

INVESTIGATION OF VERTICAL VIBRATIONS OF THE ŠKODA 21 Tr LOW-FLOOR TROLLEYBUS MODEL - II

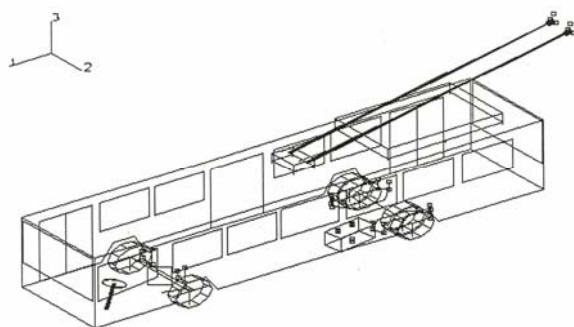
J. Volek, J. Soukup¹, P. Polach, M. Hajžman²

Summary: *The paper introduces the methodology of analytical solution of vertical dynamic response of the multibody model of the ŠKODA 21 Tr trolleybus when driving along an uneven road surface, with consideration of influence of viscous damping and asymmetry of the mechanical system.*

1. Úvod

V návaznosti na předcházející příspěvky k vyšetřování vertikálního kmitání vozidel za různých podmínek Hajžman et al. (2005), Volek & Soukup (2005), Volek et al. (2006) je uvedeno analytické řešení vertikálního kmitání modelu nízkopodlažního trolejbusu ŠKODA 21 Tr jako soustavy čtyř tuhých těles vázaných lineárními pružnými a disipativními (viskózními) prvky se sedmi stupni volnosti, suvažováním vlivu nesymetrie, např. rozložením hmoty, a s obecným kinematickým buzením jednotlivých kol.

Využití zjednodušených modelů pro dynamickou analýzu kolových vozidel má své opodstatnění v jejich snadnější implementaci a transparentnosti jednotlivých postupů a dílčích etap řešení umožňujících interpretaci výsledků, v určení váhy vlivu jednotlivých nejen vstupních veličin a předpokladů, ale i parametrů umožňujících popis procesu kmitání mechanického systému. Analytický přístup k řešení kmitání modelu je vhodným doplněním ostatních, dříve publikovaných, přístupů (např. Hajžman et al., 2005) založených na numerickém řešení.



Obr.1 Reálné vozidlo a příklad vizualizace výpočetního modelu trolejbusu ŠKODA 21 Tr.

¹ PhDr. Ing. Jan Volek, Doc. Ing. Josef Soukup, CSc.: Ústav techniky a řízení výroby UJEP v Ústí nad Labem; Na Okraji 1001; 400 96 Ústí nad Labem; e-mail: soukupj@utrv.ujep.cz

² Dr. Ing. Pavel Polach, Ing. Michal Hajžman: ŠKODA VÝZKUM s.r.o.; Tylova 1/57; 316 00 Plzeň; tel.: +420.378 182 246, fax: +420.378 182 217; e-mail: {pavel.polach,michal.hajzman}@skoda.cz

2. Řešení

Pro uvažované modely kolových vozidel (silničních i kolejových, ale i modely pružného uložení strojů) mají pohybové rovnice v obecném případě tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}, \quad (1)$$

kde matice hmotnosti $\mathbf{M}$ je při symetrickém uspořádání, tj. při diagonální matici setrvačnosti, diagonální. Při nesymetrickém rozložení hmoty ($D_{ij} \neq 0$) jsou některé prvky matice mimo diagonálu nenulové. Matice tlumení $\mathbf{B}$ a tuhosti $\mathbf{K}$ jsou symetrické.

