

LIFE-TIME PREDICTION OF SLENDER STRUCTURES SUBJECTED TO TURBULENT WIND

S. Pospíšil¹, J. Lahodný, V. Janata², S. Urushadze¹

Summary: *The paper describes the prediction of theoretical life-time of antennas made from glas-reinforced laminate and the comparison with long time measurements on the real structures. Three slender TV tower structures subjected to the turbulent wind were analysed. The wind load has been described by relatively simple formulas and number of cycles during certain period was determined. It agreed very well with measurement velocities in the vicinity of the structure. A modified fatigue analysis has been proposed by authors and the time life prediction of antennas was stated for the industrial partner.*

1. Úvod

Štíhlé konstrukce jako ocelové komíny, věže nebo laminátové anténní nástavce jsou vystaveny opakovanému dynamickému zatížení od větru. Tyto vibrace způsobují kumulaci poškození, které někdy vede k překročení limitních hodnot napětí a ke zhroucení konstrukce, viz např. [Repetto 2002]. Abychom předešli havárii včasnou výměnou nebo rekonstrukcí, popřípadě mohli určit náklady na další provoz, stanovujeme po určité době používání jejich zbytkovou životnost. Tento článek popisuje určení zbývající délky života tří anténních nástavců zhotovených před cca 30 lety, které byly průzkumem posouzené jako ohrožené. Dva anténní nástavce byly zhotoveny z vyztuženého sklolaminátu, jeden je z oceli. Dlouhodobým měřením byl stanoven počet kmitů a na určitou délku života byla provedena extrapolace. Takto stanovené hodnoty byly porovnány s teoretickým postupem založeným na znalosti vlastností konstrukce a charakteristik zatížení, [Pospíšil 1997]. Vycházíme-li z těchto znalostí a ze základů pravděpodobnostního počtu, můžeme stanovit např. mechanické poškození konstrukce a vyslovit závěry pro jejího provozovatele dostatečně spolehlivě.

Analýza a výpočty jsou ukázány na konkrétním případě a jsou řazeny následovně:

1. vyhodnocení dynamického měření, stanovení vlastních period kmitání, stanovení charakteristik větru a jejich srovnání s učebnicovými údaji.
2. analýza tenzometrických měření, výsledky třídění dlouhodobých záznamů napětových cyklů, stanovení zbytkové doby života
3. výpočet, porovnání a posouzení.

¹ Ing. Stanislav Pospíšil, Ph.D., Ing. Shota Urushadze CSc., Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Prosecká 76, 190 00 Prague 9, tel. +420 283 88 08 54, e-mail pospisil@itam.cas.cz

² Ing. Jiří Lahodný, Ing. V. Janata, CSc, EXCON a.s., Sokolovská 187, 193 00 Prague 9, tel. +420 244 015 111, e-mail lahodny@excon.cz

2. Poškození a únava

Teoretických metod k určení poškození je dnes již relativně mnoho, viz např. [Degrieck 2001], [Benasciutti 2005], [Epaarachchi 2005] atd. Pro potřeby praktické analýzy se stále vychází z teorie lineárního poškození, které je v matematické formě reprezentováno tzv. Palmgren-Minerovým zákonem.

$$D = \sum \frac{n_i}{N_{f,i}} \quad (1)$$

kde n_i je počet cyklů s určitou amplitudou a $N_{f,i}$ je celkový počet cyklů do poškození, tedy poměr cyklů odpovídající i -té úrovni zatížení. Lineární teorie vychází ze základního předpokladu konstantní energie pohlcené při jednom cyklu a charakteristického množství energie pohlcené při zhroucení. Akumulace energie tak vede k sumaci parciálních poškození a za úplné poškození se považuje hodnota $D = 1$. Vztah mezi poškozením a počtem cyklů je pak vyjádřen grafem, který není závislý na úrovni napětí. Některé studie ukazují, že v případě kdy při cyklickém namáhání dochází ke střídání nízko-amplitudových cyklů s cykly s vysokými amplitudami, je hodnota $D = 1$ je velmi nadhodnocená a může vést k mylným závěrům. V [Degrieck 2001] jsou například uvedeny modifikace Palmgren-Minerova kritéria pomocí nelineárního vztahu pro D zahrnující i -tou úroveň napětí:

$$D = \sum \left(\frac{n_i}{N_{f,i}} \right)^x \quad (2)$$

Před vyhodnocením poškození podle rovnice (1) je třeba provést rozčlenění cyklů hodnot amplitud. Z metod, které se v praxi uplatňují zvolili autoři metodiku charakterizace záznamu podle extrémů napětí v místě nejvyšších ohybových momentů v místě měření jako funkce času, konverze časového záznamu do posloupnosti jednotlivých cyklů metodou Rain-Flow a rozdělení cyklů do intervalů napětí, viz např. [Amzallag 1994].

3. Teoretické stanovení počtu cyklů

Vycházíme ze základních principů pravděpodobnostního počtu.

Pravděpodobnost P_1 Nazvěme P_1 hodnotou pravděpodobnosti výskytu středních rychlostí větru, t.j. toho, že střední hodnota rychlosti bude ležet v určitém intervalu. Tato pravděpodobnost vychází ze znalosti charakteristik zatížení: spektrální hustoty větru, distribuční funkce, která se určuje ze znalosti histogramů sestaveným při dlouhodobých měření v různých místech. Uvažuje se Weibullovo rozdělení s parametry $k = 2$ a $c = 0,35 \cdot v_{max}$, [Repetto 2002].

$$f(v_m) = \frac{k}{c} \left(\frac{v_m}{c} \right)^{k-1} \exp \left[- \left(\frac{v_m}{c} \right)^k \right] \quad (3)$$

Maximální střední rychlost větru podle normy ENV1991-2-4 pro oblast 2, je dána jako $v_{max} = v_{ref,0} \cdot c_{ALT} = 26 \cdot 1,0 = 26 \text{ m s}^{-1}$. Jelikož lze celý rozsah rozdělit na příslušné intervaly, získáme integrací rovnice v každém intervalu pravděpodobnost, která určí že střední hodnota bude ležet právě uvnitř tohoto intervalu.

K vyjádření spektra rychlosti větru lze použít např. vztah podle Davenporta, viz [Simiu 1996]:

$$\frac{f S_{vv}(z, v, f)}{v_{10}^2} = \frac{0.67 f_r^2}{(1 + f_r^2)^{\frac{4}{3}}} \quad (4)$$

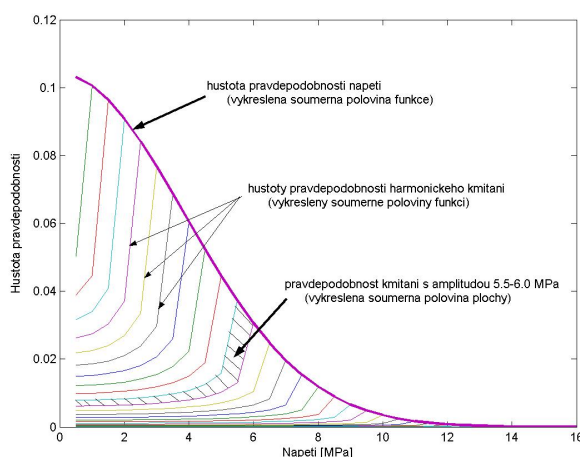
Bezrozměrná frekvence je vyjádřena rovnicí $f = f L_u / v_{10}$. L je integrální délka a v_0 je rychlost větru ve výšce 10 m.

