F. Valeš, * M. Ulbin †

Summary: Accuracy and stability of two-dimensional bilinear four-node and serendipity eight-node finite elements was tested in a wave propagation simulation. The influence of different parameters such as the element type and size, the value of mass lumping parameter, and time integration step was investigated. The outcome of the theoretical dispersion study was verified by numerical and analytical solutions to the longitudinal impact of two thick plates.

1. Úvod

Numerické řešení transientní úlohy v metodě konečných prvků je ovlivněno zvolenou prostorovou a časovou diskretizací. Náhrada spojitého kontinua diskrétním systémem je spojena s tzv. dispersní chybou, která se projevuje např. závislostí fázové a grupové rychlosti na vlnové délce postupující harmonické vlny, rozptylem směru šíření vln či exponenciálním útlumem vysokofrekvenčních složek vln. Práce (Plešek et al., 2007) byla zaměřena na dispersní chování prvků vyšších řádů-konkrétně na chování kvadratických osmiuzlových serendipity elementů, kterým byla dosud v literatuře věnována malá pozornost. Výsledky byly presentovány ve formě dispersních diagramů nezávisle pro prostorovou i časovou diskretizaci. V navazující práci (Kolman et al., 2008) byly zkoumány dispersní vlastnosti diagonalizovaných matic hmotnosti těchto elementů s rozdílnou distribucí hmotnosti po prvku. Byly odvozeny dispersní diagramy pro různá Courantova čísla, vlnové délky a směry šíření vln v závislosti na hmotnostním parametru, který udává rozložení hmotnosti v rohových a středových uzlech.

Tato práce navazuje na rozsáhlou studii dispersních vlastností rovinných bilineárních a kvadratických serendipity prvků v elastodynamice, jejíž dílčí výsledky byly presentovány na řadě seminářích a konferencích. Konkrétně jsme se v tomto příspěvku zaměřili na ověření výsledků obou dispersních studií (Plešek et al., 2007; Kolman et al., 2008) na úloze podélného rázu dvou tlustých elastických desek, pro kterou bylo k dispozici také analytické řešení (Brepta a Valeš, 1987).

V kapitole 2 jsou presentovány výsledky teoretické dispersní studie pro bilineární čtyřuzlové a kvadratické osmiuzlové prvky, včetně rozboru vlastností diagonalizovaných matic hmotnosti a vlivu časové integrace na dispersní chování těchto prvků. V kapitole 3 jsou diskutovány

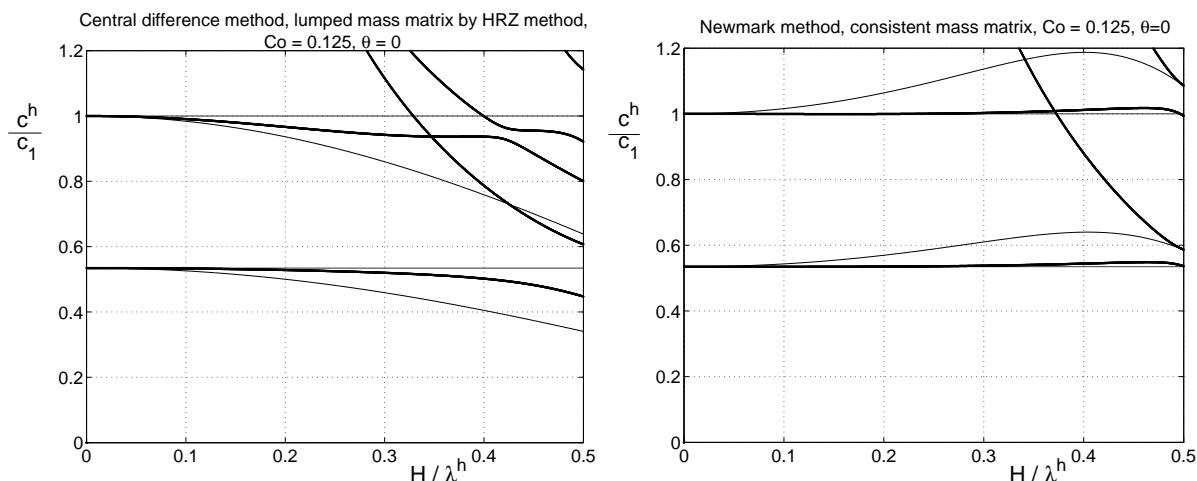
* Ing. Dušan Gabriel, Ph.D., Ing. Jiří Plešek, CSc., Ing. Radek Kolman, Ing. František Valeš, CSc., Institute of Thermomechanics AS CR, v.v.i., Dolejškova 5, 182 00 Praha 8, tel.: +420 266 052 026, e-mail: gabriel@it.cas.cz

† Doc. Dr. Miran Ulbin, Faculty of Mechanical Engineering, University of Maribor, Smetanova 17, 2000 Maribor, tel: +386 2 220 7705, e-mail: ulbin@uni-mb.si

výsledky testů na úloze podélného rázu dvou tlustých elastických desek včetně analytického řešení. Vliv různých parametrů, jako je typ a velikost prvku, hodnota hmotnostního parametru diagonalizace a velikost časového integračního kroku, je nezávisle analyzován.

