

MATHEMATIC MODEL OF C-AXIS DRIVE FOR IDENTIFICATION OF DYNAMIC BEHAVIOUR HORIZONTAL MULTIFUNCTION TURNING CENTER

J. Křepela^{*}, V. Singule^{*}

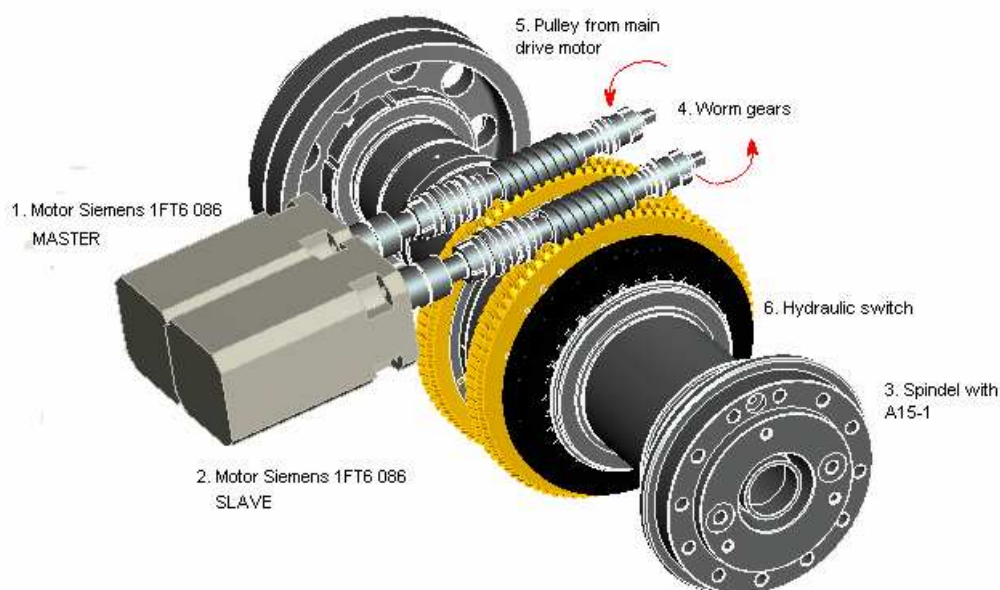
Summary: *This paper describes mathematic model of C-axis over mentioned machine. C-axis is controlled with position feedback and its mathematic model is determined for observation of dynamic characteristic in the gearings and loadings working cycles before of machine prototype realisation. This multifunction turning centre is determinate for heavy duty roughing cutting of forged peaces, where is problem with dynamic stability of cutting process. Furthermore because machine using is multifunctional is also determined for finishing operations, where is supposed high accuracy and cutting surface.*

1. Úvod

Hlavní vřeteno stroje, na kterém je C osa realizována, je pro soustružnické operace poháněna motorem o výkonu 71kW. Pro potřebu vysokého krouťícího momentu je pohon zpřevodován do pomala planetovou dvourychlostní převodovkou a stálým řemenovým převodem. Pro potřebu frézovacích a vrtacích operací je tento hlavní motor odpojen neutrální polohou převodovky. Šnekové převody poháněné dvěma synchronními servomotory řízenými v režimu Master-Slave jsou hydraulicky zařazeny na vřeteno (Obrázek1).

Tento režim umožňuje řídicím systémem stroje měnit parametry elektrického předepnutí mezi oběma servomotory. Předepnutí servomotorů vymezí při držení polohy ve vazbě výrobní vůli ve šnekovém soukolí. To je realizováno opřením boků zubů obou šneků na protilehlých zubech šnekových kol opačným působením krouťících momentů obou servomotorů. Při rotačním pohybu se postupně opačné smysly působení krouťících momentů přemění na stejné. Stále ale zůstane konstantní rozdíl těchto momentů, který vytváří předepnutí i za pohybu. Řezný proces, který je realizován většinou vícebřitým nástrojem, s sebou přináší kolísání potřebného krouťícího momentu a je potřeba předem technologicky určit, jak velké předepnutí servopohonů je potřeba, aby nedošlo při proměnné zátěži k odlehnutí boku zubu na šnekovém kole.