Pravděpodobnost P_2 Pravděpodobnost velikostí amplitud flukтуаční složky napětí při určité střední rychlosti větru se stanoví na základě předpokladu Gaussova rozdělení kolem střední hodnoty napětí. Podle normy ENV 1993-3-1 se hustota pravděpodobnosti napětí v konstrukci může určit podle

$$f(\tau) = \frac{1}{\sigma_\tau \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(\tau - \bar{\tau})^2}{2\sigma_\tau^2} \right) \quad (5)$$

kde $\bar{\tau}$ je napětí v libovolném místě konstrukce od namáhání střední rychlostí větru a σ_τ je směrodatná odchylka napětí. Střední hodnota napětí se stanoví pro libovolný interval I . Jako referenční hodnotu rychlosti větru k výpočtu napětí v prvku lze například použít horní hranici každého intervalu. Pro výpočet střední hodnoty napětí uvažujeme rovnoměrné zatížení laminátu s tlakem větru odpovídající rychlosti větru ve vrcholu. Směrodatnou odchylku napětí lze stanovit jako $\sigma_\tau = \bar{\tau} \frac{G}{4}$, kde G je tzv. součinitel odezvy nárazu větru podle [Simiu 1996].

Uvažujeme, že kmitání konstrukce je složeno z harmonických kmitů o amplitudách $\tau_{ampl,fl,i}$. Pro jednotlivé amplitudy pak stanovíme hustoty pravděpodobnosti P_{2i} , které lze vepsat do celkové hustoty pravděpodobnosti napětí P_2 , viz. obrázek (1).



Obrázek 1: Hustota pravděpodobnosti P_2 a pravděpodobnosti P_{2i} parciálních harmonických kmitů.

Pravděpodobnost P_3 Alternativně je potřeba zvážit pravděpodobnost P_3 se kterou bude vítr vanout v jednom směru, kterou stanovíme jako podíl mezi plochou histogramu získaného z časových záznamů odpovídající intervalu pro určitý směr a plochou po celou křivkou (histogramem).

Pravděpodobnost P_4 Pravděpodobnost P_4 kmitání konstrukce příslušející určité vlastní frekvenci je určena ze spektrální hustoty napětí, vyjadřující množství energie při kmitání, jako poměr směrodatné odchylky, získané integrací spektra v okolí vlastní frekvence a celkové směrodatné odchylky integrováním přes celý frekvenční rozsah.

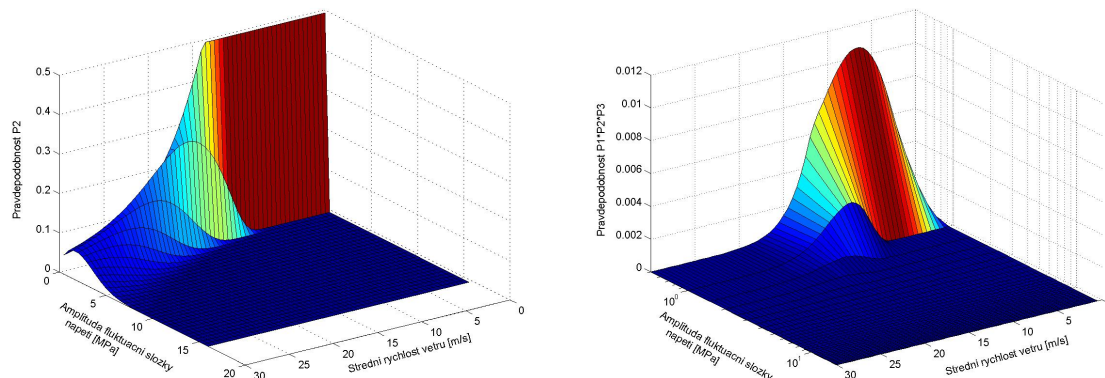
Celková pravděpodobnost P a počet cyklů Počet cyklů o amplitudě flukтуаční složky napětí $\tau_{ampl,fl,i}$ můžeme konečně stanovit podle praktického vztahu, který vyjadřuje pravděpodobnost

několika vzájemně nezávislých jevů P_i :

$$n_i = P_1 \cdot P_{2i} \cdot P_3 \cdot d_t \cdot \sum_{k=1}^N P_{4,f_k} \cdot f_k \quad (6)$$

kde f_k je k -tá vlastní frekvence kmitání konstrukce a d_t je délka života konstrukce.