2. Výsledky numerické dispersní analýzy

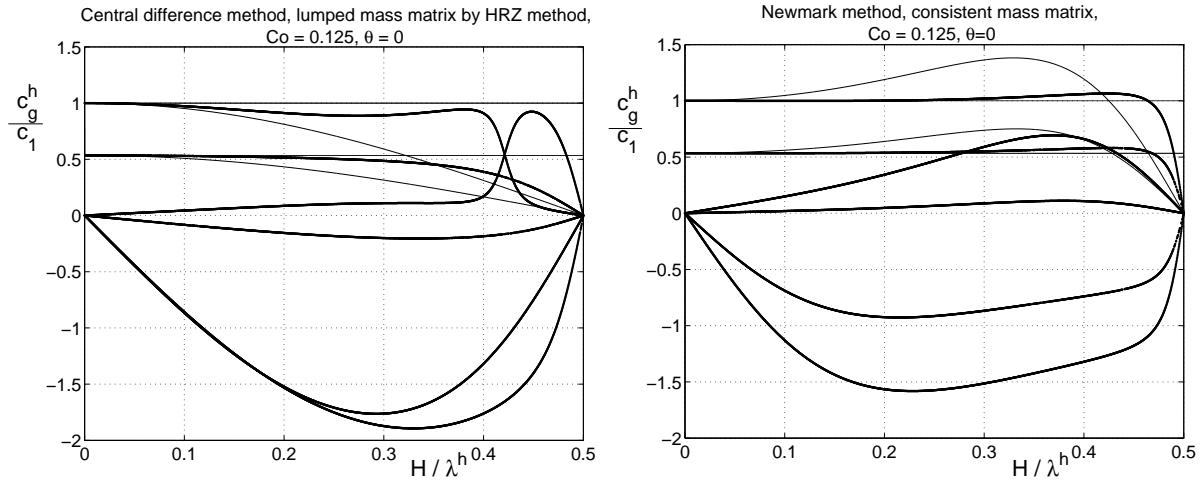
V této sekci budou shrnutu dosavadní výsledky dispersní analýzy realizované pro rovinné bilineární čtyřuzlové a kvadratické osmiuzlové prvky publikované v pracech (Plešek et al., 2007; Kolman et al., 2008; Kolman, 2009). Výsledky budou presentovány ve formě dispersních diagramů jako závislost normalisované fázové c^h/c_1 resp. grupové rychlosti c_g^h/c_1 na normalizovaném vlnovém čísle H/λ^h pro směr šíření vlny $\theta = 0^\circ$. Vliv dispersního chování bude zkoumán pro metodu centrálních diferencí s diagonalizovanou maticí hmotnosti, Newmarkovu metodu s konzistentní maticí hmotnosti, různá Courantova čísla a parametry hmotnostního koeficientu x .



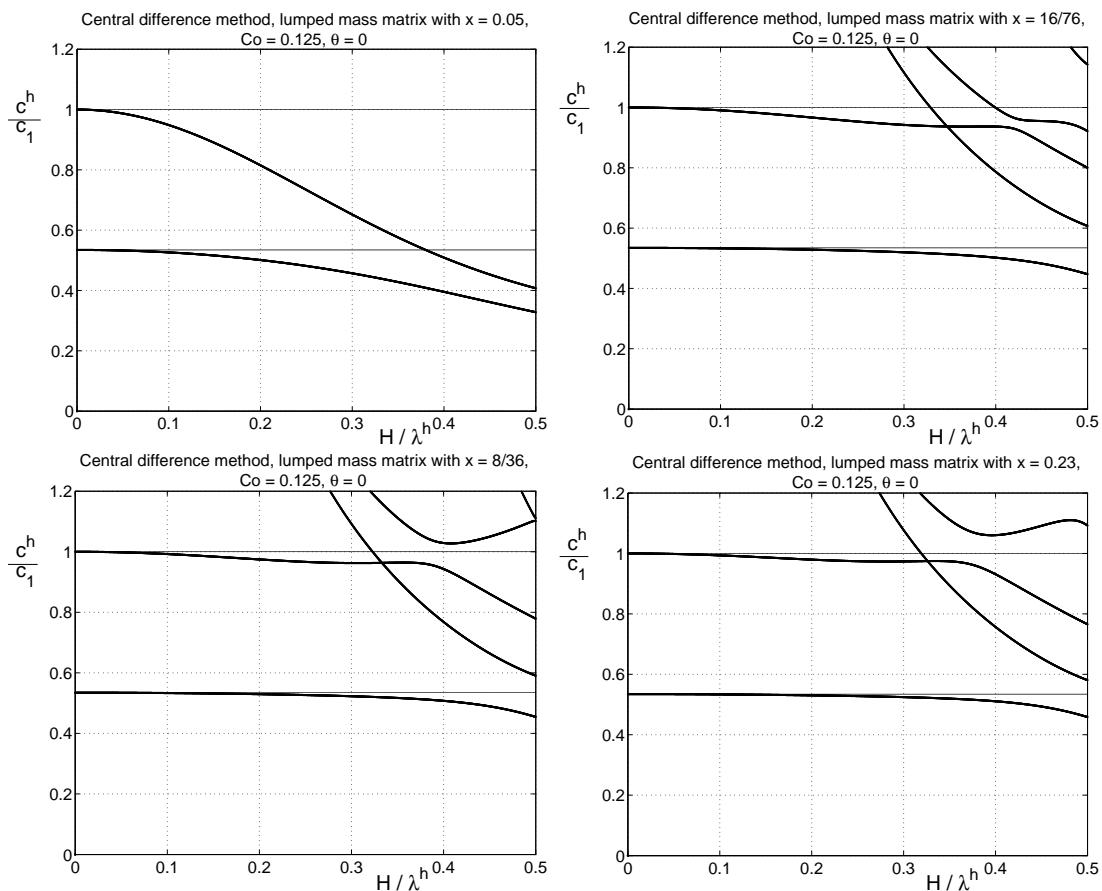
Obrázek 1: Dispersní diagramy $c^h/c_1 - H/\lambda^h$ pro metodu centrálních diferencí s diagonalizovanou maticí hmotnosti (vlevo) resp. Newmarkovu metodu s konzistentní maticí hmotnosti (vpravo) pro lineární (tenká čára) a kvadratické (plná čára) prvky a pro Courantovo číslo $Co = 0.125$.