^{*} Ing. Jan Křepela, Doc. Ing. Vladimír Singule, CSc. : Ústav výrobních strojů, systémů a robotiky, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2; 616 69 Brno; e-mail: jkrepera@cetos.cz



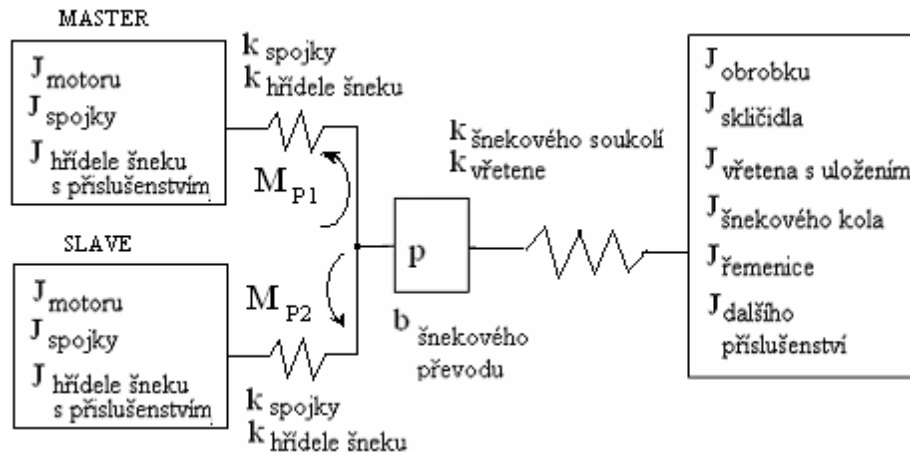
Obrázek1 Konstrukce C osy

2. Popis modelu

Při postupné tvorbě matematického modelu v prostředí Matlab-Simulink je vycházeno ze stávajících modelů regulace jednoho servopohonu pro dvoumotovou mechanickou soustavu. Toto zjednodušení je možné pouze za předpokladu, že v rámci předepnutí obou pohonů dojde předem k natočení obou motorů proti sobě o vypočítaný úhel φ_M z tuhostí řetězce dílců až do šnekového ozubení. Při zapnutí C osy totiž dojde k předepnutí na určité úhlové poloze. Při obrábění za pohybu C osy už dochází pouze k nárůstu momentů pro uvedení motorů do pohybu s konstantním předpětím, které opět anulují výkyvy momentu zátěže. Tyto výkyvy by zapříčinily odlehnutí zubů v zubové mezeře. To v blokovém matematickém modelu dynamických vlastností umožňuje předpoklad, že motor je při začátku pohybu v poloze s přesně daným natočením o úhel φ_M . Vřeteno ovšem zůstává v nastavené poloze z CNC systému. Schéma modelu mechanické soustavy v provozu osy C s předepnutím je na obrázku 2. Rozhraní je tvořeno ve šnekovém převodu. Šnekový převod je typu ZA s převodovým poměrem 40,5. Základní rozměry jsou dány tabulkou 1.

Tabulka1

Úhel záběru	α	15°
Modul	m	6mm
Převod	p	40,5
Úhel sklonu zubů	γ	11.69°
Součinitel trvání záběru	k	2,93
Vzdálenost os	a	271.998mm
Modul pružnosti v tahu pro šnek	E_s	1,81.10 ⁵ MPa
Modul pružnosti v tahu pro šnekové kolo	E_k	1,039.10 ⁵ MPa



Obrázek2 Schéma mechanické soustavy při předeprnutí MASTER-SLAVE

Pro zjednodušení úlohy bude počítán nosič šnekových kol jako dokonale tuhý, protože jeho tuhost je několikanásobně větší než tuhosti řetězců komponent na hřídeli šneku. Pro další úvahy je nutné stanovit předpoklad pro tento nosič šneků. Při předeprnutí je jeho natočení $\varphi_S=0$. Pro poměr mezi momentem předeprnutí a momentem zátěže platí rovnice 1.

