

FATIGUE STRENGTH AND LIFE OF REAL STRUCTURES UNDER COMBINED RANDOM LOADING

J. Svoboda, M. Balda, V. Fröhlich *

Summary: *A rather often kind of combined stress is a case, when one of its components acts statically. The contribution deals with some results of research works, the goal of which has been to reveal an influence of the static component on a resulting fatigue life, and to find a way of its including into fatigue strength evaluations. A procedure for finding a critical stress for an estimating of a structure save life is presented. Unfortunately, the fatigue life calculation is more complicated and needs some experiments, whichj will yield additional information on a material behaviour under required stress combination and levels.*

1. Úvod

V konstruktérské praxi se poměrně často setkáváme s případy, kdy součást je v provozu vystavena kombinaci statického a dynamického namáhání. Příkladem mohou být např. lopatky turbinových kol, které jsou namáhány kombinací tahové odstředivé síly a dynamicky působící složkou ohybového momentu. V důsledku dynamické složky zatížení probíhá v materiálu součásti únavový proces porušování, který ohodnotíme řadou známých výpočetních metod, poskytujících informace potřebné pro zabezpečení její provozní spolehlivosti. Jak však do výpočtu únavové pevnosti případně životnosti zahrnout vliv přídatné statické složky namáhání, pokud je jiného charakteru, než výše zmíněná dynamicky působící složka? V příspěvku budou uvedeny výsledky prací, které měly za cíl objasnit mechanismus, jakým se tato složka podílí na výsledné únavové životnosti a navrhnout postup, který by umožnil zahrnout její efekt do aplikovaného pevnostního výpočtu.

2. Rozbor problematiky

Z experimentálních prací prováděných na trubkových vzorcích vyrobených z materiálu ČSN 411523 o vnějším průměru 30 mm a vnitřním 26 mm s příčným otvorem průměru 3 mm byla získána řada zajímavých poznatků, které jsme se pokusili zúročit při hledání postupu vhodného pro výpočet životnosti v takto složitých případech. Abychom si z počátku nekomplikovali situaci a mohli výsledky porovnat se životnostmi které nám poskytují základní únavové křivky pro daný materiál, zvolili jsme při experimentech harmonický

* Ing. Jaroslav Svoboda, Prof. Ing. Miroslav Balda, DrSc., Feng..., Ing. Vladislav Fröhlich, Ústav termomechaniky AVČR, Centrum diagnostiky materiálů, Veleslavínova 11, 301 14 Plzeň, svoboda @cdm.it.cas.cz, balda @cdm.it.cas.cz, fröhlich @cdm.it.cas.cz

způsob zatěžování se staticky působící tahovou složkou σ_m a dynamicky působícím krutem τ_a .

Nejprve shrneme výše zmíněné poznatky:

- Při kombinovaném zatěžování s jednou staticky a druhou dynamicky působící složkou neovlivňuje statická složka směr šíření dlouhých únavových trhlin. Rovněž o místě vzniku trhliny (v našem případě u příčného otvoru) rozhoduje pouze dynamická složka zatěžování, jak bylo uvedeno v [3].
- Staticky působící složka tahového napětí σ_m však významně ovlivňuje napjatost na čele šířící se únavové trhliny při jejím rozevírání a svírání a tím i výslednou životnost.
- S úrovní staticky působící složky namáhání roste rychlost šíření u dlouhých trhlin rychleji než v případě mikrotrhlin v nukleární oblasti.
- Statické složky namáhání posouvají šikmou větev únavové křivky do oblasti nižších životností a snižují rovněž mezní hodnotu trvalé únavové pevnosti.
- Rychlost šíření únavových trhlin lze v daném případě zatížení vyjádřit rovněž Parisovým vztahem. Úroveň staticky působící složky namáhání ovlivňuje významně velikost konstanty C v tomto vztahu, pouze málo exponent n . Regresní čáry jsou proto téměř rovnoběžné, posouvají se však do oblasti vyšších rychlostí šíření – viz.[4].