Příklady sdružené pravděpodobnosti P_2 a složené pravděpodobnosti $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$ jako funkce amplitudy flukтуаční složky napětí a střední rychlosti větru jsou uvedeny na obrázku (2).

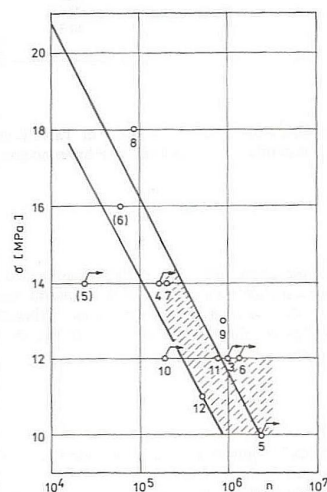


Obrázek 2: Sdružená pravděpodobnost P_2 (vlevo) a pravděpodobnost $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$ v trojrozměrném vyobrazení.

4. Hodnocení poškození konstrukce

V tomto odstavci je obecný postup hodnocení únavy dokumentován na konkrétním případě jedné z konstrukcí s přihlédnutím k některým zajímavým rozdílům charakteristickým pro jednotlivé případy. Délky zkoumaných laminátových dílců byly 20 m. Jedná se o válce díly s průměrem 1,9 m a tloušťkou stěny 12 ÷ 16 mm. Modul pružnosti je $E = 2,05 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ a koeficient teplotní roztažnosti $\alpha = 35 \cdot 10^{-6}$.

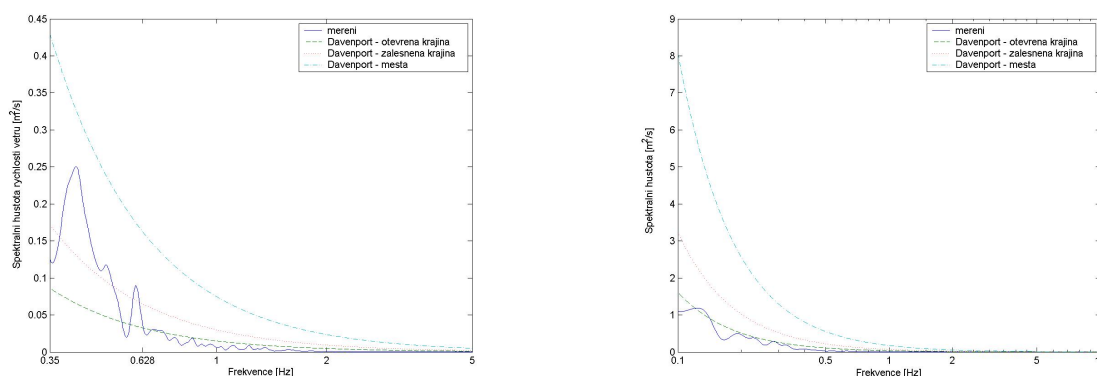
Stanovení únavy lze založit na učebnicových údajích o vlastnostech materiálu, což však může vést k nepřesnostem s ohledem na neznalost výroby a zpracování. V této studii je využito vlastností získaných z experimentů na starším dílci laminátového nástavce, viz [Pirner 1999], jehož charakteristiky se nejvíce blížily charakteristikám laminátů na věžích, vyrobených ve stejné době s obdobným výrobním postupem. Únavová charakteristika je dána tzv. Woehlerovou křivkou, znázorňující limitní hodnoty napětí v materiálu pro určitý počet zatěžovacích cyklů, viz obrázek (3).



Obrázek 3: Příklad Woehlerovy křivky získané z laboratorního zatěžování elementu získaného ze staršího laminátu s podobnými vlastnostmi.