$$M_p = \frac{M_z}{p} \quad (1)$$

Na základě předpokladu dle rovnice 1 je možné celou úlohu převést na dvoumotovou mechanickou soustavu, pro kterou platí rovnice 2, 3 a 4.

$$M_k - M_z = J_M \cdot s^2 \varphi_M \quad (2)$$

$$M_k = M_M \pm M_p \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} \varphi_M(s) \\ M_K(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p + \frac{J_L \cdot s^2 \cdot p}{k + bs} & \frac{p}{k + bs} \\ \frac{J_L \cdot s^2}{p} & \frac{1}{p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_L(s) \\ M_L(s) \end{pmatrix} \quad (4)$$

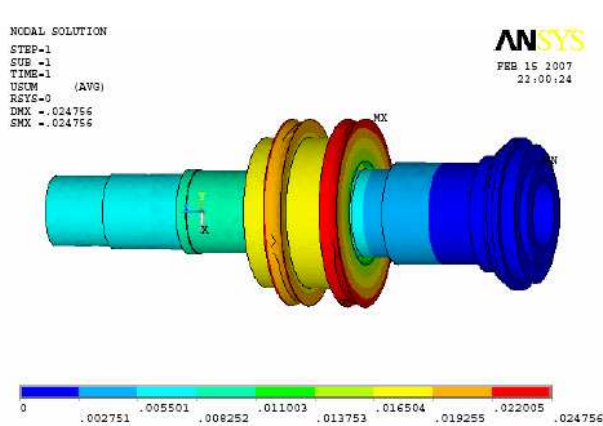
Torzní tuhost vřetene, i hřídele šneku jsou vypočítány pomocí metody konečných prvků (obrázek 3 a 4). Vřeteno i hřídel šneku jsou počítány na torzní tuhost tak, že po uvolnění tělesa je jeden konec vetknutý a v místě záběru ozubení je nanesen krouticí moment stanovený pro výpočet. Z velikosti maximální deformace v bodě A o poloměru R je vypočítán úhel zkroucení ϑ [rad]. Z tohoto úhlu je pak vypočítána torzní tuhost dané komponenty (rovnice 5).

$$k_t = \frac{M_k}{\tan\left(\frac{AA'}{R}\right)} \quad (5)$$

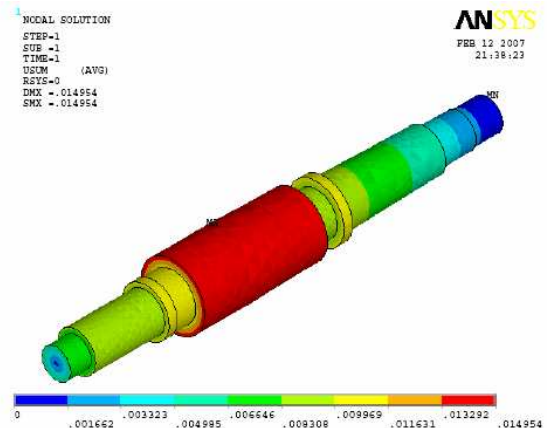
Pro výpočet stykové tuhosti šnekového soukolí je velice zjednodušený model převeden do dvourozměrné úlohy (obrázek 5). Styková tuhost je řešena v rovině kolmé na stoupání zubů šnekového kola. Do modelu je zahrnut součinitel zubů v záběru 2,94 pomocí 3 zubů

v záběru. Síla, která tvoří deformaci v této rovině, je zavedena jako rozpěrná mezi dvěma vetknutými tělesy šneku a šnekového kola. Šnekové kolo je zjednodušeno tím, že je vetknut segment v záběru v místě přechodu bronzového materiálu na ocelový nosič. Pro určení momentu předpětí je nutné spočítat celkovou tuhost řetězce od motoru až po šnekové soukolí (rovnice 6).