Na obr. 1 je znázorněna závislost normalisované fázové rychlosti c^h/c_1 na normalizovaném vlnovém čísle H/λ^h pro metodu centrálních diferencí s diagonalizovanou maticí hmotnosti a Newmarkovu metodu s konzistentní maticí hmotnosti pro bilineární a kvadratické prvky a Courantovo číslo $Co = 0.125$. Z diagramů je zřejmé, že kvadratické prvky jsou přesnější než lineární. Zvláště v případě kvadratických elementů s konzistentní maticí hmotnosti a Newmarkovu integraci, kdy nepozorujeme prakticky žádnou dispersi až do mezné frekvence odpovídající bezrozměrnému vlnovému číslu $H/\lambda^h = 0.5$. Dále si všimněme přítomnosti dalších parazitních řešení ve spektru kvadratických prvků. Nazývají se optické módy a jsou výhradně spjaty s diskrétními systémy. Na rozdíl od akustických módů (tj. podélných a příčných vln) se neobjevují v kontinuu.

Obdobné dispersní diagramy znázorňující závislosti normalisované grupové rychlosti c_g^h/c_1 na normalizované vlnovém čísle H/λ^h jsou uvedeny na obr. 2. Grupová rychlosť udává rychlosť přenosu vlnového balíku postupných vln prostředím. Z diagramů je patrné, že pro konzistentní



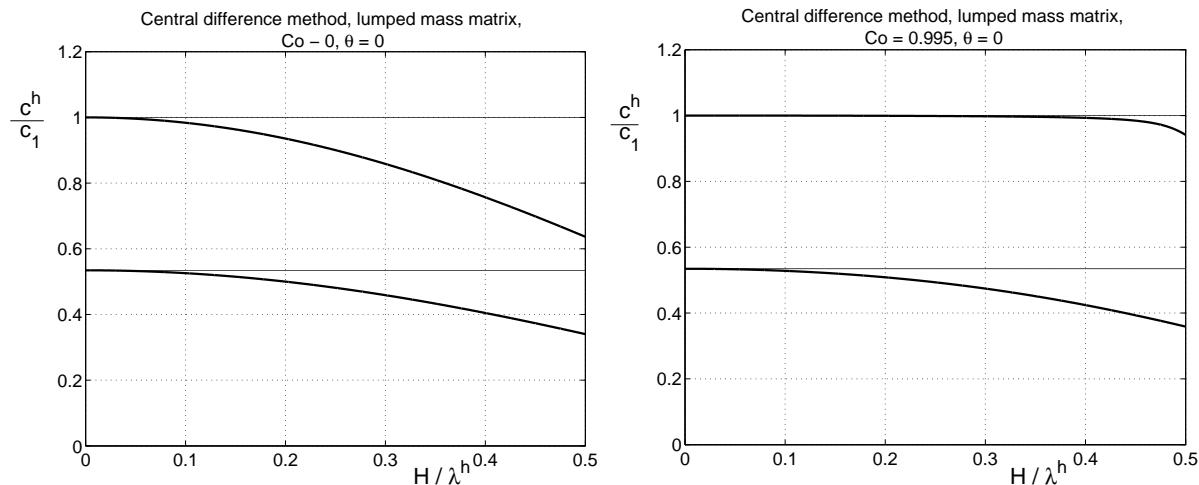
Obrázek 2: Dispersní diagramy $c_g^h / c_1 - H / \lambda^h$ pro metodu centrálních diferencí s diagonali-zovanou maticí hmotnosti (vlevo) resp. Newmarkovu metodu s konzistentní maticí hmotnosti (vpravo) pro lineární (tenká čára) a kvadratické (plná čára) prvky a pro Courantovo číslo $Co = 0.125$.



Obrázek 3: Dispersní diagramy $c_g^h / c_1 - H / \lambda^h$ pro metodu centrálních diferencí s diagonali-zovanou maticí hmotnosti pro různé hmotnostní parametry $x = \{0.05, 16/76, 8/36, 0.23\}$ a pro Courantovo číslo $Co = 0.125$.

matici hmotnosti jsou hodnoty bezrozměrných fázových i grupových rychostí větší než pro kontinuum (tj. čelo vlny předbíhá teoretické čelo vlny). Naopak pro diagonální matici hmotnosti se všechny vlny šíří nižšími rychlostmi (tj. čelo vlny se zpožduje za teoretickým čelem vlny).

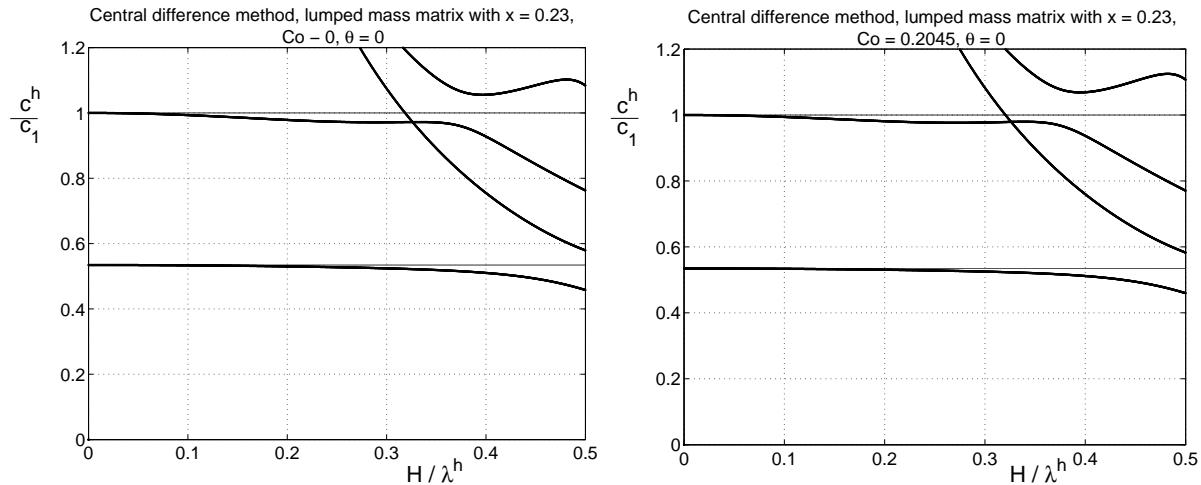
V dalším textu se zaměříme na výsledky dispersní analýzy diagonalizovaných matic hmotnosti čtvercového osmiuzlového kvadratického prvku s rozdílnou distribucí hmotnosti po prvku. V práci (Kolman et al., 2008) byly odvozeny dispersní diagramy pro různá Courantova čísla, vlnové délky a směry šíření vln v závislosti na hmotnostním parametru x , který udává rozložení hmotnosti v rohových a středových uzlech. Bylo ukázáno, že dispersní chyba těchto diagonalizovaných matic byla menší než 10% pro vlnové délky $\Lambda > 10H$ a hmotnostní parametr $x \geq 0.23$, tj. v případech, kdy více než 92 % celkové hmotnosti prvku bylo soustředěno do čtyřech středových uzlů. Na obr. 3 jsou znázorněny dispersní diagramy pro fázové rychlosti v závislosti na různých hodnotách hmotnostního parametru $x = \{0.05, 16/76, 8/36, 0.23\}$. Ukazuje se, že nejlepší výsledky dostaváme pro případ $x = 0.23$ (Kolman et al., 2008).



