National Conference with International Participation
ENGINEERING MECHANICS 2006
Svratka, Czech Republic, May 15 – 18, 2006
paper no.
324

SIMULATION OF FREEZING OF ROCK DURING TUNNELING

P.P. Procházka[*], M.J. Válek[*], A.E. Yiakoumi[*]

Summary: *Eigenstresses and eigenstrains act out a very important role in many branches of applied mechanics. The eigenparameters may represent plastic strains, or relaxation stresses (or also prestresses, change of temperature, etc.), and may also serve as free parameters for improving numerical models to get the computed quantities that should be as close as possible to the real state. Special variational formulation can be stated dealing with the minimum variance of differences between measured and computed values. When using a very useful treatment, transformation field analysis (TFA), having recently been proposed by Dvorak & Procházka, the problem leads to a linear system of algebraic equations.*

1. Úvod

V současnosti je k dispozici řada numerických postupů pro výpočty podzemních konstrukcí Jeden z problémů, který je třeba řešit před započetím výpočtu, je určit materiálové vlastnost podzemního kontinua. Numerické metody jsou tedy s největší pravděpodobností zatížen chybou, která plyne z nepřesných vstupních dat, hlavně dat platných pro popis materiálovýc vlastností. Z toho důvodu je nejvhodnější získat tyto vlastnosti z měření „in situ“. Z měření na stavbě je pak hledán konstitutivní zákon, podle kterého se řídí vývoj materiálu s časem a s zatížením. Problém je v tom, že měření na stavbě jsou velmi nákladná a je nutné je doladi během výstavby. Nemluvíme ovšem o jednoduchých laboratorních zkouškách, které dávaj pouze jednoduchý přehled o možném chování materiálu.

Přirozeným mezikrokem je využití výše uvedených dat a sestavit experimentální model z fyzikálně ekvivalentních materiálů, který nabízí hlubší informace o chování horniny v místech, které nás zajímají. Takové experimenty mohou být prováděny ve standech, což jsou pevně konstruované boxy s kluzkými stěnami a minimálně přední stěnou prosklenou. Pokusy ve standech umožňují pozorovat pohyby, lokální praskliny, kolapsy a podobné jevy v hornině. Navíc je možné vzorky zkoumaných konstrukcí dobře instrumentovat a měřit míru posuvy a přetvoření pomocí tenzometrů.

Numerický model vychází z techniky Analýzy transformačního pole (Dvorak & Procházka, 1996, 1999), která umožňuje popis nelineárního chování horniny, jako je plasticity, creepu, poškození, atd. Numerickým modelem jsou okrajové prvky, které zahrnují

* Prof.Ing.RNDr. Petr Pavel Procházka, DrSc., Ing. Martin Jan Válek, Ph.D., Ing. Alexia Elena Yiakoumi: ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra stavební mechaniky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6; tel.: +420 2 2435 4480, fax: +420 2431 0775; e-mail: petrp@fsv.cvut.cz

také vliv vlastních parametrů (vlastních deformací, vlastních pnutí). Vlastními parametry jsou jednak změna teploty a jednak popisují Misesovu plasticitu. Jelikož, jak je dobře známo, metoda okrajových prvků má problémy s nelineárním rozdělením materiálových vlastností v tělese, je vhodné zavést nový prostor, na kterém je úloha řešena. Provede se transformace do tohoto prostoru pomocí polarizačního tenzoru a ukáže se, že pak je i metoda okrajových prvků velmi vhodná na řešení např. plastického přetváření v tělese. Někdy se ukazuje výhodným (Procházka & Trčková, 2000) kombinovat Analýzu transformačního pole s Desaiovou DSC (Desai, 1974, 1994). Při této kombinaci je vhodné zavést model poškození, který může být definován podle (Kačanov, 1987)

Numerický model vychází z řady experimentů, které byly provedeny ve Standech. Materiálové vlastnosti jsou získány z laboratorních zkoušek a z pozorování a měření na fyzikálně ekvivalentních modelech. Nicméně pomocí vlastních parametrů lze upravit materiálové vlastnosti (přesněji doladit rozdělení napjatosti a polí posuvů), viz např. (Procházka & Trčková, 2000). Pro tento postup se užívá názvu sdružené modelování (coupled modeling).