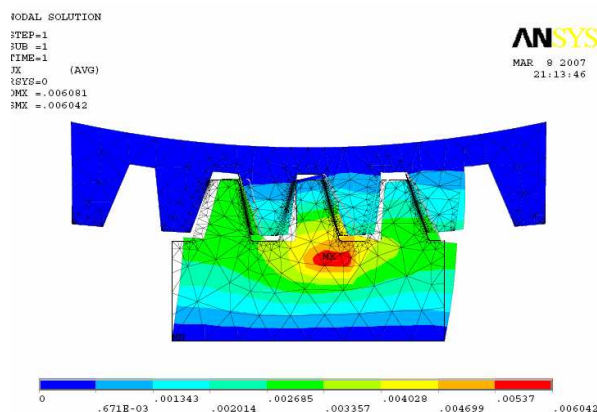
$$k_M = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_{Motoru}} + \frac{1}{k_{spojky}} + \frac{1}{k_{hřidele}} + \frac{p^2}{k_{prevodu}} \right)} \quad (6)$$



Obrázek3 Výpočet torzních tuhosti včetně s příslušenstvím



Obrázek4 Výpočet torzní tuhosti hřídele šneku



Obrázek5 Výpočet stykové tuhosti šnekového soukolí

Moment setrvačnosti jednotlivých komponent je přímo zjišťován v 3D modelech konstrukce C osy. Přehled vypočítaných a naměřených hodnot je uveden v tabulce 2. Dále pro popis této mechanické soustavy je potřebný součinitel tlumení. Tento součinitel, který je hodně ovlivňován třením ve šnekovém převodu, je možné pouze přibližně určit měřením podobného šnekového soukolí osy C na stroji OFA 75 CNC.

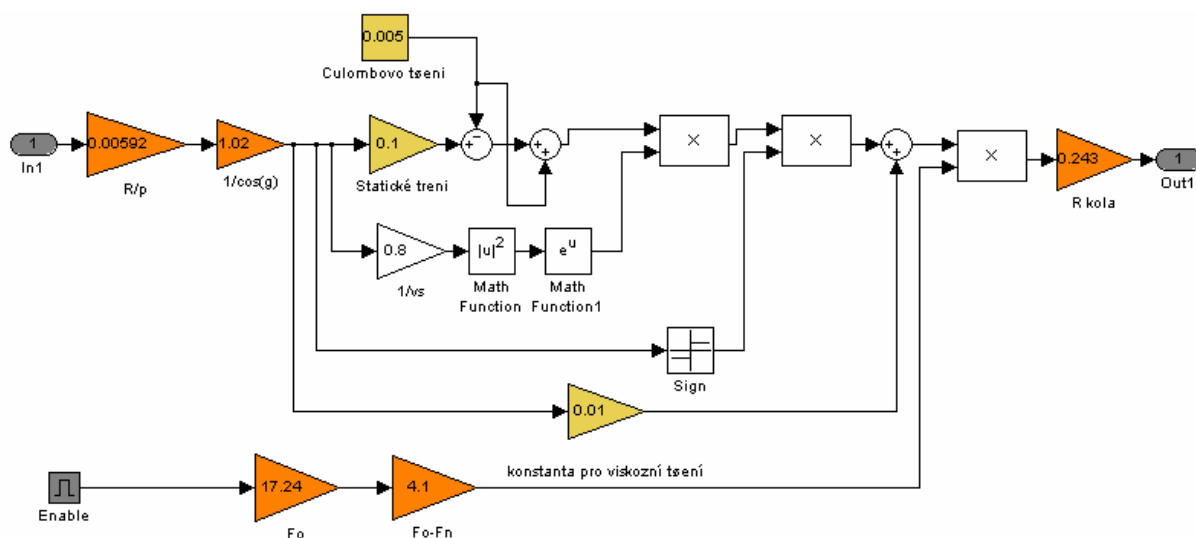
Tabulka2

Komponenta	motor	spojka	hřídel šneku	šnekové soukolí	vřetenová s příslušenstvím nosiče šnekového kola
Moment setrvačnosti (kg*m ²)	0,0665	0,00046	0.136	započítáno do jiných komponent	246,3 i s obrobkem
Torzní tuhost (Nm/rad)	65 000	60 000	66 869	94x10 ⁶	400 157