Obrázek 4: Dispersní diagramy $c^h/c_1 - H/\lambda^h$ pro metodu centrálních diferencí a bilineární prvek s diagonalizovanou maticí hmotnosti a pro limitní Courantovo číslo $Co = 0.01$ (vlevo) resp. $Co_{crit} = 0.995$ (vpravo).

Vliv časové integrace na dispersní chování kvadratických prvků byl podrobně zkoumán v práci (Kolman et al., 2005) pro metodu centrálních diferencí a Newmarkovu metodu. Bylo potvrzeno, že dispersní chování značně závisí na velikosti časového kroku pro obě metody přímé integrace pohybových rovnic. Kromě toho u metody centrálních diferencí, patřící do skupiny explicitních integračních schémat, je velikost integračního kroku omezena tzv. kritickou hodnotou Δt_{crit} . Vliv časového kroku definovaného bezrozměrným Courantovým číslem Co pro integraci pohybových rovnic centrálními diferencemi je patrný z obr. 4 pro bilineární prvek s diagonalizovanou maticí hmotnosti a obr. 5 pro diagonalizovanou matici kvadratického prvku s parametrem $x = 0.23$. Byly uvažovány dva limitní případy pro Courantova čísla: $Co \rightarrow 0$ a $Co_{crit} = c_1 \Delta t_{crit}/H$, kde $\Delta t_{crit} = 2/\omega_{max}$ je kritický časový krok a ω_{max} je maximální úhlová rychlosť diskrétního systému, kterou je možné odečít z dispersních diagramů. Je patrné, že pro bilineární prvky (obr. 4) je možné vylepšit dispersní vlastnosti podélných vln volbou integračního kroku blížícího se kritickému časovému kroku. Pro příčné vlny a oba typy vln u kvadratických elementů (obr. 5) je tento fenomén potlačen. Poznamenejme, že stabilitní analýza

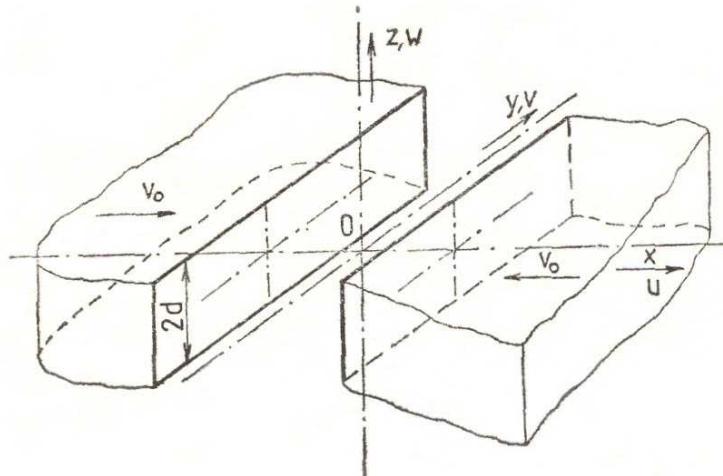
rovinného osmiuzlového čtvercového prvku byla podrobně provedena v práci (Kolman et al., 2009).



Obrázek 5: Dispersní diagramy $c^h/c_1 - H/\lambda^h$ pro metodu centrálních diferencí a kvadratický prvek s diagonalizovanou maticí hmotnosti ($x = 0.23$) a pro limitní Courantovo číslo $Co = 0.01$ (vlevo) resp. $Co_{crit} = 0.2045$ (vpravo).

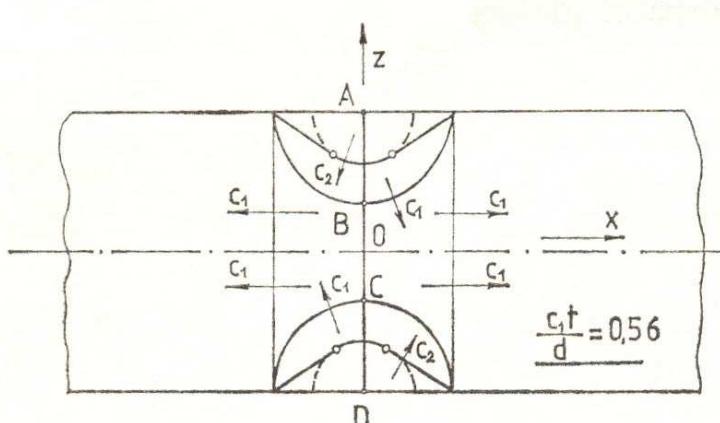
3. Podélný ráz tlustých desek

Výsledky dispersní analýzy byly testovány na úloze podélného rázu dvou tlustých elastických desek, pro kterou je k dispozici analytické řešení (Brepta a Valeš, 1987). Rozměry desek byly: tloušťka $2d = 5$ mm, délka 2.5 mm. Materiálové parametry byly: Youngův modul $E = 2.1 \times 10^5$ MPa, Poissonovo číslo $\nu = 0.3$ a hustota $\rho = 7800$ kg/m³. V čase $t = 0$ s byly desky vzájemně v kontaktu s předepsanou počáteční rychlosí $v_0 = 1$ m/s (obr. 6).