Vektor zobecněných souřadnic:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_j^T = (\varphi_x, \varphi_y, w, w_1, w_2, w_3, \varphi_{x3})^T, \text{ pro } j = 1, 2, \dots, 7. \quad (2)$$

Vektor budící funkce:

$$\mathbf{F} = (F_i(t))^T, \text{ pro } i = 1, \dots, 7. \quad (3)$$

Rovnici (1) je možno analyticky řešit aplikací Laplaceovy transformace (Volek et al., 2006) a získat pro hledané zobecněné souřadnice q_j vztah ve tvaru

$$q_j(t) = \sum_{i=1}^7 (-1)^{j+i} \sum_{k=1}^7 \left[K_{ji,k} \int_0^t F_i(\tau) e^{-b_k(t-\tau)} \cdot \cos \Omega_k(t-\tau) d\tau + \frac{L_{ji,k} - b_k K_{ji,k}}{\Omega_k} \int_0^t F_i(\tau) e^{-b_k(t-\tau)} \cdot \sin \Omega_k(t-\tau) d\tau \right]. \quad (4)$$

V tomto vztahu je j -tá souřadnice q_j dána součtem konvolutorních integrálů součinu i -tých prvků vektoru budící funkce F_i určené nerovností povrchu a k -tých harmonických složek s vlastní tlumenou frekvencí Ω_k , s koeficientem lineárního viskózního tlumení b_k a s amplitudami určenými koeficienty $K_{ji,k}$, $L_{ji,k}$, vyjadřujícími vlastnosti mechanické soustavy.

Pro daný model je tedy určující budící funkce $F_i(t)$ definující nerovnosti podkladu. Ta může být dána deterministickou funkcí ve tvaru racionálních nebo goniometrických funkcí, nebo jejich součtů, nebo funkcemi definujícími náhodný průběh nerovností, tj. kinematické buzení jednotlivých kol vozidla. Porovnání výsledků teoretického, analytického, numerického a experimentálního vyšetřování umožňuje přijatá metodika zkoušky.

Pro základní informaci o vlivu tvaru nerovností a jejich následnosti byla v první fázi zvolena nerovnost ve tvaru skoků (ve výpočtu prezentována Heavisideho funkcí) následujících podle předepsané metodiky. V tomto případě jsou hledané funkce v jednotlivých úsecích přejezdů dány vztahem

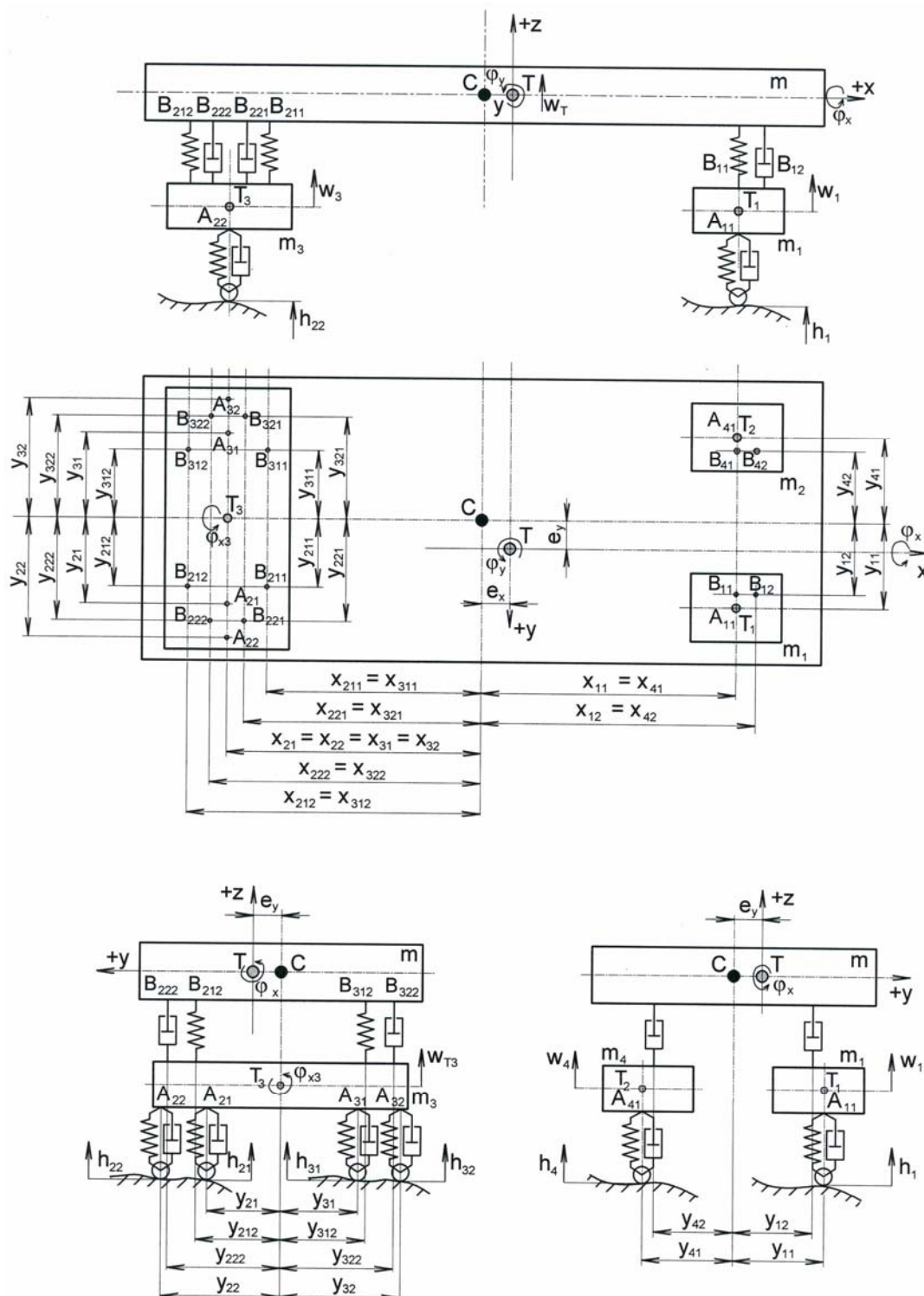
$$q_{j,m} = \sum_i (-1)^{j+i} F_i \cdot \Phi_m + q_{j,m-1} \quad \text{pro } m = 0, \dots, 5, \quad (5)$$