V následující tab.1 jsou uvedeny hodnoty životnosti, které byly získány při aplikaci různých kombinací zatížení zkoušených vzorků.

Tab.1 Životnosti zkoušených vzorků

Číslo vzorku	Statická složka napětí σ_m [MPa]	Dynamická slož. napětí τ_a [MPa]	Životnost v počtu cyklů N	
			do poč. trhliny	do lomu
1	0	± 100	150000	355032
2	100	± 100	135214	222042
3	200	± 100	70500	75555
4	100	± 90	155000	260645
5	200	± 90	100000	141946
6	100	± 85	366800	658192
7	0	± 80	neporušeno	
8	100	± 80	705222	1372402
9	200	± 80	320000	372132

Z tabulky je zřejmý pokles výsledné životnosti s úrovní statické složky zatížení a rovněž zvýšení rychlosti šíření dlouhých trhlin při vyšších úrovních staticky působícího tahového napětí σ_m .

Na obr.1 jsou pro porovnání zakresleny regresní čáry šikmých větví únavových křivek trubkových vzorků s příčným otvorem pro namáhání střídavým tahem-tlakem, krutem a pro případy kombinovaného zatížení s dynamickou amplitudou krutového namáhání $\pm \tau_a$ a statickými složkami osového tahu $\sigma_m = 100$ a 200 MPa. Z obrázku je zřejmý posun regresních křivek v důsledku tahové složky do oblasti nižších životností.

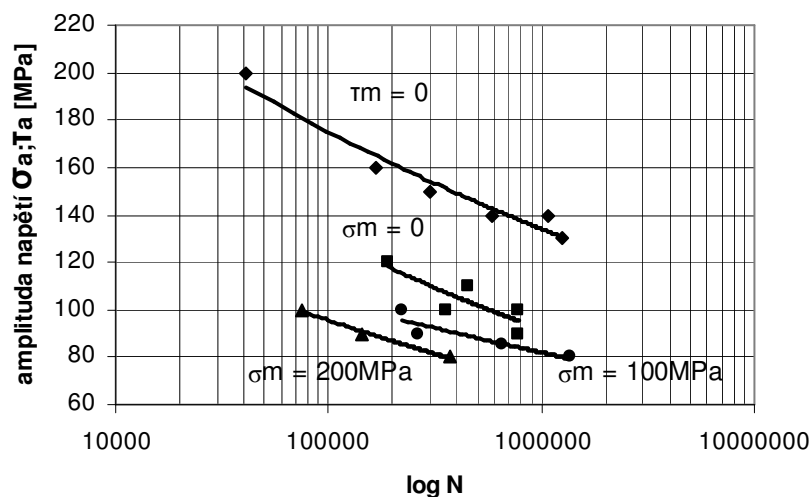
Provedeme-li analytické vyjádření těchto čtyř regresních křivek ve tvaru obvykle používaném pro zpracování únavových křivek, dostaneme následující rovnice:

$$\text{- pro jednoosý tah-tlak (} \tau_m = 0 \text{) } \dots\dots\dots \log N_a = 23,5323 - 8,2511 \log \sigma_a \quad (1)$$

$$\text{- pro čistý krut (} \sigma_m = 0 \text{) } \dots\dots\dots \log N_a = 14,7679 - 4,5226 \log \tau_a \quad (2)$$

$$\text{- pro kombinaci } \pm \tau_a; \sigma_m = 100 \text{ MPa } \dots\dots\dots \log N_a = 21,7592 - 8,2600 \log \tau_a \quad (3)$$

$$\text{- pro kombinaci } \pm \tau_a; \sigma_m = 200 \text{ MPa } \dots\dots\dots \log N_a = 19,1905 - 7,1654 \log \tau_a \quad (4)$$