Obrázek 6: Podélný ráz tlustých desek.

Analytické řešení (Brepta a Valeš, 1987) využívající Laplaceovu transformaci je značně složité. Složky posuvů a napětí jsou vyjádřeny pomocí nekonečných řad nevlastních integrálů, které jsou dále vyčísleny numericky. Pro ilustraci je na obr. 7 nakresleno teoretické rozložení vlnových čel v čase $c_1 t/d = 0.56$ krátce po rázu. V okamžiku rázu se každý bod kontaktní plochy stane zdrojem elementární podélné vlny. Obálka těchto vln představuje vlnu s rovinným čelem, která se šíří oběma směry rychlostí podélných vln c_1 . Hraniční body A, D kontaktní oblasti generují odraženou vlnu, která postupuje rychlostí c_1 ve směru kolmém k rovině x, y . Za ní následuje příčná vlna, která se šíří rychlostí c_2 . Oblast ohraničená rovinnými čely dilatační vlny a kruhovými čely vln šířících se z bodů A a D odpovídá napjatosti rázu dvou poloprostorů.



Obrázek 7: Teoretické rozložení vlnových čel v čase $c_1 t/d = 0.56$ (Brepta a Valeš, 1987).

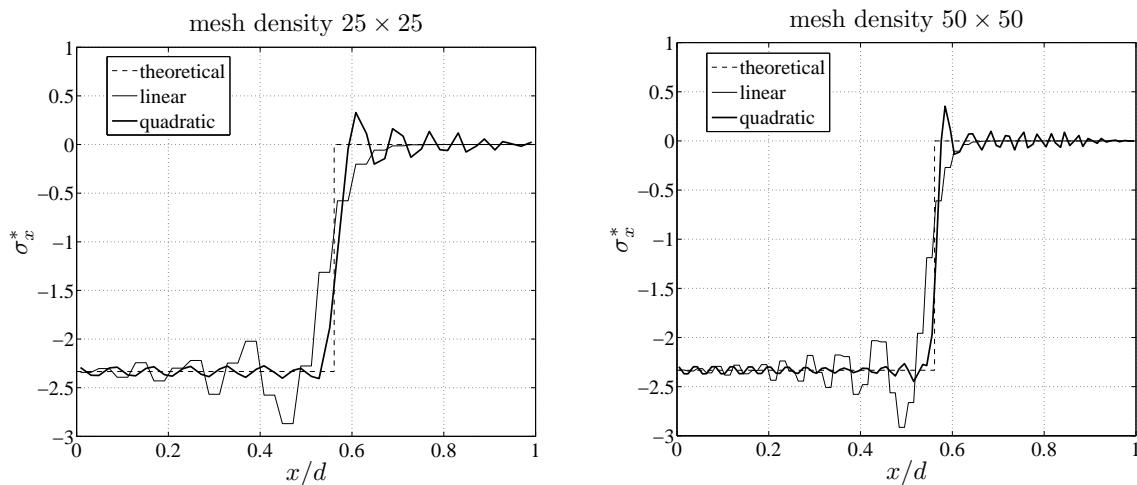
Úloha byla řešena za podmínek rovinné deformace. Vzhledem k symetrii byla uvažována polovina desky diskretizovaná čtyřuzlovými lineárními a osmiuzlovými serendipity elementy. Namísto kontaktní analýzy byl realizován symetrický výpočet, ve kterém byly fixovány podélné posuvy uzlů na čele desky. V následujících odstavcích 3.1.-3.3. bude postupně sledován vliv různých parametrů jako je typ a velikost prvku, hodnota hmotnostního parametru diagonalizace x a velikost časového integračního kroku na přesnost numerického řešení. Numerické testy jsou vyhodnoceny pro normalizované podélné napětí $\sigma_x^* = \sigma_x c_1 / \Lambda v_0$ (Λ je Lamého konstanta) pro $z/d = 0$ a normalizovaný čas $c_1 t/d = 0.56$, ve kterém řešení není dosud ovlivněno odraženými vlnami od okrajů desky. Ve všech obrázcích je čárkován vyznačen teoretický průběh normalizovaného podélného napětí odpovídajícího napjatosti jednoosé deformace. V odstavci 3.4. je provedeno porovnání numerické odezvy s analytickým řešením (Brepta a Valeš, 1987).

3.1. Vliv velikosti prvku

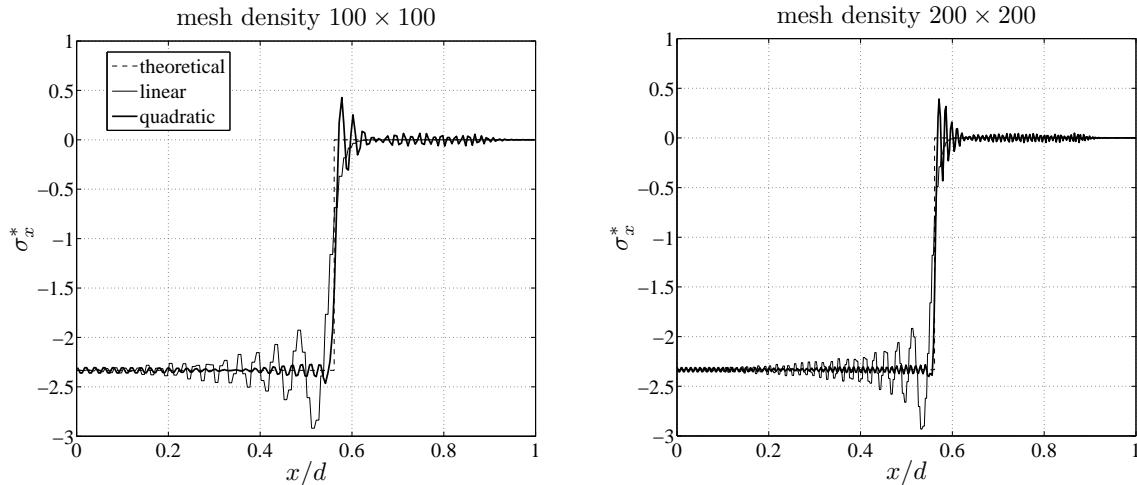
Vliv velikosti prvku byl zkoumán na pravidelných lineárních čtyřuzlových a kvadratických osmiuzlových sítích o hustotách 25×25 ($H = 0.1$ mm), 50×50 ($H = 0.05$ mm), 100×100 ($H = 0.025$ mm) a 200×200 ($H = 0.0125$ mm) elementů, kde H je velikost prvku. Pro integraci pohybových rovnic byla použita metoda centrálních diferencí s diagonalizovanou maticí hmotnosti (lineární prvky) a Newmarkova metoda s konzistentní maticí hmotnosti (kvadratické prvky). K potlačení vlivu numerické integrace byl zvolen malý časový integrační krok odpovídající Courantovu číslu $Co = 0.125$. Rozložení normalizovaného napětí σ_x^* podél normalizované