2. Formulace Analýzy transformačního pole

V tomto odstavci budeme formulovat metodu popisu nelineárního chování horniny, která vychází a Analýzy transformačního pole. Nejprve předpokládejme, že se hornina chová lineárně pružně. Tím rozumíme, že platí klasický Hookeův zákon na celém tělese (v tomto případě aplikace metody okrajových prvků nečiní potíže). Za těchto okolností je zřejmě poměrně jednoduché určit pole posuvů, tenzory deformací a napětí.

Ve druhém kroku přidáme vliv nelineárních členů do Hookeova zákona a obdržíme:

$$\varepsilon_{ij}(\boldsymbol{u}) = C_{ijkl}\sigma_{kl} + \varepsilon_{ij}^{\mathrm{pl}} + \mu_{ij} \quad , \tag{1}$$

kde $\mathbf{u} = (u_1,\ u_2,\ u_3)$ je vektor posunutí, $\mathbf{C}$ je matice materiálové přetvárnosti, $\boldsymbol{\sigma}$ a $\boldsymbol{\varepsilon}$ jsou po řadě tenzory napětí a deformace, $\boldsymbol{\mu}$ je tenzor vlastních deformací. Poznamenejme, že lze tenzor vlastních deformací zaměnit za tenzor vlastních napětí $\boldsymbol{\lambda}$ takto: $\boldsymbol{\mu} = -\,\mathbf{C}\,\boldsymbol{\lambda}$.

Napětí v libovolném kroku můžeme s využití (1) napsat nyní takto:.

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{ext}} + \mathbf{P}\,\boldsymbol{\mu} + \mathbf{Q}\,\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{pl}}, \qquad \text{nebo} \qquad \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{ext}} + \mathbf{R}\,\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{T}\,\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{rel}}, \tag{2}$$

nebo v inkrementální (diferenciální) formě:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma} = \mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{ext}} + \mathbf{P}\,\mathrm{d}\boldsymbol{\mu} + \mathbf{Q}\,\mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{pl}}, \tag{3}$$

nebo

$$\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma} = \mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{ext}} + \mathbf{R}\,\mathrm{d}\lambda + \mathbf{T}\,\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{rel}}, \tag{4}$$

kde $\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{ext}}$ je napětí od vnějšího zatížení, ale na lineárním tělese, kdy platí lineární Hookeův zákon. Příčinkové matice **P**, **Q**, **R** a **T** jsou obecně závislé na poloze a některé z nich mohou být identické, neboť například vlastní deformace mohou současně vyjadřovat plastické deformace, bobtnání v zemině, zvodnění apod. K podobnému závěru dospějeme i v případě vlastních napětí. V našem případě budeme uvažovat po částech konstantní rozdělení vlastních parametrů. Oblasti, ve kterých vlastní parametry budou konstantní, jsou vybrány ve smyslu metody okrajových prvků, tedy jsou to vnitřní cely. Zavedeme-li zápis tenzoru ve standardním pojetí jako vektoru, rozměry $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{ext}}$, $\boldsymbol{\mu}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{pl}}$, $\boldsymbol{\lambda}$ a $\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{rel}}$ jsou 6*m*, kde *m* je počet uzlů, ve kterých jsou hodnoty počítány, a dimenze **P**, **Q**, **R** a **T** je 6*m* * *n*, kde *n* je počet vnitřních buněk, ve kterých je buď zavedena změna teploty, nebo změna vlastních parametrů z důvodu plasticity.

Poznamenejme, že první rovnice (2) a (3) popisují metodu počátečních deformací, zatímco druhé rovnice (2) a (3) popisují počáteční napětí. Přestože se jedná o nelineární úlohu, pomocí techniky vlastních parametrů lze potřebné veličiny vyjádřit pomocí superpozice (podobně jako (2) a (3) je možné vyjádřit posuvy nebo přetvoření).

3. Řešení plasticity metodou okrajových prvků

Cílem tohoto paragrafu je ukázat možnosti výpočtu nelineárních problémů typu plasticita pomocí metody okrajových prvků. Je dobře známo, že tato metoda je velmi účinná v případě, že se jedná o homogenní oblasti. Pro ty totiž existují ve velkém množství problémů tzv. fundamentální řešení, která jsou kruciální v této metodě. V případě plasticity se můžeme dostat do značných časových ztrát a poměrně náročných algoritmů. Ukážeme, že poměrně jednoduše lze tuto překážku překonat.

Na hranici Γ_u jsou předepsány posuvy $u_i = \overline{u}_i, i = 1,2,3$ a na hranici Γ_P jsou předepsány povrchové síly $p_i = \overline{p}_i$, $i = 1,2,3$. Veličiny s pruhem jsou předepsány. Obě hranice jsou disjunktním pokrytím celé hranice tělesa.