Celková torzní tuhost předepnuté části k _M (Nm/rad)	21 080
Část vřetenová k přímému odměřování k _V (Nm/rad)	1760690
Použitá hodnota koeficientu tlumení (Nms/rad)	1,92

Do dynamického modelu je také zahrnut průběh tření ve šnekovém soukolí. Jedná se o model zahrnující statické tření F_{TS} , Coulombovo tření F_C , viskózní tření F_V a Stribekovo tření (obrázek 6). Model je sestaven dle rovnice 7. S tímto vnitřním modelem popisujícím tření je počítáno při nastavení celé regulace.

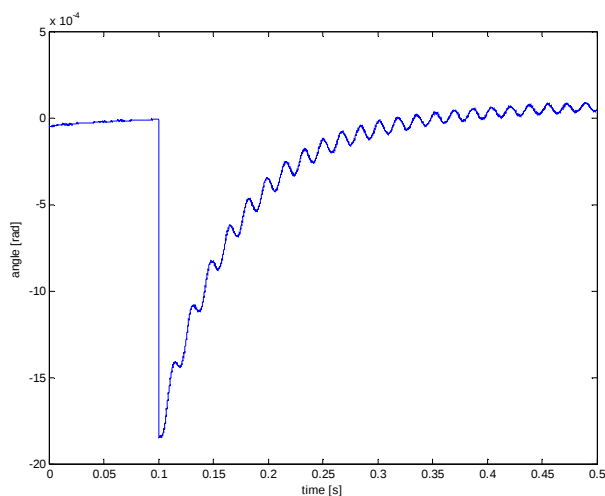
$$F_t(v) = F_C + (F_{TS} - F_C) \cdot e^{\left(\frac{v}{v_s}\right)^2} + F_V \quad (7)$$



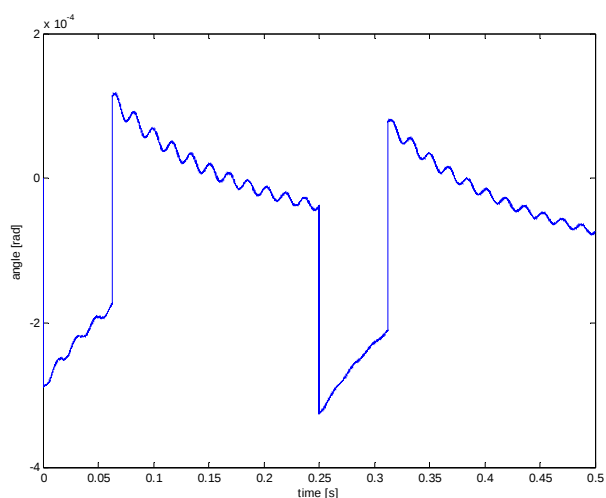
Obrázek6 Blokové schéma modelu tření

Nejprve je provedeno v blokovém matematickém modelu (obrázek 10) naladění rychlostní a polohové smyčky. Průběh polohové odchylky při skoku krouticího momentu na zátěži je na obrázku 8. Na obrázku 9 je znázorněna polohová odchylka při pulsní změně krouticího momentu. Takovýto moment se blíží ke skutečnému obrábění vícebřitými nástroji. Při sestavení společného řízení obou servomotorů PI regulátorem je hlídán rozdíl přechodové charakteristiky pro oba servomotory při skoku rychlosti. Integrační a proporční konstanta je nastavena podle návodu pro Master-Slave výrobce Siemens (2006). Pro bezproblémový provoz šnekového soukolí je nutný tento rozdíl co nejvíce minimalizovat (obrázek 12).