Dalším krokem při posouzení bylo rezonanční měření frekvencí při rozkmitání věže. Toho bylo dosaženo účelovým pohybem dvou osob a rovněž prakticky stálým buzením flukтуаční složkou větru. Vzorkovací frekvence byla zvolena 1000 Hz , což je z hlediska vlastností podobných konstrukcí dostatečné. Délka záznamu byla standardně 180 s . Na všech konstrukcích byla anemometrem měřena rychlost větru a jeho směr ve výšce 30 m , resp. 50 m . Všechna zaznamenaná měření mají průběh s převažujícími frekvencemi v pásmu od $0,5$ do 2 Hz , které je pro chvění podobných věží charakteristické.

Ke zhodnocení, zda předpoklad o zatížení vychází z reálných hodnot, byly porovnány hodnoty měřených spektrálních hustot a spektrální hustoty podle Davenportova vzorce [Simiu 1996] pro zalesněnou krajinu v případě jedné věže a v případě volného terénu u věže druhé, obrázek (4). Pro otevřenou krajinu s nižší intenzitou turbulence je shoda i mezi krátkodobým měřením a teorií velmi vysoká. V případě krajiny zalesněné je potřebné měření provádět delší čas, aby byla alespoň částečně zajištěna stacionarita vzorku a postižena nízkofrekvenční oblast záznamu.



Obrázek 4: Spektrální hustoty rychlosti větru. Porovnání s Davenportovými spektrálními hustotami různých drsností terénu na Vraního vrchu-zalesněný terén (vlevo) a s výkonovou spektrální hustotou na Veselském kopci-volný terén (vpravo).

Tenzometrická měření spočívají v určení počtu napěťových cyklů v patě laminátového návstave a jejich roztrídění. Tento údaj je konfrontován s Woehlerovou křivkou pro daný materiál

a stanovena zbytková životnost konstrukce.

Dlouhodobé snímání napětí v čase je technologicky náročné a v podstatě i zbytečné, pokud se napětí třídí přímo. To umožňuje přístroj SANWELL1 RE-49/4SG-2, jehož čtyři exempláře jsou ve vlastnictví ÚTAM. Přístroj využívá zmíněnou Rainflow metodu a třídění napětí do celkem 32 napětových tříd včetně možnosti ukládat střední hodnotu a uchovávat data po dobu delší než jeden rok. Provoz zařízení je plně automatizován a umožňuje záznam dat nezávisle na operátorovi na čtyřech nezávislých kanálech.

Bez dalších detailů uvádíme, že pro napětí ve třídě n platí

$$\sigma_n = \frac{4cE}{U_e N G K} (n - 15.5) \quad (7)$$

kde c je velikost třídy ($0.625 V$), U_e je vstupní napětí na tenzometrickém můstku, N je počet aktivních tenzometrů, G je konstanta zesilovače, K je konstanta tenzometru a konečně E je modul pružnosti materiálu.

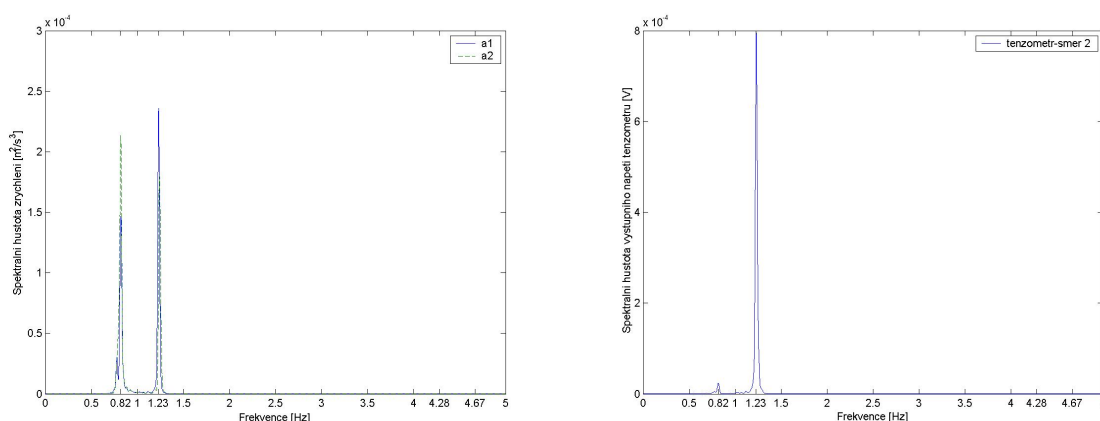
Pro hodnotu intervalu mezi třídami napětí m a n platí