Obr.1 Regresní čáry únavových křivek trubkových vzorků s příčným otvorem

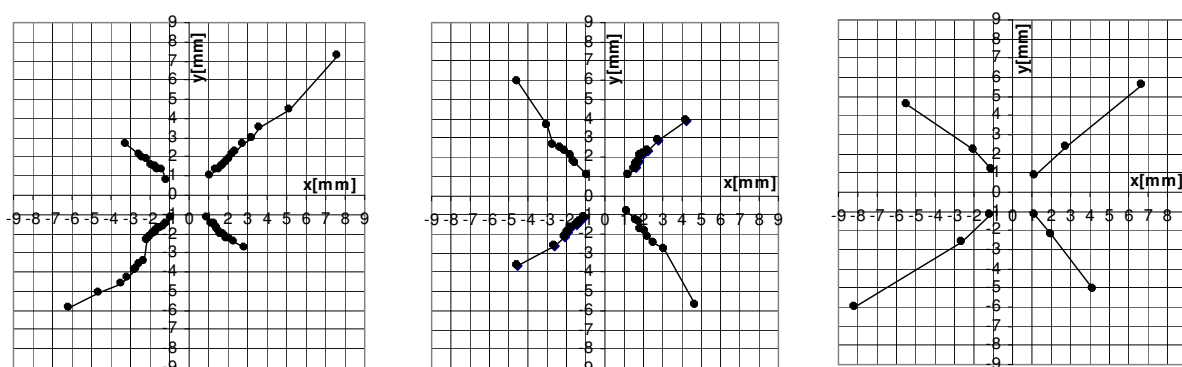
Pro úplnost ještě doplňme hodnoty meze únavy pro základní dvě únavové křivky:

- pro jednoosý tah-tlak $\sigma_c^* = 120$ MPa
- pro čistý krut $\tau_c^* = 80$ MPa.

Problém nyní spočívá v tom, nalézt mechanismus pro přepočet životností v počtech harmonických cyklů N odpovídajících únavové křivce pro krut ($\sigma_m = 0$), na životnosti ovlivněné současným působením libovolné úrovně staticky působící složky tahového (případně tlakového) napětí.

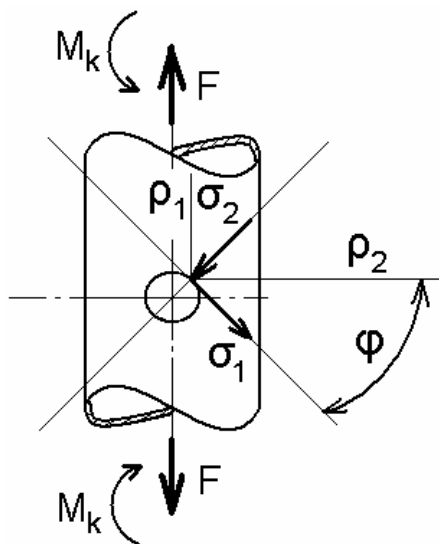
3. Rozbor napjatosti a návrh metodiky výpočtu

Protože dynamicky působí pouze složka krutového napětí, lze očekávat, že únavové porušování způsobí pouze tato složka namáhání, což potvrzuje rovněž obr.2.

Obr.2 Šíření trhlin při čistém krutu a při kombinovaném zatížení se $\sigma_m = 100$ a 200 MPa

Na obr.2 jsou vzájemně porovnány průběhy šíření únavových trhlin pro případ krutového namáhání $\tau_a = \pm 100$ MPa a téhož namáhání v kombinaci se staticky působícími složkami tahového napětí $\sigma_m = 100$ a 200 MPa. Z obrázku je zřejmé, že únavové trhliny vycházejí ve

všech případech ze stejného místa na hraně příčného otvoru, které se nachází pod úhlem 45° od příčné osy vzorku a šíří se stejným způsobem pod uvedeným úhlem jako v případě čistého krutu. Přídavná staticky působící složka tahového napětí tedy směr šíření vzniklých únavových trhlin neovlivňuje, přesto však významně snižuje výslednou únavovou životnost. Jak probíhá mechanismus tohoto snižování životnosti?



