

ANALYSIS OF THE TRANSIENT PROCESSES IN MACHINE AGGREGATES WITH GEAR

J. Mudrik*

Summary: *The transient process of electromechanical system consisted of electrical motor and transmission box with with gearing clearance considered is analysed in this paper.*

1. Úvod

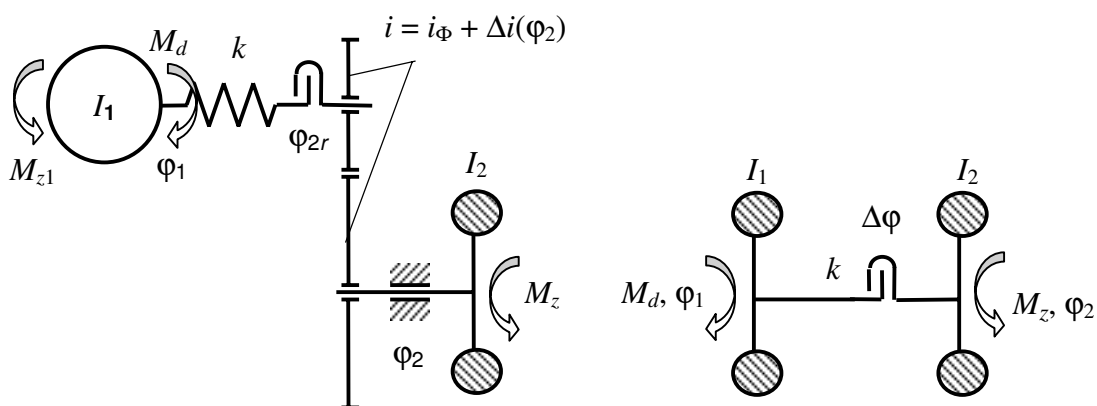
V príspevku je riešená problematika prechodových javov v elektromechanickej sústave pozostávajúcej z elektromotora s mechanickou prevodovkou s uvažovaním vôle v ozubení.

V prácach [1-3] sú ukázané zvláštnosti mechanického subsystému elektropohonu vyvolané vôľami v ozubení. Vplyvom vôlí vznikajú v prevode rázy, čo spôsobuje prídavné dynamické zaťaženie častí strojového agregátu. Správne určenie dynamických zložiek zaťaženia má veľký význam pre zvýšenie spoľahlivosti a životnosti ozubených prevodov.

Principiálne najdôležitejším krokom je určenie veľkosti krútiaceho momentu, ktorý je prenášaný pružnou väzbou medzi členmi agregátu pri uvažovaní vôle v ozubení.

2. Formulácia úlohy problému

Strojový agregát je považovaný za pružnú dvojkotúčovú sústavu (Obr. 1) a pri uvažovaní dynamickej momentovej charakteristiky elektromotora a redukovanej vôle v ozubení $\Delta\varphi$.



Obr.1 Dynamický model strojového agregátu

* Doc. Ing. Jozef Mudrik, CSc.: Katedra aplikovanej mechaniky, Materiálovotechnologická fakulta v Trnave, Slovenská technická univerzita; Paulínska 16; 917 24 Trnava; tel.: +421 33 55 11 733, fax: +421 33 55 11 668; e-mail: kam@mtf.stuba.sk

Pre dynamický model (Obr.1) platia pohybové rovnice [1]

$$\begin{aligned} M_d - M_{z1} - M_{12} &= \beta T_{M1} \frac{d\omega_1}{dt}, \\ M_{12} - M_z &= \beta(\mu - 1) T_{M1} \frac{d\omega_2}{dt}, \end{aligned} \quad (1)$$

a dynamická momentová charakteristika elektromotora s cudzím buzením

$$T_e \frac{dM_d}{dt} + M_d = \beta(\omega_0 - \omega_1), \quad (2)$$

kde ω_1, ω_2 - mechanické uhlové rýchlosti rotora a hnaného hriadeľa,

φ_1, φ_2 - uhlové výchylky hriadeľov,

ω_0 - uhlová rýchlosť voľnobehu u jednosmerného motora, resp. synchronná uhlová rýchlosť u indukčného motora,

M_d - hnací elektromagnetický moment,

M_z - zaťažujúci moment,

M_{z1} - odporový moment,

β - modul tuhosti statickej charakteristiky,

k_{12} - tuhosť pružnej väzby,

T_e - elektromagnetická konštanta,

$T_{M1} = \frac{I_1}{\beta}$ - elektromechanická časová konštanta,

$\mu = \frac{I_1 + I_2}{I_1} = \frac{I_\Sigma}{I_1}$ - pomer výsledného redukovaného momentu zotrvačnosti, k momentu zotrvačnosti hnacieho člena (rotor + pevne spojené časti),

I_1, I_2 - redukované momenty zotrvačnosti motora resp. hnaného člena.