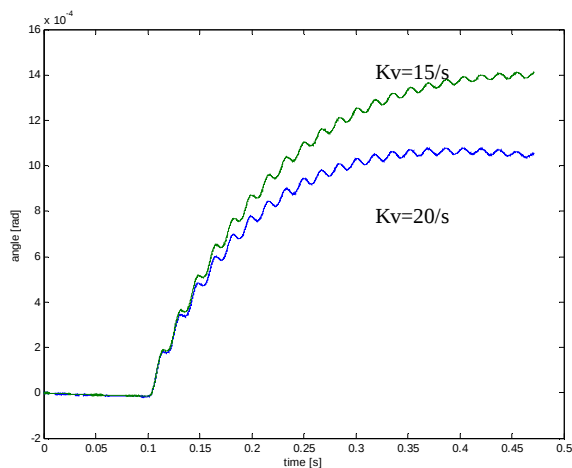
3. Výstupy z matematického modelu dynamické soustavy



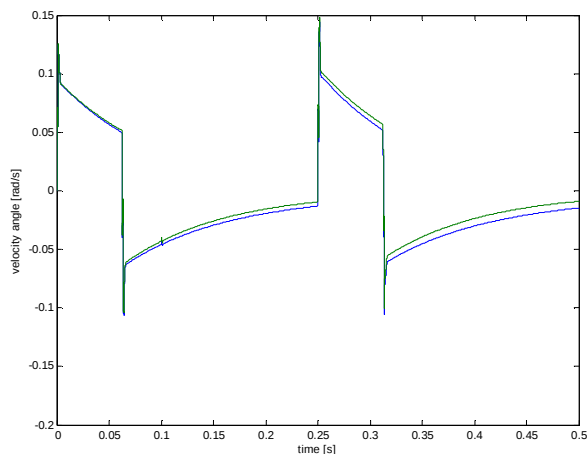
Obrázek 8 Odezva polohy zátěže na skokovou změnu momentu 1000Nm při nastavení $K_v = 20/s$ pro oba motory.



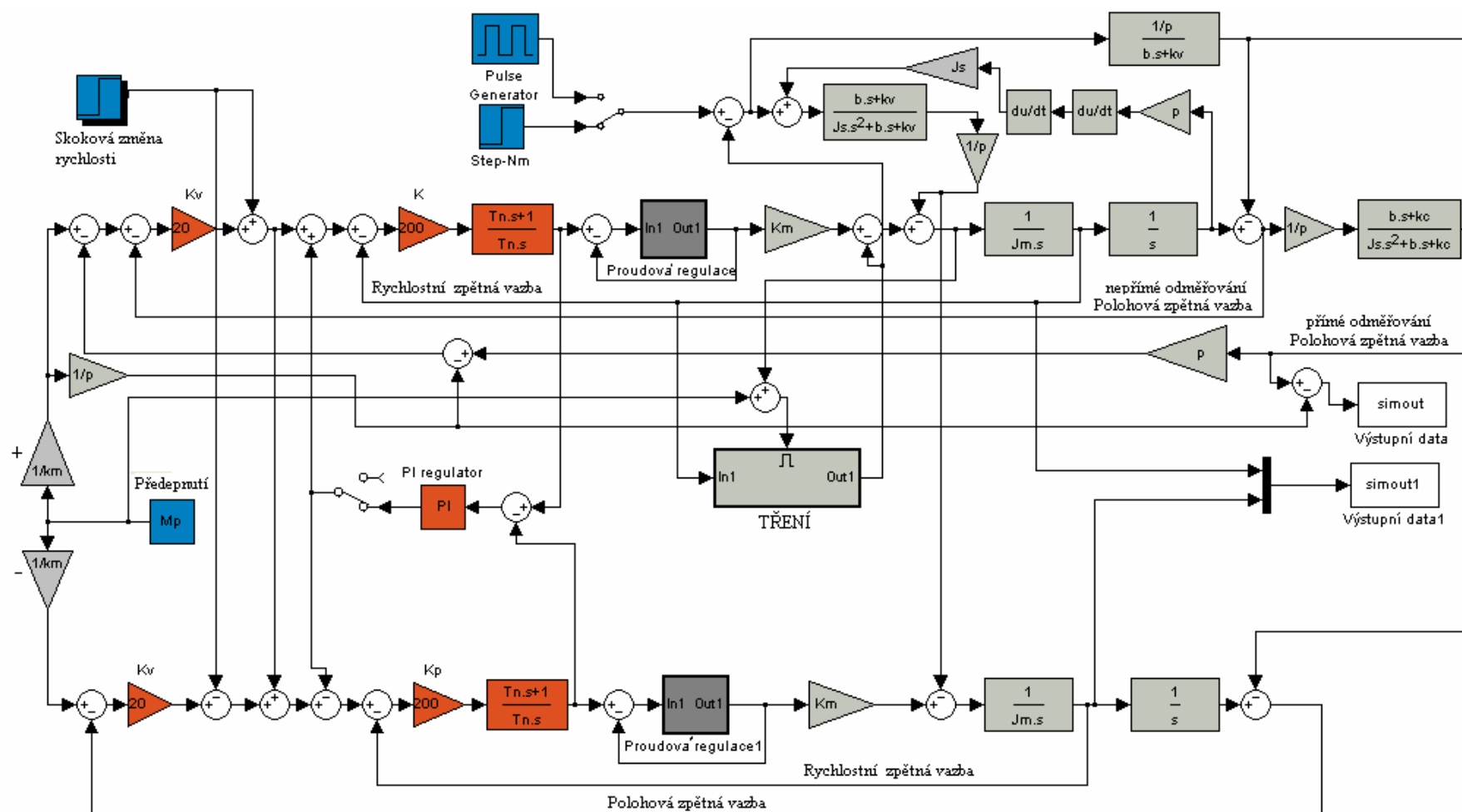
Obrázek 9 Odezva polohy na pulsní změnu momentu 500Nm při nastavení $K_v = 20/s$ pro oba motory.