kde

$$\Phi_m = \sum_{k=1}^7 \frac{\Omega_k}{\Omega_k^2 + b_k^2} \left\{ K_{ji,k} \left[\frac{b_k}{\Omega_k} - e^{-b_k(t-t_m)} \left(\frac{b_k}{\Omega_k} \cos \Omega_k(t-t_m) - \sin \Omega_k(t-t_m) \right) \right] + \right.$$

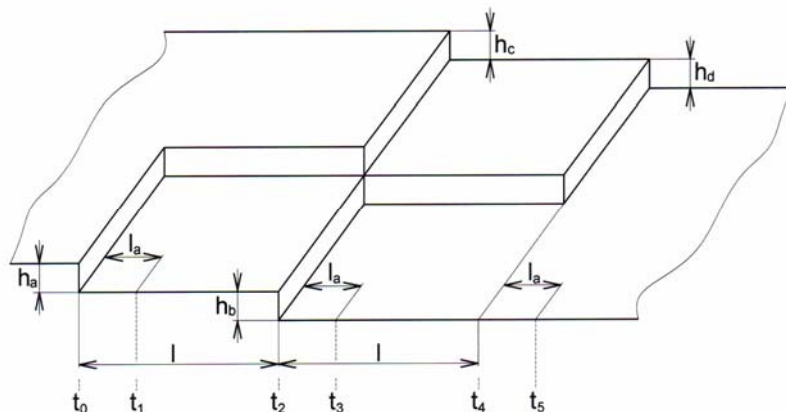
$$+ \frac{L_{ji,k} - b_k K_{ji,k}}{\Omega_k} \left[1 - e^{-b_k(t-t_m)} \left(\frac{b_k}{\Omega_k} \sin \Omega_k(t-t_m) + \cos \Omega_k(t-t_m) \right) \right] \}. \quad (6)$$

Tím je určen časový průběh hledaných veličin a následně vertikální posuv libovolného bodu soustavy ve tvaru součtu jednotlivých složek harmonických funkcí v závislosti na budící frekvenci Ω_k pro $k = 1, 2, \dots, n/2$.



Obr. 2 Charakteristické rozměry modelu trolejbusu ŠKODA 21 Tr

Ve vztazích (6) je budící funkce $F_i(\tau)$ uvažována v obecném tvaru. Pro možnost porovnání výsledků teoretického analytického řešení s výsledky numerického a experimentálního vyšetřování budou funkce $F_i(\tau)$ definovány podle skutečných překážek používaných při experimentech přejezdu trolejbusu.