Rozdělíme nyní další postup do dvou kroků, abychom mohli odvodit transformaci z reálného prostoru do čárkovaného. V *prvním kroku* uvažujeme tzv. srovnávací médium, které je homogenní a izotropní, tzn., že jak plastické chování, tak i vliv teploty je anihilován. Pouze tvar tělesa je zachován a platí okrajové podmínky zavedené na okrajích zkoumaného tělesa. V tomto případě platí lineární, homogenní a izotropní Hookeův zákon s maticí materiálové tuhosti $\boldsymbol{L}^0$:

$$\sigma_{ij}^0 = L_{ijkl}^0 \varepsilon_{kl}^0 \text{ v } \Omega, \; u_i^0 = \overline{u}_i \text{ na } \Gamma_u, \; p_i^0 = \overline{p}_i \text{ na } \Gamma_p. \tag{5}$$

a všechny hodnoty v tomto kroku jsou označeny horním indexem 0. Řešení metodou okrajových prvků nedělá žádné problémy, neboť pro homogenní a izotropní pružnost existuje fundamentální řešení. Z této úlohy dostaneme postupně posuvy $\boldsymbol{u}^0$, povrchové síly $\boldsymbol{p}^0$, tenzor malých deformací $\boldsymbol{\varepsilon}^0$, a tenzor napětí $\boldsymbol{\sigma}^0$. Tyto hodnoty jsou uvažovány jako známé, zatímco materiálová matice tuhosti bude určena později.

Ve *druhém kroku* se tvar tělesa nemění, okrajové podmínky zůstávají také stejné, a to $\boldsymbol{u} = \overline{\boldsymbol{u}} \in \Gamma_u$ a pro povrchové síly platí $\boldsymbol{p} = \overline{\boldsymbol{p}} \in \Gamma_p$. Zkoumané těleso ve druhém kroku je reálné; tím se myslí, že veškeré plasticitní projevy a zatížení teplotou je skutečné. Skutečný posun $\boldsymbol{u}$, deformace $\boldsymbol{\varepsilon}$, a napětí $\boldsymbol{\sigma}$ jsou neznámé a zobecněný Hookeův zákon zahrnuje vliv vlastních parametrů:

$$\sigma_{ij} = L_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{ij}^{\mathrm{pl}}) + \lambda_{ij}, \quad \lambda_{ij} = -L_{ijkl}\mu_{kl} \quad \text{v } \Omega, \tag{6}$$

Zavedeme symetrický polarizační tenzor $\boldsymbol{\tau}$ takto:

$$\sigma_{ij} = L^0_{ijkl}\varepsilon_{kl} + \tau_{ij} \tag{7}$$

Všimněme si, že úloha vycházející z výše formulovaného Hookeova zákona je vhodná pro řešení metodou okrajových prvků, neboť matice materiálových tuhostí je konstantní. Přísluší evidentně srovnávacímu mediu, označenému horním indexem 0. Když zavedeme nové proměnné:

$$u_i' = u_i - u_i^0 \text{ v } \Omega, \; u_i' = 0 \text{ na } \Gamma_u \tag{8}$$

a také podobně

$$\varepsilon_{ij}' = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^0, \; \sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 \text{ v } \Omega, \; p_i' = 0 \text{ na } \Gamma_p \tag{9}$$

z (6) a (7) dostaneme:

$$\sigma_{ij}' = L^0_{ijkl}\varepsilon_{kl}' + \tau_{ij} \text{ v } \Omega \tag{10}$$

Jelikož jak $\boldsymbol{\sigma}$ tak $\boldsymbol{\sigma}^0$ jsou staticky přípustné, jistě platí novice rovnováhy:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}'}{\partial x_j} = \frac{\partial (L^0_{ijkl}\varepsilon_{kl}' + \tau_{ij})}{\partial x_j} = 0 \quad \text{v } \Omega \tag{11}$$

a také definice polarizačního tenzoru:

$$\tau_{ij} - [L]_{ijkl}\,\varepsilon_{kl} - \lambda_{ij} = 0 \quad \text{v } \Omega \tag{12}$$

kde jsme zavedli

$$[L]_{ijkl} = L_{ijkl} - L^0_{ijkl}.$$

Okrajové podmínky v čárkovaném systému je možné zapsat takto:

$$u_i' = 0 \text{ na } \Gamma_u, \; \sigma_{ij} n_j = 0 \text{ na } \Gamma_p \tag{13}$$