souřadnice x/d pro jednotlivé hustoty sítí je na obr. 8-9. Pro ilustraci je na obr. 10 zobrazeno barevně rozložení podélného napětí v desce diskretizované 50×50 osmiuzlovými prvky.

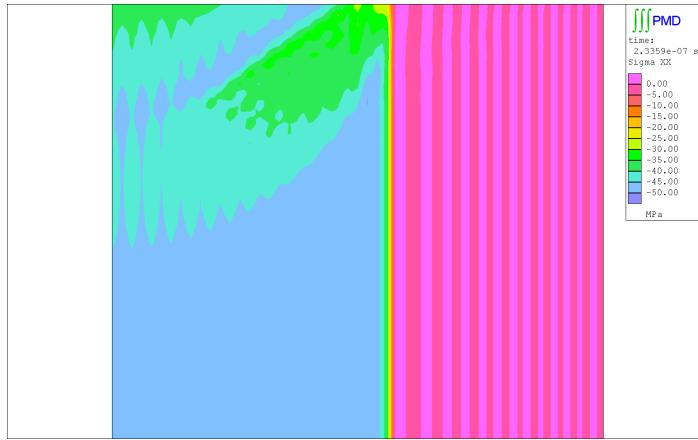
Z obrázků je patrné, že pro odezvu vypočtenou pro lineární prvky metodou centrálních diferencí s diagonalizovanou maticí hmotnosti je charakteristické pomalejší šíření podélné vlny v porovnání s teoretickým řešením. Tento závěr vyplývá z dispersního diagramu $c_g^h/c_1 - H/\lambda^h$ na obr. 2 (vlevo), kde je patrné, že grupové rychlosti jsou menší než teoretické hodnoty pro kontinuum. Opačná situace nastává pro kvadratické prvky s použitím Newmarkovy metody a konzistentní matice hmotnosti, kdy dochází k předběhání vlnových složek. Tento efekt je opět v souladu s dispersním diagramem $c_g^h/c_1 - H/\lambda^h$ na obr. 2 (vpravo), který potvrzuje, že v tomto případě se grupové rychlosti šíří rychleji než v kontinuu. Poznamenejme, že zjemňováním sítě se dosáhne zvýšení limitní frekvence, kterou je výpočtový model ještě schopen přenést. Jemnější síť umožnuje přenést větší počet harmonických složek zatížení a odezva je přesnější.



Obrázek 8: Rozložení podélného napětí σ_x^* pro hustotu sítě 25×25 prvků (vlevo) resp. 50×50 prvků (vpravo).



Obrázek 9: Rozložení podélného napětí σ_x^* pro hustotu sítě 100×100 prvků (vlevo) resp. 200×200 prvků (vpravo).



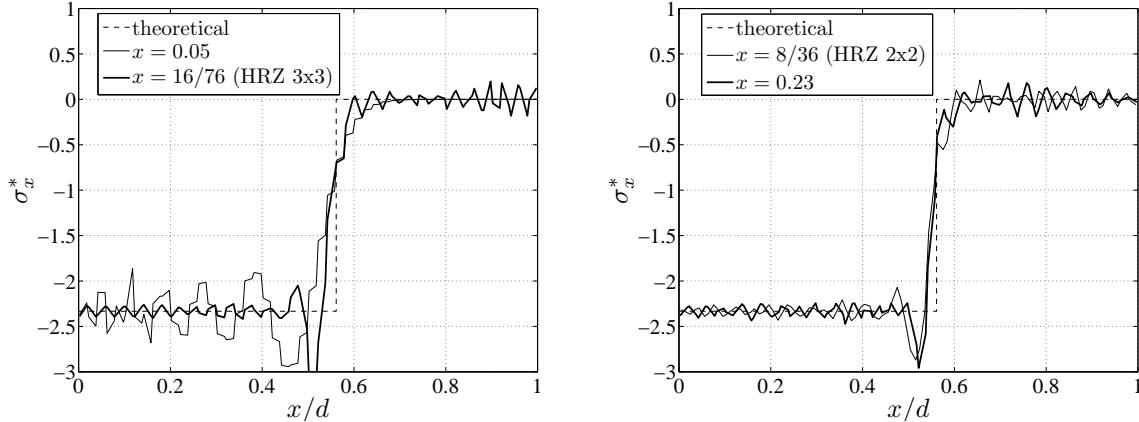
Obrázek 10: Rozložení podélného napětí v desce diskretizované 50×50 osmiuzlovými prvky.