Obrázek 10 Odezva polohy na skokovou změnu rychlosti $1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ při nastavení $K_v = 20/s$ a $15/s$ pro oba motory.



Obrázek 11 Odezva rychlosti motorů na pulsní momentovou zátěž 500Nm při nastavení $K_v = 20/s$



Obrázek12 Blokové schéma regulace Master-Slave

4. Závěr

Na základě výstupních grafů lze usoudit, že konstrukční skupina C osy je schopna splnit požadavky na přesné obrábění v režimu polohové vazby C osy. Takto zkonstruovaná C osa je vhodná skutečně pouze pro malé rychlosti obrábění, pro velké momentové zatížení a pro nestabilitu řezného procesu. Nestabilita řezného procesu je částečně potlačena předepnutím obou servomotorů a viskózním tlumením ve šnekovém soukolí. Také změna velikosti obrobku nehraje v celkové regulační soustavě velkou roli, protože je potlačena velkým převodem šnekového soukolí. V případě použití jiné konstrukce C osy se všechny tyto výhody ztratí. V mnoha případech se zlepší dynamika zrychlení a rychlosti pro HSC obrábění, kde hraje negativní roli tření ve šnekovém soukolí a omezená kluzná rychlost.

5. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory projektu MSM 0021630518, firmy TOS Praha, a.s. a konstrukčního týmu TT75.

6. Literatura

Procházka, F., Kratochvíl, C. (2002) *Úvod do matematického modelování pohonových soustav*. Cerm Brno, ISBN 80-7204-256-4.

Souček, P. (2004) *Servomechanismy ve výrobních strojích*. ČVUT Praha, ISBN 80-01-0292-6.

International Kongres. (2004) Matar Praha 2004. *Machine Tools, Automation and Robotic in Mechanical engineering*, ČVUT Praha, ISBN 80-903421-3-2.

Garcia, E.,Gonzales de Santos, P., Canudas de Wit, C. (2002) Velocity Dependence in the Cyclic Fiction Arising with Gears, in: *The International Journal of Robotics Research*, Vol.21, No.9, Sage Publications, pp.761-771.

Siemens.(2006) *Speed/Torque Coupling, Master-Slave (TE3)*. Function Manual. Siemens, 03/2006 Edition, 6FC5397-2BP10-1BAO.