Soustřeďme nyní pozornost na základní vlastnosti čárkovaného systému. V oblasti Ω platí statické rovnice (11). Kinematické rovnice jsou:

$$\varepsilon'_{ij}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u'_i(\boldsymbol{x})}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j(\boldsymbol{x})}{\partial x_i}\right). \tag{14}$$

Relace (10) může být nyní napsána detailně takto:

$$\sigma'_{ij} = 2G^0\varepsilon'_{ij} + \delta_{ij}\frac{2G^0\nu^0}{1-2\nu^0}\varepsilon'_{kk} + \tau_{ij} = 2G^0\varepsilon'_{ij} + \lambda^0\delta_{ij}\varepsilon'_{kk} + \tau_{ij}, \tag{15}$$

a Kroneckerovo delta $\delta_{ij} = 1$ pro $i = j$ a v ostatních případech je nula. Materiálové konstanty G^0 a λ^0 jsou Lamého konstanty (G^0 je známý smykový modul), ν^0 je Poissonova konstanta. Všechny tyto konstanty jsou platné v komparativním médiu a všechny tyto konstanty jsou si rovny v celém srovnávacím médiu Ω, kde definují a vytváří $\boldsymbol{L}^0$. Skutečné $\boldsymbol{L}$ tuto vlastnost přirozeně nemá, hodnoty koeficientů závisí na poloze v tělese a na stavu napětí a přetvoření. Jelikož se často uvažuje anizotropní médium, obecně pět konstant je nutné určit pro popsání reálného chování horniny.

Nyní stručně zmíníme integrální formulaci v čárkovaném prostoru s přihlédnutím na nelineární mechanické. Standardní cestou odvodíme integrální rovnice, které odpovídají modelu pružnosti s vlastními parametry:

$$\begin{aligned} u'_m(\boldsymbol{\xi}) &= \int_{\Gamma_p} p'_i(\boldsymbol{x})u^*_{im}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi})\mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) - \int_{\Gamma_u} u'_i(\boldsymbol{x})p^*_{im}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi})\mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) + \\ &+ \int_{\Omega}\varepsilon^*_{ijm}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi})\tau_{ij}(\boldsymbol{x})\mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}), \qquad \boldsymbol{\xi}\in\Omega, \quad k = 1,2,3, \end{aligned} \tag{16}$$

Poznamenejme, že rovnice (16) jsou odvozeny pro bod pozorovatele ležící uvnitř oblasti. Jelikož jádra označená hvězdičkou jsou užita na srovnávací medium, čárkovaný systém má řešení za předpokladu, že je znám polarizační tenzor a hodnoty čárkovaných veličin na hranici. To lze samozřejmě těžko očekávat a proto zobecníme (16) dobře známým postupem:

$$\begin{aligned} c_{m\alpha}(\boldsymbol{\xi})u'_\alpha(\boldsymbol{\xi}) &= \int_{\Gamma_u} p'_i(\boldsymbol{x})u^*_{im}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi})\mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) - \int_{\Gamma_p} u'_i(\boldsymbol{x})p^*_{im}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi})\mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) + \\ &+ \int_{\Omega}\varepsilon^*_{ijm}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi})\tau_{ij}(\boldsymbol{x})\mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}), \qquad k = 1,2,3. \end{aligned} \tag{17}$$

V (17) jsme zavedli matici **c**, která vzniká položením bodu $\boldsymbol{\xi}$ na hranici Γ singulární povahou jádra $\boldsymbol{p}^*$. Matice **c** má známé vlastnosti: Jestliže bod $\boldsymbol{\xi}\in\Omega$, matice **c** je jednotková. Jestliže je bod $\boldsymbol{\xi}\in\Gamma$ a v okolí tohoto bodu je hranice hladká, matice $\boldsymbol{c} = \frac{1}{2}\boldsymbol{I}$, kde **I** je jednotková matice. Matice **c** je nulová matice v případě $\boldsymbol{\xi}\notin\Omega$. Jestliže je bod $\boldsymbol{\xi}$ položen do vrcholu hranice, hodnoty **c** jsou závislé na úhlu vrcholu..