3.2. Vliv hmotnostního parametru diagonalizace

Vlastnosti diagonalizovaných matic hmotnosti čtvercového osmiuzlového kvadratického prvku pro různé hodnoty hmotnostního parametru byly testovány na síti kvadratických prvků o hustotě 50×50 . Courantovo číslo bylo zvoleno $Co = 0.125$. Na obr. 11 jsou znázorněny průběhy normalizovaného napětí σ_x^* pro parametry $x = \{0.05, 16/76, 8/36, 0.23\}$. Poznamenejme, že hodnoty parametru $x = 16/76$ resp. $x = 8/36$ odpovídají HRZ diagonalizační metodě aplikované na kvadratický osmiuzlový prvek s řádem numerické integrace 3×3 resp. 2×2 (Hinton et al., 1976). Je zřejmé, že odezva vypočtená pro parametr $x = 0.05$ vykazuje značné oscilace za čelem vlny. To souvisí s tím, že převážná část celkové hmotnosti je soustředěna do rohových uzlů, jako v případě lineárních prvků. Se vzrůstajícím x se tyto oscilace lokalizují do oblasti blízké teoretickému čelu a objevují se tzv. falešné oscilace. Pro optimálního hodnotu parametru $x = 0.23$ jsou tyto oscilace minimální. Tento efekt souvisí s distribucí většiny celkové hmotnosti prvku do středových uzlů, které při limitní vlnové délce téměř nekmitají. Tato pozorování jsou v souladu s dispersními charakteristikami stanovenými pro různé hodnoty hmotnostního parametru na obr. 3. Závěrem poznamenejme, že s hodnotou hmotnostního parametru x se mění i hodnota kritického časového integračního kroku respektive hodnota kritického Courantova čísla Co_{crit} . Závislost $Co_{crit} = Co_{crit}(x)$ má konkávní charakter s maximem v blízkosti hodnoty $x = 0.125$ (Kolman et al., 2009).

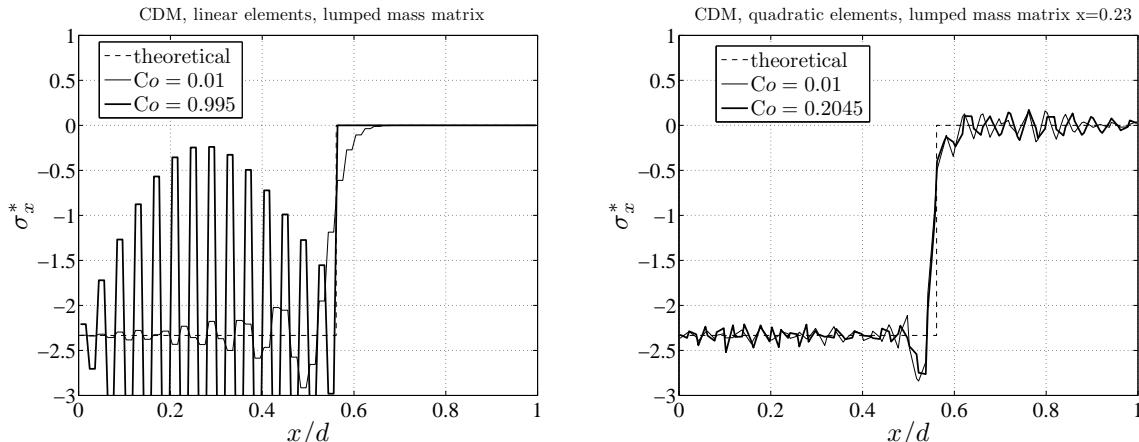
3.3. Vliv velikosti integračního kroku

Vliv velikosti časového kroku na přesnost numerického řešení byl opět zkoumán na síti kvadratických konečných prvků o hustotě 50×50 . Pozornost byla omezena na integraci pohybových rovnic centrálními diferencemi jednak pro lineární prvyky s diagonalizovanou maticí hmotnosti (obr. 4) a kvadratické prvyky s diagonalizovanou maticí hmotnosti s parametrem $x = 0.23$ (obr. 5). Odezva byla vypočtena pro dva limitní případy Courantova čísla: $Co \rightarrow 0$ a Co_{crit} , které byly stanoveny v práci (Kolman et al., 2009). Poznamenejme, že limitní hodnota Courantova čísla $Co \rightarrow 0$ odpovídá potlačení vlivu časové diskretizace na numerické řešení transientní úlohy. V případě lineárních elementů dostáváme pro kritické hodnoty Courantova čísla odezvu blízkou teoretickému průběhu napětí (obr. 12 vlevo), což souvisí s dispersní charakteristikou pro



Obrázek 11: Rozložení podélného napětí σ_x^* pro parametry $x = \{0.05, 16/76, 8/36, 0.23\}$ vypočtené metodou centrálních diferencí s diagonalizovanou maticí hmotnosti a pro Courantovo číslo $Co = 0.125$.

podélné vlny na obr. 4. Na druhé straně pro tuto hodnotu již pozorujeme přítomnost značných nestabilních oscilací. U kvadratických elementů (obr. 12 vpravo) je vliv časové integrace pro oba limitní případy Courantových čísel zanedbatelný.