Obr.3 Napjatost u příčného otvoru trubkového vzorku

Sledujme nejprve napjatost v místě vzniku trhliny u příčného otvoru zkušebního trubkového vzorku. Abychom nekomplikovali problém a mohli výsledky porovnat s provedenými experimenty, nebudeme v rozboru napjatosti uvažovat s účinkem vrubu a budeme počítat pouze s tzv. nominálním napětím. Z obr.3 je zřejmé, že maximální smykové napětí τ_{amax} od dynamicky působící složky krutu se nachází v rovinách ζ_1 a ζ_2 v podélném a příčném směru vzorku. Z Mohrovy kružnice pro čistý krut vyplývá, že roviny hlavních normálových napětí σ_1 a σ_2 jsou od rovin tohoto smykového napětí natočeny o úhel $\varphi = 45^\circ$ a působí ve směru a kolmo na směr šířící se únavové trhliny. Pro velikost těchto normálových napětí platí, že

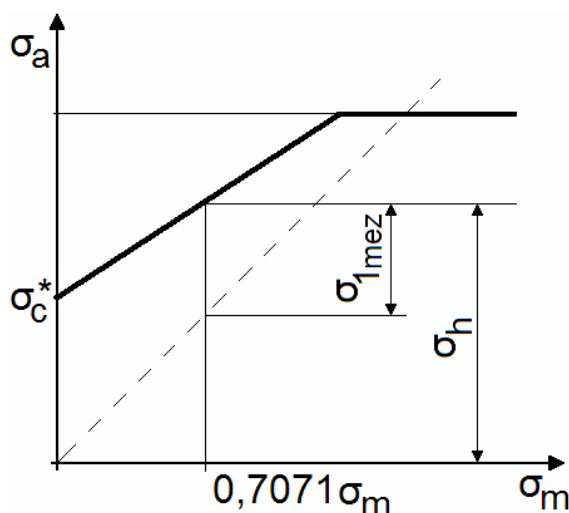
$$\sigma_1 = \tau_{amax} = -\sigma_2. \quad (5)$$

Přídavná statická složka tahového napětí σ_m působí ve směru osy vzorku a bude tedy kolmá na rovinu ζ_2 s maximální úrovní dynamicky působícího smykového napětí od krutu τ_{amax} . Z Mohrovy kružnice pro čistý tah je rovina maximálního smykového napětí od tahu natočena o 45° a nachází se ve směru šířící se únavové trhliny. Pro jeho velikost platí, že

$$\tau' = \sigma_m / 2. \quad (6)$$

Tolik z hlediska napjatosti. Z uvedeného rozboru je zřejmé, že o životnosti ve sledovaném místě na hraně otvoru bude rozhodovat dynamicky působící složka hlavního napětí $\pm \sigma_1 = \pm \tau_a$ (druhé hlavní napětí σ_2 bude na hraně otvoru nulové) a dále složka statického předpětí $\sigma_m \cos \varphi = 0,7071 \sigma_m$, která bude působit podobně jako složka hlavního napětí $\pm \sigma_1$ kolmo na rovinu šířící se únavové trhliny.

Poněvadž obě tato normálová napětí působí v jedné rovině (tangenciální k hraně otvoru), lze pro daný způsob zatížení sestavit Smithův diagram, z něhož stanovíme mezní napětí $\sigma_{lmez.} = \tau_{amez}$ pro kombinaci napětí $\pm \sigma_I ; 0,7071\sigma_m$.



Obr.4 Smithův diagram pro stanovení mezního napětí σ_{lmez}

Pro výpočet horního napětí σ_h uvádí Serensen [2] vztah

$$\sigma_h = \sigma_c^* + (1 - \psi) \sigma_m \quad (7)$$

Pro ocelové vzorky namáhané tahem se součinitel nesymetrie cyklu ψ pohybuje v rozmezí $0,2 \div 0,3$. Ve sledované rovině působí složka statického napětí $0,7071\sigma_m$ a dynamická složka $\pm \sigma_I = \tau_a$ krutového napětí. Protože velikost hlavního normálového napětí je u krutu shodná s velikostí maximálního smykového napětí, bude v obr.4 platit, že rovněž $\sigma_c^* = \tau_c^*$. Mezní hodnotu napětí σ_{lmez} pak vypočítáme z rovnice

$$\sigma_{lmez} = \sigma_h - 0,7071\sigma_m. \quad (8)$$

Tím jsme získali hladinu mezního napětí únavové křivky pro sledovaný způsob kombinovaného zatížení.