Uvažujme $\boldsymbol{\xi}\in\Omega$. Diferenciací (16) podle ξ_n a užitím kinematických rovnic (14) obdržíme:

$$\varepsilon_{mn}(\boldsymbol{\xi}) = \int_{\Gamma_u} p'_i(\boldsymbol{x}) h^*_{imn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) - \int_{\Gamma_p} u'_i(\boldsymbol{x}) j^*_{imn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) + \\ + \int_{\Omega} \tau_{ij}(\boldsymbol{x}) \varepsilon^*_{ijmn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) + \mathrm{C}[\tau_{mn}(\boldsymbol{\xi})], \qquad k,\, l = 1,2,3. \tag{18}$$

kde C je tzv. konvektovaný člen, který vzniká ve vnitřních bodech $\xi \in \Omega$ ze záměny symbolů derivace a integrace. Poznamenejme důležitou okolnost. Tento konvektovaný člen se vyjadřuje jako dodatečný a jeho zpracování není jednoduché. Existuje však postup, který využívá triku zavedeného Eshelbym, a je velmi jednoduchý. Plně odstraňuje a nahrazuje konvektovaný člen. Dosazení do (12), (18) vede na následující výraz:

$$\varepsilon_{mn}(\boldsymbol{\xi}) = \varepsilon^0_{mn}(\boldsymbol{\xi}) + \int_{\Gamma_u} p'_i(\boldsymbol{x}) h^*_{imn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) - \int_{\Gamma_p} u'_i(\boldsymbol{x}) i^*_{jimn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) + \\ + \int_{\Omega} \bar{\varepsilon}^*_{ijmn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi})[(L_{ij\alpha\beta}(\boldsymbol{x}) - L^0_{ij\alpha\beta})\varepsilon_{\alpha\beta}(\boldsymbol{x}) + \lambda_{ij}(\boldsymbol{x})] \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) + \\ + \mathrm{C}[(L_{mn\alpha\beta}(\boldsymbol{x}) - L^0_{mn\alpha\beta})\varepsilon_{\alpha\beta}(\boldsymbol{x}) + \lambda_{mn}(\boldsymbol{x})]. \tag{19}$$

Užitím Hookeova zákona můžeme také určit napětí v čárkovaném systému, nyní již jako aproximaci předpokládající rozdělení napětí po vnitřních buňkách. Označme vnitřní cely Ω_k, k = 1,...,N. Na nich je zavedena matice přetvárnosti $C_{ij\alpha\beta}(\boldsymbol{x})$, která se změní v $C^k_{ij\alpha\beta}$, která je na buňce konstantou. Navíc, vlastní deformace $\mu_{ij}(\boldsymbol{x})$ je zavedena obecně na všech vnitřních celách (možno také nulou) je rovna μ^k_{ij}. Potom:

$$\sigma_{mn}(\boldsymbol{\xi}) = \sigma^0_{mn}(\boldsymbol{\xi}) - M^0_{ij\alpha\beta} \int_{\Omega_k} \bar{\sigma}^*_{ijmn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \sigma_{\alpha\beta}(\boldsymbol{x}) \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) + \\ + \int_{\Gamma_u} p'_i(\boldsymbol{x}) d^*_{imn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) - \int_{\Gamma_p} u'_i(\boldsymbol{x}) i^*_{imn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) + \\ + \sum_{k=1}^{N} M^0_{ij\alpha\beta} \int_{\Omega_k} \bar{\sigma}^*_{ijmn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \sigma_{\alpha\beta}(\boldsymbol{x}) \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) + \sum_{k=1}^{N} \mu^k_{ij} \int_{\Omega_k} \bar{\sigma}^*_{ijmn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) + \\ + \{\text{convected term}\} \tag{20}$$

Podobně, (17) se změní takto:

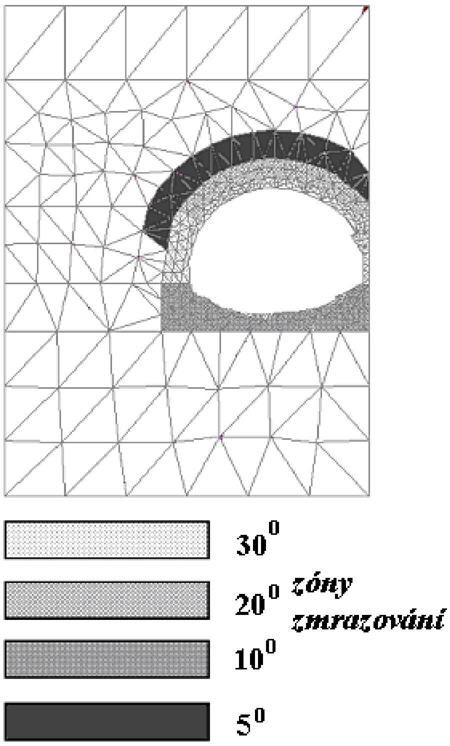
$$c_{m\alpha}(\boldsymbol{\xi}) u'_\alpha(\boldsymbol{\xi}) = -M^0_{\mathrm{ij}\alpha\beta} \int_{\Omega} \sigma^*_{ijm}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \sigma_{\alpha\beta}(\boldsymbol{x}) \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) + \\ + \int_{\Gamma_u} p'_i(\boldsymbol{x}) u^*_{im}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) - \int_{\Gamma_p} u'_i(\boldsymbol{x}) p^*_{im}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Gamma(\boldsymbol{x}) + \\ + \sum_{k=1}^{N} M^k_{ij\alpha\beta} \int_{\Omega_k} \sigma^*_{ijmn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \sigma_{\alpha\beta}(\boldsymbol{x}) \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}) + \sum_{k=1}^{N} \mu^k_{ij} \int_{\Omega_k} \sigma^*_{ijmn}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\xi}) \mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{x}). \tag{21}$$

Užitím standardních procedur pro okrajové prvky a eliminací $\boldsymbol{u}'$ a $\boldsymbol{p}'$ (což se ukazuje možným z důvodů zvláštního typu problému), dostaneme relaci mezi napětím a vlastním napětím. Vhodnou volbou materiálových vlastnosti se úloha značně zjednoduší. Např. v místech, kde se očekává lineární chování, toto místo by mohlo být identifikováno maticí srovnávací media L^0_{ijkl}, cf. (19).

4. Příklad

Popsaná procedura byl užita na zvýšení stability tunelové čelby. Byl připraven experimentální model z fyzikálně ekvivalentních materiálů podle základních měření na stavbě. Tento měřítkový model odpovídal numerickému tak, že měřítko bylo 1 : 100. Stejný model byl připraven pro numerické studie. Základní materiálové vlastnosti jsou patrné z následující tabulky:

Objemová tíha $\gamma = 1.55$ g/cm^3
Dovolené namáhání v tlaku $\sigma_t = 26.9$ kPa
Smyková pevnost $C_p = 20.2$ kPa, $C_{p,yield} = 20.2$ kPa
Úhel vnitřního tření $\phi_p = 27.5^0$, $\phi_{p,yield} = 27.5^0$
$E = 4$ GPa, $E_{yield} = 3$GPa
$\nu = 0.28$, $\nu_{res} = 0.46$



Obr. 1 Svislý řez dvojlodním tunelem s oblastmi zmrazování

Protože se pro jednoduchost předpokládá dlouhý tunel, který je již zcela stabilizován, uvažuje se síť dvojrozměrných vnitřních buněk a celá úloha se řeší jako dvourozměrná. Plasticitní zákon se řídí Mohr-Coulombovou hypotézou s využitím výhod Analýzy transformačního pole. Na obr. 1 je znázorněn vertikální řez 50 x 100 m^2 sítě buněk, na kterých je počítána vlastní deformace. Jednak jsou zaváděny změny teploty, takže platí

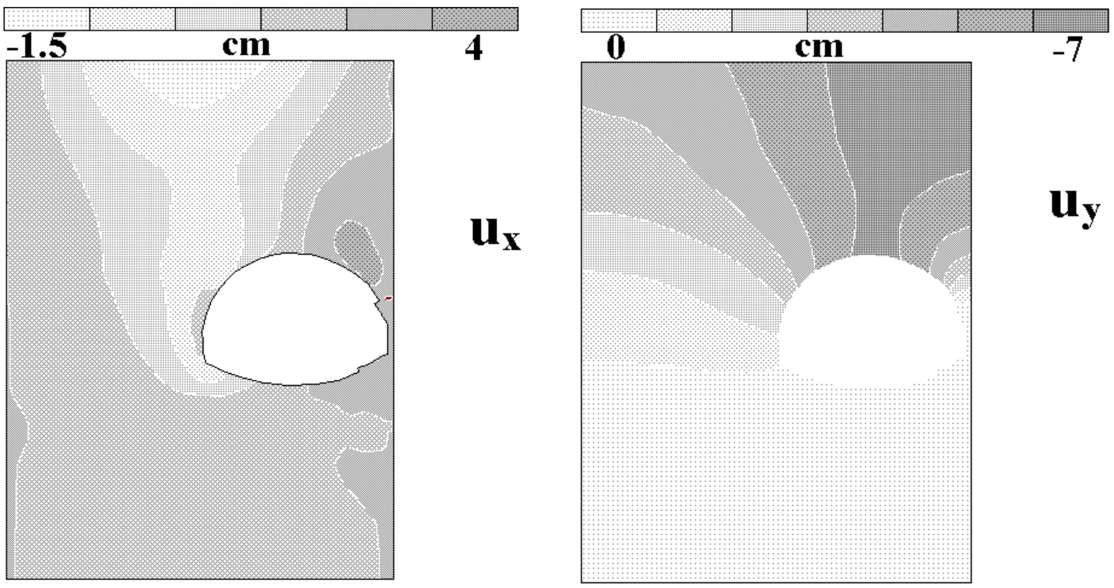
$$\mu_{ij} = \Delta T \delta_{ij} \tag{22}$$