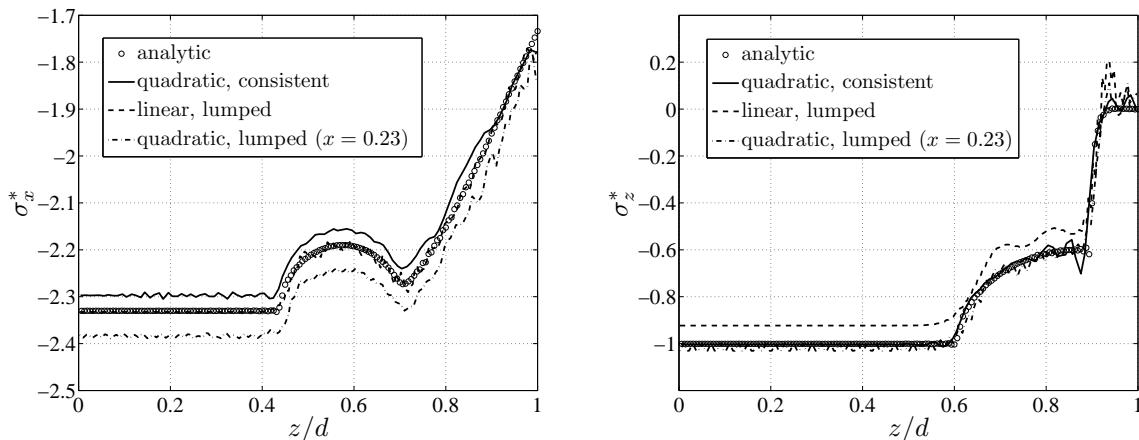


Obrázek 12: Rozložení podélného napětí σ_x^* vypočtené metodou centrálních diferencí pro lineární prvky s diagonalizovanou maticí hmotnosti a pro limitní Courantovo číslo $Co = 0.01$ a $Co_{crit} = 0.995$ (vlevo) resp. kvadratické prvky s diagonalizovanou maticí hmotnosti s parametrem $x = 0.23$ a pro limitní Courantovo číslo $Co = 0.01$ a $Co_{crit} = 0.2045$ (vpravo).

3.4. Porovnání numerického a analytického řešení

Pro porovnání odezvy numerického a analytického řešení byly k dispozici analytické průběhy podélného σ_x^* resp. příčného σ_z^* napětí v závislosti na souřadnici z/d pro polohu $x/d = 0$ resp. $x/d = 0.4$ a čase $c_1 t/d = 0.56$. Příčné napětí σ_z^* bylo normalizované stejnou konstantou jako napětí podélné σ_x^* . Pro numerické řešení byly použity výsledky na lineární čtyřuzlové síti obsahující 100×100 prvků a kvadratické osmizuzlové síti o hustotě 50×50 prvků. Poznamenejme,

že lineární síť byla vytvořena pravidelným rozdelením kvadratické sítě ve středových uzlech. To znamená, že lineární síť má větší počet stupňů volnosti než původní kvadratická síť. Pro integraci pohybových rovnic byla použita metoda centrálních diferencí s diagonalizovanou maticí hmotnosti (lineární prvky) a Newmarkova metoda s konzistentní maticí hmotnosti (kvadratické prvky). Kromě toho byla vypočtena odezva s diagonalizovanou maticí hmotnosti kvadratického prvku s parametrem $x = 0.23$ podle odstavce 3.2. Ve všech případech bylo Courantovo číslo rovno $Co = 0.125$. Porovnání vypočtených odezv a analytického řešení je patrné z obr. 13.



Obrázek 13: Rozložení podélného a příčného napětí v čase $c_1 t/d = 0.56$ a pro Courantovo číslo $Co = 0.125$: σ_x^* pro $x/d = 0$ (vlevo) resp. σ_z^* pro $x/d = 0.4$ (vpravo).

Zdůrazněme, že na rozdíl od teoretického průběhu jednoosého napětí v odstavcích 3.1.-3.3., jsou tyto odezvy výrazně ovlivněny odraženými podélnými a příčnými vlnami, které se šíří z hraničních bodů A, D (obr. 7). Do příchodu těchto vln řešení odpovídá konstantnímu napětí pro jednoosou deformaci (ráz pružných poloprostorů) $\sigma_x^* = -2.333$ a $\sigma_z^* = -1$. Poznamenejme, že přesnost analytického řešení je výrazně ovlivněna uvažovaným počtem členů v nekonečných řadách nevlastních integrálů (Brepta a Valeš, 1987). Odvozené analytické řešení uvažuje 300 členů rozvoje.

V případě podélného napětí $\sigma_x^* = \sigma_x^*(z/d)$ na čele desky pozorujeme relativně dobrou shodu analytického a numerického řešení pro všechny uvažované modely lišící se vzájemně o konstantní posunutí. Zdůrazněme, že všechny výsledky byly vyhodnoceny ve vnitřních bodech Gaussovy integrace. U příčného napětí $\sigma_z^* = \sigma_z^*(z/d)$ predikce lineárního řešení nepřesně vystihuje odezvu odražených vln. Tento příklad demonstruje chování obou typů elementů, včetně vlivu navržené diagonalizační metody pro matice hmotnosti a potvrzuje teoretické závěry uvedené v kapitole 2..

4. Poděkování

Tato práce vznikla za finanční podpory grantových projektů GA ČR 101/07/1471, GA101/09/1630 a projektu KONTAKT MEB090601 v rámci výzkumného záměru AV0Z 20760514.

5. References

- Brepta, R. & Valeš, F. (1987) Longitudinal impact of bodies. *Acta Technica ČSAV*, **32**, pp. 575–602.
- Hinton, E., Rock, T. & Zienkiewicz, O.C. (1976) A note on mass lumping and related processes in the finite element method. *Earthquake Engineering and Structures Dynamics*, **4**, pp. 245–249.
- Kolman, R., Okrouhlík, M., & Plešek, J. (2005) The effect of time integration on the dispersion properties of quadratic finite elements in elasto-dynamics. *Computational Mechanics 2005*, (J. Vimmr ed), University of West Bohemia in Pilsen, pp. 315-322.
- Kolman, R., Plešek, J. & Gabriel, D. (2008) Optimization of lumping schemes for plane square quadratic finite elements in elastodynamics. *WCCM8/ECCOMAS2008*, (B. A. Schrefler & U. Perego eds), IACM/ECCOMAS.
- Kolman, R. (2009) Dispersion properties of plane square serendipity finite element in elastodynamics. PhD. Thesis, CTU at Prague.
- Kolman, R., Plešek, J., & Gabriel, D. (2009) Stability analysis of plane serendipity finite element for explicit linear elastodynamics. Submitted to *Engineering Mechanics 2009*.
- Plešek, J., Kolman, R., Gabriel, D. & Valeš, F. (2007) Application of dispersion analysis to the finite element solution of wave propagation and impact problems. *COMPDYN 2007*, (M. Papadrakakis et al. eds), ECCOMAS 2007, pp. 1-12.