Obr.3 Schéma překážek pro přejezd trolejbusu ŠKODA 21 Tr.
 l - vzdálenost překážek ($l=20$ m), l_a - rozvor ($l_a=5,7$ m), h_a, h_b, h_c, h_d - výška překážek ($= 0,06$ m)

Jednotlivé úseky přejezdu přes překážky (časy stanoveny pro rychlost $v = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$):

1. úsek – přejezd předním pravým kolem A_{11} přes první překážku h_a

$$m = 0, \quad i = 4, \quad t_0 \leq t \leq t_1, \quad (t_0 = 0, t_1 = 0,513 \text{ s}) \quad h_1 = h_a = 0,06 \text{ m}$$

$$q_{j,m=0} = \sum_{i=4}^4 (-1)^{j+i} \cdot F_i \cdot \Phi_{m=0} \quad F_4 = k_{A11} \cdot h_1$$

2. úsek – přejezd zadními pravými koly A_{21}, A_{22} přes první překážku h_a

$$m = 1, \quad i = 6, 7, \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (t_2 = 1,8 \text{ s}) \quad h_{21} = h_{22} = h_a$$

$$q_{j,m=1} = \sum_{i=6}^7 (-1)^{j+i} \cdot F_i \cdot \Phi_{m=1} + q_{j,m=0} \quad F_6 = k_{A21} \cdot h_{21} + k_{A22} \cdot h_{22}$$

$$F_7 = -k_{A21} \cdot h_{21} \cdot y_{21} - k_{A22} \cdot h_{22} \cdot y_{22}$$

3. úsek – přejezd předními koly, pravým A_{11} přes druhou - h_b , levým A_{41} přes první překážku - h_c

$$m = 2, \quad i = 4, 5, \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (t_3 = 2,373 \text{ s}) \quad h_1 = h_b, \quad h_4 = h_c$$

$$q_{j,m=2} = \sum_{i=4}^5 (-1)^{j+i} \cdot F_i \cdot \Phi_{m=2} + q_{j,m=1} \quad F_4 = k_{A11} \cdot h_1, \quad F_5 = k_{A41} \cdot h_4$$

4. úsek – přejezd zadními koly, pravými A_{21}, A_{22} přes druhou - h_b , levými A_{31}, A_{32} přes první překážku - h_c

$$m = 3, \quad i = 6, 7, \quad t_3 \leq t \leq t_4 \quad (t_4 = 3,6 \text{ s}) \quad h_{21} = h_{22} = h_b, \quad h_{31} = h_{32} = h_c$$

$$q_{j,m=3} = \sum_{i=6}^7 (-1)^{j+i} \cdot F_i \cdot \Phi_{m=3} + q_{j,m=2}, \quad F_6 = k_{A21} \cdot h_{21} + k_{A22} \cdot h_{22} + k_{A31} \cdot h_{31} + k_{A32} \cdot h_{32}$$

$$F_7 = -k_{A21} \cdot h_{21} \cdot y_{21} - k_{A22} \cdot h_{22} \cdot y_{22} + k_{A31} \cdot h_{31} \cdot y_{31} + k_{A32} \cdot h_{32} \cdot y_{32}$$

5. úsek – přejezd předním levým kolem A_{41} přes druhou překážku - h_d

$$m = 4, \quad i = 5 \quad t_4 \leq t \leq t_5 \quad (t_5 = 4,173 \text{ s}) \quad h_4 = h_d$$

$$q_{j,m=4} = \sum_{i=5}^5 (-1)^{j+i} \cdot F_i \cdot \Phi_{m=4} + q_{j,m=3}, \quad F_5 = k_{A41} \cdot h_4$$

6. úsek – přejezd zadními levými koly A_{31} a A_{32} přes druhou překážku - h_d

$$m = 5, \quad i = 6, 7, \quad t_5 \leq t \quad (t_5 = 4,173 \text{ s}) \quad h_{31} = h_{32} = h_d$$

$$q_{j,m=5} = \sum_{i=6}^7 (-1)^{j+i} \cdot F_i \cdot \Phi_{m=5} + q_{j,m=4}, \quad F_6 = k_{A31} \cdot h_{31} + k_{A32} \cdot h_{32}$$

$$F_7 = k_{A31} \cdot h_{31} \cdot y_{31} + k_{A32} \cdot h_{32} \cdot y_{32}$$

Je nutno provést výpočet $j = 1, \dots, 7$ souřadnic v 6-ti úsecích.