a plastické deformace jsou počítány z přírůstků na vybraných buňkách.

Obr. 2, 3 a 4 ukazují hypsografy vodorovných u_x a svislých u_y posuvů pro určité stavy výpočtů. Poznamenejme, že výsledky zobrazené na obrázcích se obdrží po úplném dokončení zkoumané etapy. Tím se říká, že není zaveden nevratný proces plastifikace, jak je tomu například v případě uvažování reziduálních hodnot materiálových konstant. Není třeba tedy brát ohled na přitěžování. Na druhou stanu postup výstavby byl respektován ve výpočtu.

Pro porovnání je na obr. 2 ukázán stav posuvů na pružné konstrukci, tedy jak hornina, tak obezdívka se chovají pružně. Na obr. 3 je zobrazen průběh posuvů za předpokladu zmrazení zeminy. Oba poslední obrázky neuvažují obezdívku a hornina je nevyztužena. Třetí obrázek popisuje situaci po odstranění změny teploty ale plastické změny se stále vyskytují ve výpočtu. Poslední dva obrázky jsou si poměrně podobné, což lze v zásadě předpokládat.

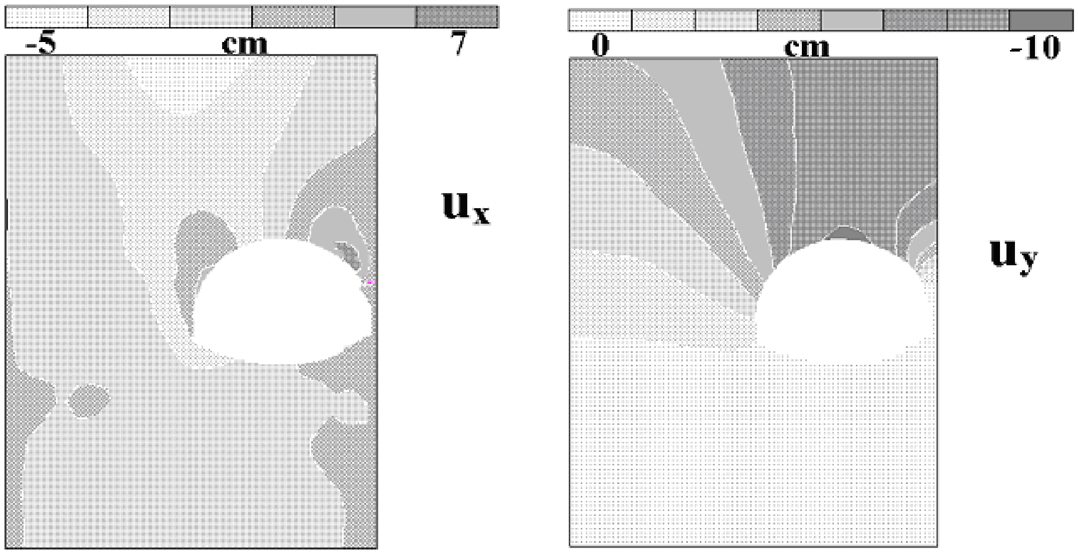
V předloženém textu jsme se nezmínili o vhodnosti použití Eshelbyho sil na kontaktu mezi horninou a tunelovou obezdívkou. Tyto síly se zavádí z důvodu otevírání tunelu do napjaté horniny. Navíc lze pomocí těchto sil simulovat i některé dědičné jevy, jako je creep horniny. Poslední případ nebyl ve formulacích uvažován.