V danom prípade je moment pružnej väzby M_{12} funkciou $F(\Delta\varphi)$ rozdielu uhlov natočenia $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2'$ (Obr.1).

Za predpokladu, že $\mu > 5$ sú dynamické procesy v sústave blízke k procesu jednodnotovej sústavy a $\omega_2 = \text{konšt.}$, hmotnosť zaťažujúceho stroja (mechanizmu) neovplyvňuje kmitanie v sústave [1].

Výslednú redukovanú vôľu v ozubení možno vyjadriť vzťahom [4]

$$\Delta\varphi = \sum_{j=1}^n \Delta\varphi_j i_{1j}, \quad (3)$$

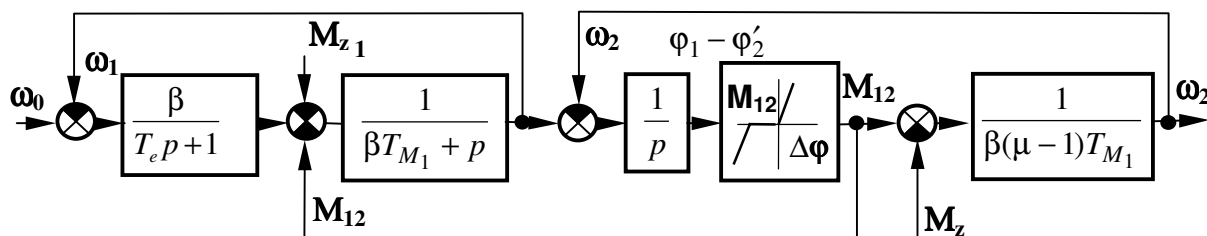
kde $\Delta\varphi_j$ sú skutočné vôle v ozubení vyjadrené v celkovej odchýlke j -teho člena,

ω_1 - uhlová rýchlosť hlavného člena,

i_{1j} - prevodový pomer medzi hlavným a j -tým členom.

Veľkosť vôle $\Delta\varphi_j$ závisí od modulu ozubenenia a pri redukcii na hriadeľ motora a prevode do pomala (násobenie prevodovým pomerom i_{1j}) má na výslednú redukovanú vôľu dominantný vplyv.

Dynamickému modelu zodpovedá štruktúrny model agregátu zobrazený na Obr. 2.[1]



Obr. 2 Štruktúrny model strojového agregátu.

Zavedme bezrozmerný čas vzťahom [3]

$$\tau = \Omega_0 t, \quad (4)$$

tomu odpovedá bezrozmerný operátor

$$p_* = \frac{d}{d\tau} = \frac{p}{\Omega_0}. \quad (5)$$

Prenosová funkcia elektromechanickej sústavy $H_{M_{12}}(p)$, pre vstupný parameter $M = \beta\omega_0$ a zohľadnení vzťahov $k_{12}/I_1 = (\mu - 1)\Omega_0^2/\mu$; $k_{12}/I_2 = (\mu - 1)\Omega_0^2/\mu$; $I_2/\beta = (\mu - 1)T_{M_1}$ vyjadrená pomocou bezrozmerného operátora (5)

$$H_{M_{12}}(p_*) = \frac{(\mu - 1)T_{M_1}^* p_*}{\mu \nu p_*^4 + \mu T_{M_1}^* p_*^3 + \mu (1 + \nu^2) p_*^2 + \mu T_{M_1}^* p_* + 1}, \quad (6)$$

kde $T_{M_1}^* = T_{M_1} \Omega_0$ - bezrozmerná elektromechanická konštanta motora,

$\nu = T_e T_{M_1} \Omega_0^2 = (\Omega_0^2)/(\omega_{em}^2)$ - pomer kvadrátov vlastnej kruhovej frekvencie netlmenej sústavy

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k_{12}(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}.$$

a elektromechanickej kruhovej frekvencie [3]

$$\omega_{em} = \sqrt{\frac{1}{T_{M_1} T_e}}.$$

3. Prechodový proces pri uvažovaní vôle v ozubení a elektromechanickej väzby

V práci [4] je vykonaná analýza tzv. mechanických prechodových procesov v pružnej elektromechanickej sústave, kedy nie je uvažovaná elektromechanická väzba v sústave. V ďalšom budeme vyšetrovať vplyv lineárnej dynamickej charakteristiky na charakter prechodového procesu pri prekonaní vôle v ozubení. Prechodový dej v strojovom agregáte s ozubením môžeme rozdeliť na dve etapy v rámci ktorých sa elektromechanická sústava chová ako lineárna.