$$\Delta_\sigma = \frac{4cE}{U_e N G K} (m - n) \quad (8)$$

A maximální hodnota napětí bez ohledu na znaménko je

$$\sigma_{max} = \frac{4cE}{U_e N G K} 15.5 \quad (9)$$

Tenzometrické odečty byly provedeny několikrát v průběhu roku 2005 a počet cyklů byl přirozeně stanoven z nejdelšího záznamu, i když se prokázalo, že překračuje-li délka měření určitou dobu, nemá délka záznamu zásadní vliv na hodnoty výsledného spektra napětí, které lze tedy považovat za stacionární.

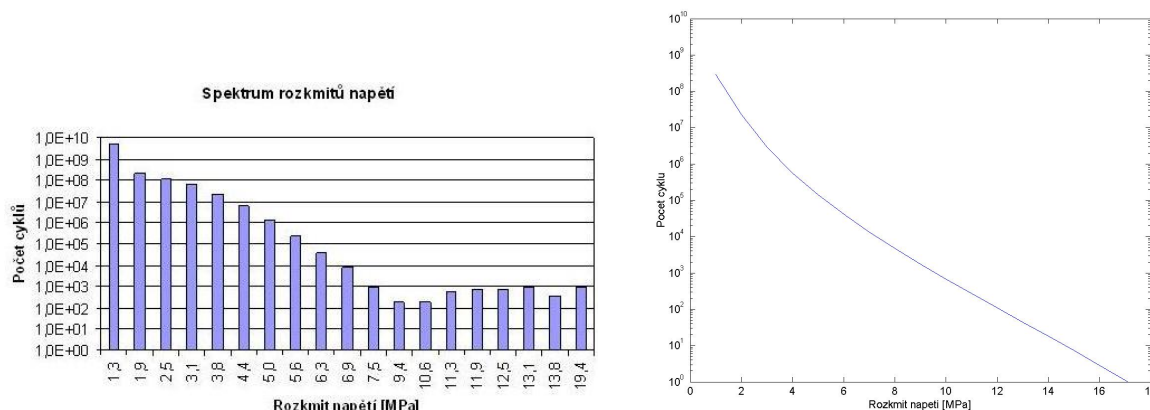


Obrázek 5: Spektrální hustoty zrychlení (vlevo) a spektrální hustoty výstupního napětí z tenzometrů na stěně laminátu (vpravo).

Z spektrálních hustot měřených mechanických veličin získáme přibližně hodnoty vlastních frekvencí. Na obrázku (5) jsou znázorněny jako ostré špičky. Dominantní frekvencí věže na Veselském kopci, z kterého je uvedený obrázek, je druhá vlastní frekvence $f_2 = 1,23 \text{ Hz}$. Vliv ostatních frekvencí je zanedbatelný, ačkoliv ze spektru u zrychlení bychom mohli dojít k chybnému závěru. Tento rozpor lze vysvětlit konstrukcí věže. Anténní nástavec, na kterém jsou

tenzometricky měřeny deformace laminátu je umístěn na betonové konstrukci. Jako celek věž kmitá v prvním vlastním tvaru, avšak samotný nástavec kmitá především ve tvaru druhém. Vliv jednotlivých vlastních frekvencí na celkové kmitání stožáru, je vyjádřen jako poměr směrodatné odchylky v okolí vlastní frekvence a celkové směrodatné odchylky napětí. Pravděpodobnost, že konstrukce kmitá v prvním vlastním tvaru je $P_{4,f_1} = 0,06$, v druhém $P_{4,f_2} = 0,93$, ve třetím a ve čtvrtém tvaru můžeme očekávat kmitání s pravděpodobnostmi $P_{4,f_3} = 0,00002$ respektive $P_{4,f_4} = 0,00005$.