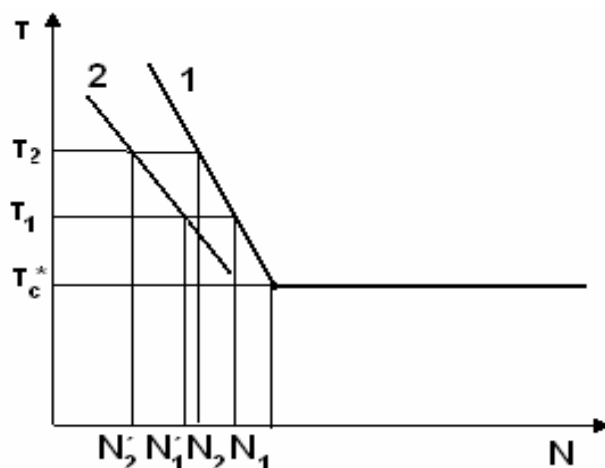
Pro náš konkrétní případ, kdy $\tau_a = \pm 100$ MPa, $\sigma_m = 100$ a 200 MPa a $\tau_c^* = 80$ MPa, dostaneme po dosazení do rovnic (7) a (8) následující hodnoty mezních napětí:

- pro $\sigma_m = 100$ MPa.....65,9 MPa
- pro $\sigma_m = 200$ MPa.....51,68 MPa.

V daných případech jsme zvolili hodnotu $\psi = 0,2$.

Poněkud složitější je problematika stanovení životnosti pro daný případ kombinovaného zatížení. V principu se jedná o nalezení výpočtové metody, která by umožnila doplnit výše získanou hladinu mezního napětí minimálně o 2 body na šikmé větvi únavové křivky, abychom mohli stanovit rovnici její regresní křivky a vypočítat tak životnost pro libovolnou amplitudu dynamické složky zatížení. Protože životnost závisí rovněž na úrovni statické složky zatížení, musíme být schopni pro každou složku tohoto zatížení stanovit rovnici regresní křivky šikmé větve odpovídající únavové křivky.

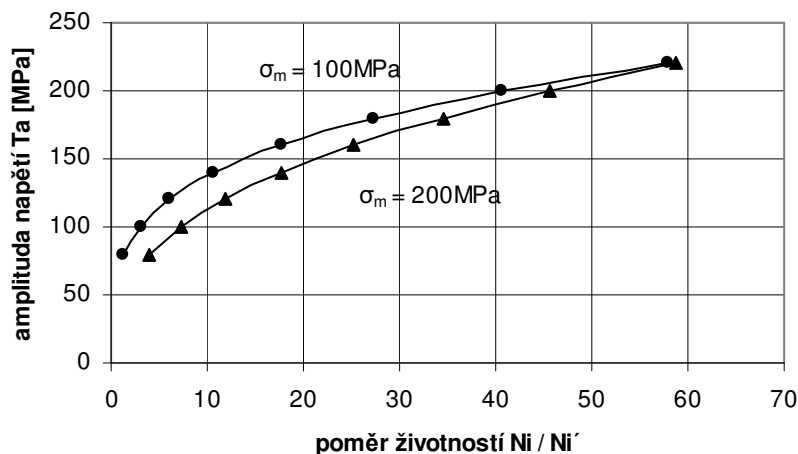
Experimentálně byly stanoveny rovnice únavových křivek pro trubkové vzorky s příčným otvorem pro namáhání tah-tlak, čistý krut a regresní křivky životnosti kombinovaného zatížení. Tyto rovnice jsou označeny čísly (1),(2),(3) a (4). Pokusme se vzájemným porovnáním výsledků z aplikace těchto rovnic nalézt existenci jistých závislostí mezi sledovaným způsobem namáhání a výslednou životností.