V prvej etape, keď vôľa v ozubení existuje, teleso I_2 nie je kinematicky viazané s elektromotorom (teleso I_1). Teleso I_1 vykonáva rovnomerne zrýchlený pohyb odpovedajúci zmene vstupného parametra $\omega_0 = \varepsilon_0 t$. Na prekonanie vôle voľného chodu potrebuje teleso I_1 určitý čas t v rámci ktorého dochádza k zmene uhlovej rýchlosti. Počas trvania času t , teleso I_2 je v kľude alebo v rovnomernom pohybe. Po prekonaní vôle dochádza k pružnému rázu.

Ak predpokladáme, že $T_e = 0$ a zmena rýchlosti elektromotora počas prerušenia kontaktu zubov sa riadi vzťahom

$$\omega_0(t) = \omega_{0zač} + \varepsilon_0 t, \quad (7)$$

kde $\omega_{0zač}$ je začiatková uhlová rýchlosť voľnobehu u jednosmerného motora, resp. synchronna uhlová rýchlosť u indukčného motora, ε_0 je konštantné uhlové zrýchlenie telesa I_1 .

Sústava rovníc (1) a (2) má potom tvar

$$\begin{aligned} M_d(1 + T_e p) &= \beta(\omega_0 - \omega), \\ M_d - M_z &= \beta T_{M_1} p \omega, \end{aligned} \quad (8)$$

kde $p = \frac{d}{dt}$ je diferenciálny operátor.

Tomu odpovedá prenosová funkcia elektromotora

$$H_\omega(p) = \frac{\omega(p)}{\omega_0(p)} = \frac{1}{T_{M_1} T_e p^2 + T_{M_1} p + 1}, \quad (9)$$

resp. pohybová rovnica elektromotora

$$T_e T_{M_1} \frac{d^2 M_d}{dt^2} + T_{M_1} \frac{dM_d}{dt} + M_d = M_z + \beta \varepsilon_0 T_{M_1}. \quad (10)$$

Za predpokladu $T_e = 0$, zmenu rýchlosti počas prekonania vôle možno vyjadriť

$$\omega_1 = \varepsilon_0 t - \varepsilon_0 T_{M_1} (1 - e^{-\frac{t}{T_{M_1}}}), \quad (11)$$

keď moment mechanických strát v motore M_{z_1} zanedbáme.

Zmena momentu motora počas prechodového deja je daná vzťahom

$$M_d = \beta \varepsilon_0 T_{M_1} (1 - e^{-\frac{t}{T_{M_1}}}). \quad (12)$$

Uhlovú výchylku hriadeľ'a možno určiť integráciou (11)

$$\varphi_1 = \int_0^t \omega_1 dt = \varepsilon_0 \left[\frac{t^2}{2} - T_{M_1} t + T_{M_1}^2 (1 - e^{-\frac{t}{T_{M_1}}}) \right]. \quad (13)$$

Po prekonaní vôle platí, že $\varphi_1 = \Delta\varphi$, $t = t_0$, $e^{-\frac{t}{T_{M_1}}} \approx 0$ dostaneme vzťah pre určenie času potrebného na prekonanie vôle

$$t_0 = T_{M_1} \left(1 + \sqrt{\frac{2\Delta\varphi}{\varepsilon_0 T_{M_1}^2} + 1} \right). \quad (14)$$

Po dosadení (14) do (11) dostaneme vzťah pre určenie rýchlosti na začiatku pružného rázu

$$\omega_{1zač} = \varepsilon_0 T_{M_1} \sqrt{\frac{2\Delta\varphi}{\varepsilon_0 T_{M_1}^2} - 1}. \quad (15)$$

V prípade, že prekonanie vôle prebieha pri $\varepsilon_0 \neq \text{konšt.}$ a $t_0 < T_{M_1}$ vzťahy (13) a (14) nemožno pre analýzu prechodového stavu použiť. V danom prípade je potrebné presnejšie určiť začiatočnú rýchlosť vyjadrením funkčnej závislosti $\varphi_1 = f(t)$ podľa vzťahu (13) a až potom určiť pre $\varphi_1 = \Delta\varphi$, $\omega_{1zač}$ podľa vzťahu (15).