Výrazy (4), (5) umožňují určit časový průběh zobecněných souřadnic q_j v (2), pomocí nichž je možno určit vertikální posuv rychlost i zrychlení libovolného bodu soustavy.

Posuvy libovolných bodů i jednotlivých těles jsou:

$$\text{skříň – hmotnost } m \quad w_i = w_{y_i} \cdot \varphi_x + x_i \cdot \varphi_y$$

$$\text{přední náprava pravá – hmotnost } m_1 \quad w_{1i} = w_{11}$$

$$\text{přední náprava levá – hmotnost } m_4 \quad w_{4i} = w_{41}$$

$$\text{zadní náprava – hmotnost } m_3 \quad w_{3i} = w_{T3} - y_i \cdot \varphi_{x3}$$

Výchytky určující deformaci pružné vazby, respektive rychlosti disipativního členu – lineárního viskoelastického tlumiče (v bodech A_{xy} umožňují určit kolové síly):

přední náprava pravá – posuv a rychlost v bodě A_{11}

$$w_{A11} = w_1 - h_1 \quad \dot{w}_{A11} = \dot{w}_1 - \dot{h}_1$$

přední náprava levá – posuv a rychlost v bodě A_{41}

$$w_{A41} = w_4 - h_4 \quad \dot{w}_{A41} = \dot{w}_4 - \dot{h}_4$$

zadní náprava

$$\text{v bodě } A_{21} \quad w_{A21} = w_{T3} - y_{21} \varphi_{x3} - h_{21} \quad \dot{w}_{A21} = \dot{w}_{T3} - y_{21} \dot{\varphi}_{x3} - \dot{h}_{21}$$

$$A_{22} \quad w_{A22} = w_{T3} - y_{22} \varphi_{x3} - h_{22} \quad \dot{w}_{A22} = \dot{w}_{T3} - y_{22} \dot{\varphi}_{x3} - \dot{h}_{22}$$

$$A_{31} \quad w_{A31} = w_{T3} - y_{31} \varphi_{x3} - h_{31} \quad \dot{w}_{A31} = \dot{w}_{T3} - y_{31} \dot{\varphi}_{x3} - \dot{h}_{31}$$

$$A_{32} \quad w_{A32} = w_{T3} - y_{32} \varphi_{x3} - h_{32} \quad \dot{w}_{A32} = \dot{w}_{T3} - y_{32} \dot{\varphi}_{x3} - \dot{h}_{32}$$

skříň – posuv, respektive rychlost v bodě

$$B_{11}, B_{12} \quad w_{B11} = w_T - (y_{12} - e_y) \varphi_x + (x_{11} - e_x) \varphi_y - w_1$$

$$\dot{w}_{B12} = \dot{w}_T - (y_{12} - e_y) \dot{\varphi}_x + (x_{12} - e_x) \dot{\varphi}_y - \dot{w}_1$$

$$B_{41}, B_{42} \quad w_{B41} = w_T + (y_{42} + e_y) \varphi_x + (x_{41} - e_x) \varphi_y - w_4$$

$$\dot{w}_{B42} = \dot{w}_T - (y_{42} + e_y) \dot{\varphi}_x + (x_{42} - e_x) \dot{\varphi}_y - \dot{w}_4$$

$$B_{211} \quad w_{211} = w_T - (y_{211} - e_y) \varphi_x - (x_{211} + e_x) \varphi_y - (w_{T3} - y_{211} \varphi_{x3})$$