Jsou-li k dispozici znalosti naměřených hodnot, lze postupovat podle odstavce 2, stanovit počty kmitů v jednotlivých napětových pásmech ve formě tabulky nebo grafu se spektrami napětí a posoudit, zda vyhovuje tzv. Palmgren-Minerovu kritériu. Alternativně můžeme stanovit zbývající dobu života konstrukce. Na obrázku (6) jsou porovnány cykly získané z měření na místě s cykly podle teorie.



Obrázek 6: Spektra napětí získaná tříděním záznamů z tenzometrů umístěných na stěně laminátu (vlevo) a počet cyklů získaný teoretickou rozvahou (vpravo).

5. Závěr

V článku bylo odvozen postup při určení zbytkové životnosti štíhlých anténních konstrukcí na základě znalostí charakteristik flukтуаčního větru a dynamických vlastností konstrukce. Teoretický postup byl konfrontován s dlouhodobým měřením počtu cyklů. Byla konstatována dobrá shoda, která může ospravedlnit teoretickou analýzu v případě, že určitá konstrukce není dostupná k dlouhodobým měřením a sběru dat.

Je potřeba zmínit některé otevřené problémy, jejichž rozsah však přesahuje téma jednoho článku. Především se jedná o problematiku korelace zatížení s ohledem na vlastní frekvence a tvary kmitání, spolehlivé stanovení směru větru v místech, kde nejsou dostupná meteorologická data a problematiku kmitání ve směru větru a kolmo na něj a jejich vzájemnou korelaci.

V případě, že na konstrukci nelze umístit tenzometry a dlouhodobě snímat deformace, je třeba věnovat pozornost správnému umístění snímačů zrychlení nebo výchylek tak, aby byly spolehlivě stanoveny modální charakteristiky konstrukce.

6. Acknowledgment

Tento příspěvek vznikl za finanční podpory GAČR 103/05/2396 a GA AV ČR A2071401, podpory výzkumného záměru AV OZ 2071913 a Českých Radiokomunikací a.s.

7. Literatura

- [Amzallag 1994] Amzallag C., Gerey J.P., Robert J.L., Bahuaud J., Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis. *Fatigue* 16 (1994) 287-293
- [Benasciutti 2005] Benasciutti D., Tovo R., Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes. *Int J of fatigue* 27, (2005) 867-877ě
- [Epaarachcchi 2005] Epaarachchci J. A., Clausen D. P. A new cumulative fatigue damage model for glass fibre reinforced plastic composites undr step-discrete loading, *Composites: Part A* 36 (2005) 1236-1245
- [Degrieck 2001] Degrieck and W. Van Paepegem, Fatigue damage modelling of fibre-reinforced composite materials: review, *Appl Mech Rev* 54 (2001) (4), pp. 279-300.
- [Pirner 1999] Pirner M., Fischer O. Long-time observation of wind and temperature effects on TV towers, *J Wind Eng. Ind. Aerodynamics*, 79 (1999) 1-9
- [Pospíšil 1997] Pospíšil S., Bavestrello F., De Col M. A method for the calculation the number of cycles of the lattice tower due to the wind turbulence. IASS WG 4 meeting, Chicago, 1997
- [Repetto 2002] Repetto M. P., Solari G., Dynamic crosswind fatigue of slender vertical structures. *Wind and Structures*, Vol 5, No. 6 (2002) 527-542
- [Simiu 1996] Simiu E., Scanlan R.: *Wind effects on structures*. 1996 J.
- [Wahl 2000] Wahl N. et al, Spectrum fatigue lifetime and residual strength for fiberglass laminates in tension. AIAA-2001-0025