Riešenie druhej etapy pohybu po prekonaní vôle možno vykonať za predpokladu, že po ráze už nedôjde k opätovnému prerušeniu kontaktu zubov, v operátorovom tvare pre $T_e = 0$ a $v = 0$. Potom prenosová funkcia elektromechanickej sústavy (6) je daná vzťahom

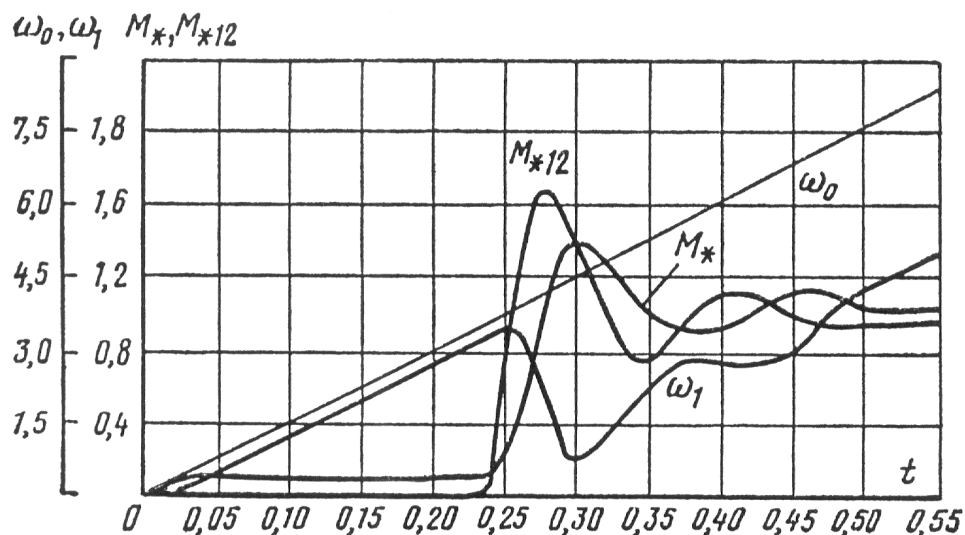
$$H_{M_{12}}(p_*) = \frac{(\mu - 1)T_{M_1^*} p_*}{\mu T_{M_1^*} p_*^3 + \mu p_*^2 + \mu T_{M_1^*} p_* + 1}. \quad (16)$$

Odpovedajúce prenosové funkcie pre moment motora $M_{d^*}(p)$ a moment pružnej väzby $M_{12^*}(p)$ sú dané vzťahmi

$$\begin{aligned} M_*(p) &= \frac{\mu T_{M_1^*} p_* (p_*^2 - 1)}{Q_{p_*}}, \\ M_{12^*}(p) &= \frac{(\mu - 1)T_{M_1^*} p_* (p_*^2 + 1)}{Q_{p_*}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Riešenie bolo vykonané pre nenulové začiatočné podmienky s ohľadom na (7) v bezrozmernom tvare [3].

Výsledky riešenia v grafickej forme sú uvedené na Obr.3 pre tieto, parametre elektromechanickej sústavy: $\mu = 10$, $\Omega_0 = 62$ rad/s, $\varepsilon_0 = 15$ rad/s², $T_{M_1} = 0,02$ s, $\Delta\varphi = 0,35$ rad, $t_0 = 0,25$ s a $\omega_{1zač} = 3,25$ rad/s.



Obr. 3 Momentové prechodové charakteristiky

4. Záver

Prechodový proces prekonania vôle po pružný ráz má za následok nárast hodnoty momentu motora M_d a tiež hodnoty skutočného zaťaženia (momentu pružnej väzby M_{12}) a tým aj dynamického zaťaženia prevodu. Moment M_{12} rastie rýchlejšie ako moment motora M_d (Obr.3). To sa týka aj maximálnych hodnôt $M_{12\max} > M_{d\max}$, pričom $M_{12\max}$ predbieha $M_{d\max}$. Rýchlosť pri pružnom ráze prudko klesá a nerovnomernosť rýchlosti aj momentu pružnej väzby v priebehu jednej periódy zanikajú. Možno to vysvetliť výraznými tlmiacimi vlastnosťami elektromotora pri uvažovaní lineárnej mechanickej charakteristiky motora [3].

5. PodĎakovanie

Práca vznikla za finančnej podpory VEGA MŠ SR a SAV v rámci projektu č. 1/2076/05.

6. Literatura

- [1] Mudrik, J.: Rezonančné javy v elektromechanickej sústave s uvažovaním vôle v ozubení. Inženýrska mechanika. Vol .7., 2000, No4, str.299-308
- [2] Mudrik, J.: Vplyv parametrov elektropohonu na kmitanie elektromechanickej sústavy. In. Zborník 8. medzinárodnej konferencie CO- MAT-TECH 2000. Trnava, str.255-260.
- [3] Mudrik, J.: Vplyv tuhosti momentovej charakteristiky na kmitanie v strojovom agregáte. Hydraulika a pneumatika. Ročník III.č. 2, 2001, str.29-31.
- [4] Mudrik, J. – Král, Š.: Analýza a modelovanie kinematických a dynamických odchýliek v ozubení. In. Zborník Dynamic off Machine Aggregates, Bratislava, 2000, str. 121-127.