Obr.5 Porovnání křivek životnosti pro čistý krut a kombinaci se statickým tahem

Na obr.5 jsou porovnány životnosti v oblasti časové pevnosti pro zkušební vzorek namáhaný čistým krutem (regresní čára č.1) a kombinaci dynamického krutu se současně působícím statickým tahem (regresní čára č.2). Z obrázku je vidět, že regresní čáry 1 a 2 nejsou paralelní a že tedy staticky působící složka tahového napětí ovlivňuje při vyšších hladinách dynamicky působícího krutu výslednou životnost více, než při hladinách nižších. Při nižších amplitudách dynamického namáhání je toto ovlivnění menší. Vysvětlení je celkem jednoduché, vyjdeme-li z předpokladu, že statická složka sama o sobě nemůže způsobit únavové porušení, může však ovlivnit účinek dynamické složky namáhání a to tím, že rozevírá konce vzniklých únavových trhlin a tím usnadňuje systému při menším množství dodávané energie překonávat bariéry, které v materiálu brzdí jejich šíření. Již Elber [1] zjistil, že efekt rozevírání a svírání trhlin se uplatňuje při únavovém procesu probíhajícím jak v oblasti nukleačního porušování, tak v oblasti šíření dlouhých trhlin.

Jak bylo uvedeno, získali jsme experimentálně regresní rovnice (2), (3) a (4) pro stanovení životnosti zkoušených trubkových vzorků s příčným otvorem, které byly zatěžovány čistým krutem a kombinovaným namáháním se staticky působícím tahem. Předpokládejme, že křivce 1 na obr.5 odpovídá rovnice (2) pro čistý dynamický krut a křivce 2 kombinace tohoto krutu se statickým tahovým předpětím $\sigma_m = 100$, případně 200MPa. Křivky nejsou paralelní, což znamená, že účinek tahové složky namáhání je závislý na úrovni amplitudy smykového napětí od dynamické složky krutu. Na obr. 6 je vynesena závislost poměru životností N_i / N'_i na hodnotě τ_a pro uvedené dvě hodnoty tahového předpětí.



Obr.6 Závislost poměru životností N_i / N_i' na amplitudě napětí τ_a pro hodnoty statické složky $\sigma_m = 100$ a 200 MPa

Křivky na obrázku jsou exponenciální křivky, jejichž rovnice jsou po zlogaritmování následující:

$$\text{pro } \sigma_m = 100 \text{ MPa} \dots\dots\dots \log (N_i / N_i') = -6,989 + 3,7365 \log \tau_a \quad (9)$$

$$\text{pro } \sigma_m = 200 \text{ MPa} \dots\dots\dots \log (N_i / N_i') = -4,4259 + 2,6494 \log \tau_a \quad (10)$$

Z rovnosti těchto rovnic (9) a (10) lze zjistit, že se obě křivky protínají při hodnotě $\tau_a = 228$ MPa, kdy je pro obě statické složky poměr životností N_i / N_i' stejný. Od této hodnoty se u statické složky s vyšší hodnotou σ_m tento poměr snižuje.

Podívejme se, jak bude situace vypadat na spodním konci uvedených křivek. Protože únavová křivka pro krut na obr.5 je omezena mezí únavy τ_c^* , které odpovídá životnost $N_i = N_c = 1448723$ cyklů, je nutné křivky na obr.6 omezit rovněž touto hodnotou τ_c^* , přestože jsou mezní napětí τ_{mez} při kombinovaném namáhání, jak je zřejmé z tab.1, nižší.