$$\begin{aligned}
B_{212} \quad w_{212} &= w_T - (y_{212} - e_y)\varphi_x - (x_{212} + e_x)\varphi_y - (w_{T3} - y_{212}\varphi_{x3}) \\
B_{311} \quad w_{311} &= w_T + (y_{311} + e_y)\varphi_x - (x_{311} + e_x)\varphi_y - (w_{T3} + y_{311}\varphi_{x3}) \\
B_{312} \quad w_{312} &= w_T + (y_{312} + e_y)\varphi_x - (x_{312} + e_x)\varphi_y - (w_{T3} + y_{312}\varphi_{x3}) \\
B_{221} \quad \dot{w}_{221} &= \dot{w}_T - (y_{221} - e_y)\dot{\varphi}_x - (x_{221} + e_x)\dot{\varphi}_y - (\dot{w}_{T3} - y_{221}\dot{\varphi}_{x3}) \\
B_{222} \quad \dot{w}_{222} &= \dot{w}_T - (y_{222} - e_y)\dot{\varphi}_x - (x_{222} + e_x)\dot{\varphi}_y - (\dot{w}_{T3} - y_{222}\dot{\varphi}_{x3}) \\
B_{321} \quad \dot{w}_{321} &= \dot{w}_T + (y_{321} + e_y)\dot{\varphi}_x - (x_{321} + e_x)\dot{\varphi}_y - (\dot{w}_{T3} + y_{321}\dot{\varphi}_{x3}) \\
B_{322} \quad \dot{w}_{322} &= \dot{w}_T + (y_{322} + e_y)\dot{\varphi}_x - (x_{322} + e_x)\dot{\varphi}_y - (\dot{w}_{T3} + y_{322}\dot{\varphi}_{x3})
\end{aligned}$$

Navržené řešení umožňuje analyzovat obecný případ buzení, kdy každé kolo přejíždí přes jinou nerovnost.

3. Závěr

Pro porovnání analytického, numerického a experimentálního vyšetřování vertikálních posuvů libovolného bodu nízkopodlažního trolejbusu ŠKODA 21 Tr budou překážky při analytickém řešení uvažovány podle metodiky zkoušky ve tvaru kruhových úsečí o výšce $h = 0,06$ m, délce kruhové úseče $l_u = 0,5$ m ve stejných vzdálenostech $l = 20$ m, při rychlosti přejezdu překážek $v = 43$ km.h⁻¹. Uvedené porovnání je připravováno do tisku.

4. Poděkování

Problém je řešen s finanční podporou grantů GA ČR 101/05/2371 a MSM 4771868401.

5. Literatura

- Hajžman, M., Polach, P. & Lukeš, V. (2005) Dynamická odezva trolejbusu při přejezdech výrazných nerovností na městském okruhu, in: *Sb. III. konference s mezinárodní účastí Dynamika tuhých a deformovatelných těles 2005* (B. Skočilasová ed.), ÚTŘV UJEP, Ústí nad Labem, str. 33-40.
- Volek, J. & Soukup, J. (2005) Kmitání symetrické a nesymetrické mechanické soustavy při nesymetrickém buzení, in: *Sb. III. konference s mezinárodní účastí Dynamika tuhých a deformovatelných těles 2005* (B. Skočilasová ed.), UJEP, Ústí nad Labem, str. 121-126.
- Volek, J., Soukup, J., Polach, P. & Hajžman, M. (2006) Vyšetřování vertikálního kmitání modelu nízkopodlažního trolejbusu ŠKODA 21 Tr, in: *Sb. National colloquium with int. participation Dynamika strojů 2006* (L. Pešek ed.), ÚT AV ČR, Praha, str. 169-174.
- Polach, P., & Hajžman, M. (2005) Influence of the Hydraulic Shock Absorbers model in Trolleybus Multibody Simulations on the Suspension Deformations and Comparison with the Experimental Results, in: *CD-ROM Proc. of the National Conference with Internatinal Participation Engineering Mechanics 2005*, Svratka, 2005, extended abstracts proc. pp. 255-256
- Hajžman, M., Polach P. (2005) Optimization Methodology of the Hydraulic Shock Absorbers Parameters in Trolleybus Multibody Models on the Basis of Trolleybus Dynamic Response Experimental Measurement, in: *Proc. Internationa. Scientific Conference held on the occasion 55th anniversary of founding the Faculty of Mech. Eng. of the VSB - Technical University of Ostrava, Applied Mechanics*, Ostrava, 2005, pp. 117-122