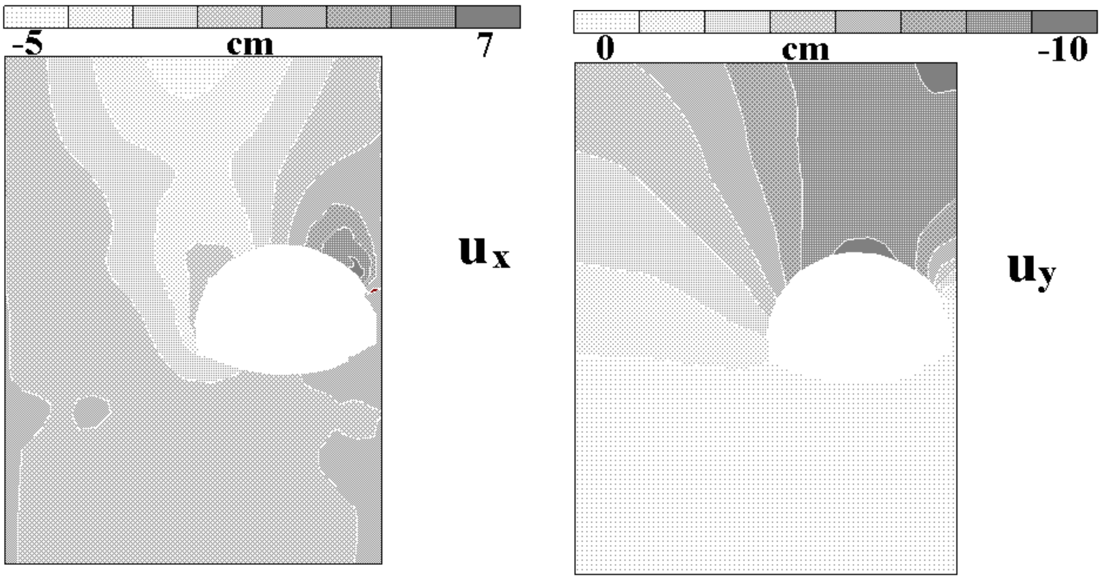
Obr. 2 Hypsografy posuvů v pružném stavu

5. Závěry

V předložené studii byl navržen postup výstavby tunelů pomocí zmrazování. Tento postup se vyplatí v případě náročných podmínek, kdy okolní hornina není ve stavu sama nést z důvodů silného zvlhčení, tekoucích písků apod. Vycházelo se z metody okrajových prvků, která po určité úpravě algoritmu se jeví jako velmi vhodná a persperktivní pro podobné aplikace. Navíc, Analýza transformačního pole se uplatnila jednak v oblasti zavedení teploty do výpočtu a jednak při zahrnutí plastifikace materiálu do výpočtu. Tato metoda může hodně urychlit nelineární výpočty založené na iteračních procesech.



Obr. 3 Hypsografy posuvů pro plastický stav se zmrazením



Obr. 4 Hypsografy pro plastický stav bez teploty

6. Poděkování

Tento příspěvek byl finančně podporován GAČR, projekt číslo 103/06/1124: Stabilita podzemních staveb v mimořádných podmínkách. První autor byl podporován též projektem CIDEAS.

7. Literatura

Dvorak, G.J. & Procházka, P. (1996) Thick-walled Composite Cylinders with Optimal Fiber Prestress, *Composites, Part B*, 27B, pp. 643-649

Dvorak, G.J., Procházka, P. & Srinivas, S. (1999) Design and Fabrication of Submerged Cylindrical Laminates, Part I and Part II, *Int. J. Solids & Structures*, pp. 1248-1295

Desai, C.S. (1974) A Consistent Finite Element Technique for Work-Softening Behavior, J. T. Oden et al. (eds.), *Int. Conf. On Comp. Meth. in Nonlinear Mechanics*, Univ. of Arizona, pp. 45-54

Desai, C.S. (1994) Constitutive Modeling Using the Disturbed State Concept, Chapter 8, *Continuum Models for Materials with Microstructure*, ed. H. Mulhaus, John Wiley & Sons, UK

Kachanov, L.M. (1987) *Introduction to Continuum Damage Mechanics,* Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Netherlands

Procházka, P. & Trčková, J. (2000) Coupled modeling of Concrete Tunnel Lining, *Our World in Concrete and Structures*, Singapore, pp. 125-132