Při znalosti rovnic (9) a (10) výše zmíněných exponenciálních křivek můžeme pro příslušné hodnoty statické složky namáhání σ_m vypočítat pro libovolnou amplitudu τ_a dynamicky působícího krutového napětí životnosti N_i' , známe-li rovnici únavové křivky pro čistý krut. Abychom mohli uvedený způsob výpočtu životnosti aplikovat, musíme nejprve experimentálně stanovit pro danou hodnotu statického předpětí σ_m a dvě úrovně amplitudy krutového napětí τ_a hodnoty životnosti N_i' a za pomoci např. synteticky získané únavové křivky pro čistý harmonický krut stanovit poměr N_i / N_i' . Těmito dvěma body proložíme exponenciální křivku životnosti pro kombinované zatížení a stanovíme její rovnici, z které vypočítáme životnost pro libovolnou amplitudu napětí dynamicky působícího krutového namáhání.

Jistou nevýhodou uvedeného postupu je požadavek na experimentální stanovení životnosti dvou bodů regresní čáry 2 na obr. 5, kterými proložíme exponenciálu abychom získali rovnici pro výpočet životnosti. Problémem všech únavových výpočtů je totiž skutečnost, že na základě znalosti pouze úrovně napětí nelze stanovit únavovou životnost dané součásti, pokud nemáme informace o vlastnostech materiálu a dalších faktorech, které proces únavového porušování ovlivňují. Proto je vždy jednodušší stanovit hodnotu mezního napětí pro výpočet bezpečnosti vůči trvalé pevnosti, než hodnotu životnosti.

4. Závěr

V příspěvku jsou shrnuty některé hlavní výsledky experimentálních prací, jejichž cílem bylo zjistit, jakým způsobem se uplatní při kombinovaném zatěžování složka staticky působícího namáhání na výslednou únavovou životnost dynamicky namáhaného konstrukčního celku a jak významně tuto životnost ovlivní. Uvedené výsledky se týkají kombinace dynamicky působícího krutu a statického tahu. Výsledky však byly rovněž ověřeny pro případ dynamicky působícího tahu-tlaku a statického krutu a mají proto obecnou platnost pro kombinace různých druhů namáhání. Principiálně platí, že o únavovém porušování rozhoduje pouze dynamická složka namáhání, která rozhoduje rovněž o místě vzniku a směru šíření únavových trhlin. Statická složka namáhání však významně ovlivňuje podle své úrovně výslednou únavovou životnost tím, že rozvírá nebo svírá mikro i makrotrhliny a tím napomáhá, nebo brzdí (v případě tlaku) jejich šíření. Vypočítat lze pouze snížení mezního napětí v důsledku působení složky statického namáhání, ne již životnost bez zahrnutí vlivu vlastností materiálu na proces porušování. Bez znalosti odezvy materiálu na způsob namáhání nelze dosáhnout solidních odhadů životnosti. Proto je výhodné kombinovat výpočet životnosti s výsledky několika jednoduchých experimentů, které poskytnou alespoň částečné informace o odezvě materiálu na aplikovanou kombinaci zatěžování.

Poděkování

Práce byla podpořena Grantovou agenturou ČR grantovým projektem č. 101/05/0199 a výzkumným záměrem Ústavu termomechaniky AV ČR č. AV0Z 20760514.

5. Literatura

- [1] Elber, W. (1970): *Fatigue crack closure under cyclic tension*. Engng. Fract. Mech. 2 1970, s.37 ÷ 45.
- [2] Serensen, S. V., Kogajev, V. P. Šnejderovič, R. M. (1967): *Únosnost a pevnostní výpočty strojních součástí*. SNTL-Nakladatelství technické literatury, Praha 1967.
- [3] Svoboda, J., Balda, M., Fröhlich, V. (2005): *Šíření trhlin při kombinovaném namáhání s jednou staticky a druhou dynamicky působící složkou*. Sb. konference Computational Mechanics 2005, Nečtiny, s. 551÷ 556, ISBN 80-7043-400-7.
- [4] Svoboda, J., Balda, M., Fröhlich, V. (2006): *Rychlost šíření trhlin při kombinovaném namáhání s jednou statickou a druhou dynamicky působící složkou*. Sb. kolokvia Dynamics of Machines 2006, Praha, s.133÷138, ISBN 80-85918-97-8.