

ANALYSIS OF DYNAMIC PROPERTIES OF MULTIMOTOR DRIVING SYSTEMS

C. Kratochvíl, L. Houfek, M. Houfek*

Summary: *Problematic of multimotor driving systems is very actual. These systems have a lot of advantages, like better possibilities of speed regulation, higher reserve of power, better dynamics characteristic due to reducing of moment inertia, when overall power is kept. These systems have also disadvantages resulting for instance from small deviations characteristics of individual motor. This may lead to the occurrence of complex vibrations during no-load run and during starting as we will show in this paper.*

1. Úvod

Vícemotorové soustavy vykazují při srovnání s jednomotorovými pohonovými soustavami řadu výhod, z nichž uvedme alespoň následující:

- větší možnosti regulace rychlostí a velikosti hnacích momentů,
- větší výkonová rezerva a tím i vyšší provozní spolehlivost,
- zlepšení dynamických vlastností v důsledku menšího celkového momentu setrvačnosti rotujících hmot
- a větší konstrukční možnosti při projektování vysokovýkonných pohonových soustav a kupodivu i menší prostorové nároky.

Na druhé straně se setkáváme s problémy při rozběhu, doběhu a obecně při změnách pracovních stavů, vyplývajících zejména z odchylek charakteristik jednotlivých motorů, i když jsou stejného typu, kdy se setkáváme s nerovnoměrným rozdělením přenášeného výkonu na jednotlivé motory a s nesouladem jejich otáček. To má zpravidla za následek, že některý z motorů může pracovat v generátorovém a ne motorickém režimu – a zvyšovat tak celkové přenášené zatížení a objevuje se nebezpečí vzniku složitých kmitavých dějů neúměrně zatěžujících celou pohonovou soustavu a vnikají problémy při jejím řízení. V článku se

* Prof. Ing. Ctirad Kratochvíl, DrSc., Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2896/2, 616 69 Brno. Tel.: 541142853, fax: 541142876, e-mail: kratochvil@fme.vutbr.cz.

Ing. Lubomír Houfek, PhD., Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2896/2, 616 69 Brno. Tel.: 541142887, fax: 541142876, e-mail: houfek@fme.vutbr.cz.

Ing. Martin Houfek, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně, Technická 2896/2, 616 69 Brno. Tel.: 541142887, fax: 541142876, e-mail: martin.houfek@volny.cz.

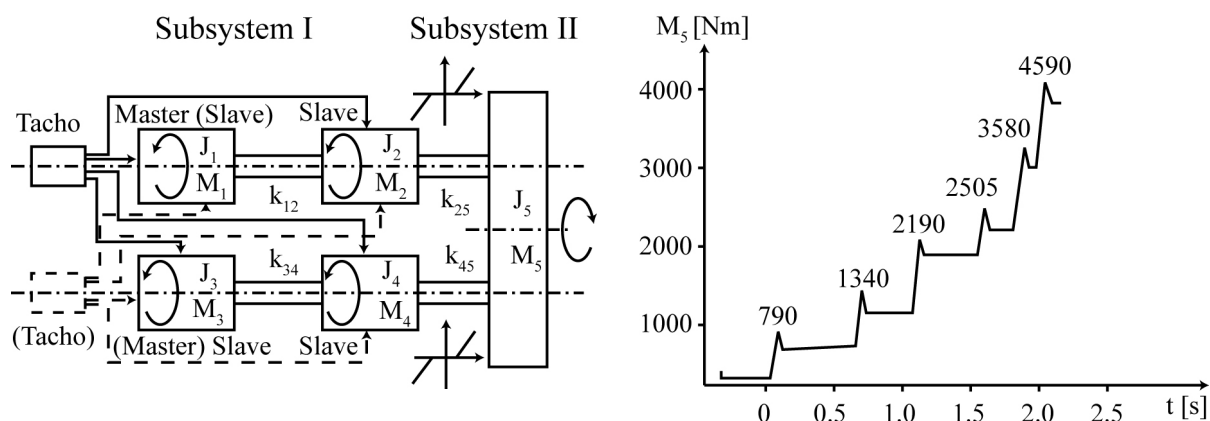
budeme zabývat problematikou matematického modelování těchto efektů s cílem objasnit jejich vliv na „vnitřní dynamiku“ motorové subsoustavy. [1], [2]

2. Modelová pohonová soustava

Na obr. 1a je schematicky znázorněn pohon technické soustavy, který je složen ze čtyř stejnosměrných motorů s cizím buzením, řazených po dvou sériově do dvou paralelních větví. Každý motor má vnitřní zpětnovazební proudovou smyčku a nadřazenou rychlostní (otáčkovou) smyčku. Motory jsou spojeny spojkami typu *BIBI*, které by měly eliminovat případně odchylky úhlových rychlostí jednotlivých motorů a ve vazbách s technologickou částí, modelovanou redukováným momentem setrvačnosti J_5 , je nutné počítat s vůlemi, které mohou vznikat při přechodových stavech.

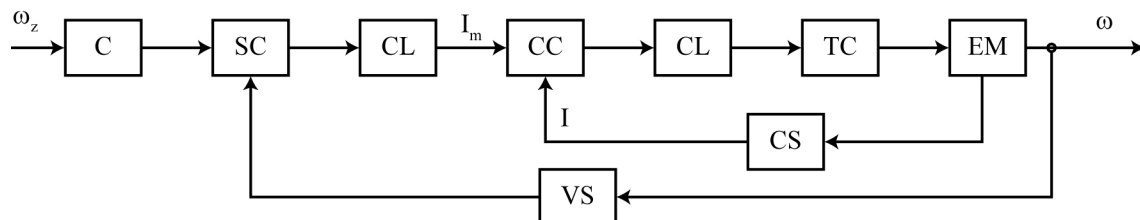
Zatěžovací proces reprezentuje technologický moment $M_5(t)$, který kaskádovitě narůstá v nepravidelných časových intervalech – viz obr.1b. Každý přechod je přitom doprovázen lokálním špičkovým jednotkovým momentovým skokem. Uvedený průběh zatěžovacího momentu je idealizovaný, na reálné soustavě byly vždy špičkové hodnoty doprovázeny parazitními kmitavými složkami s omezenou dobou působení a ukázalo se, že jejich vliv na odezvové reakce soustavy není podstatný.

Blokový diagram řízení úhlových rychlostí jednotlivých motorů je ukázán na obr. 1c. a možné způsoby řízení celé motorové subsoustavy jsou znázorněny na obr. 1d.

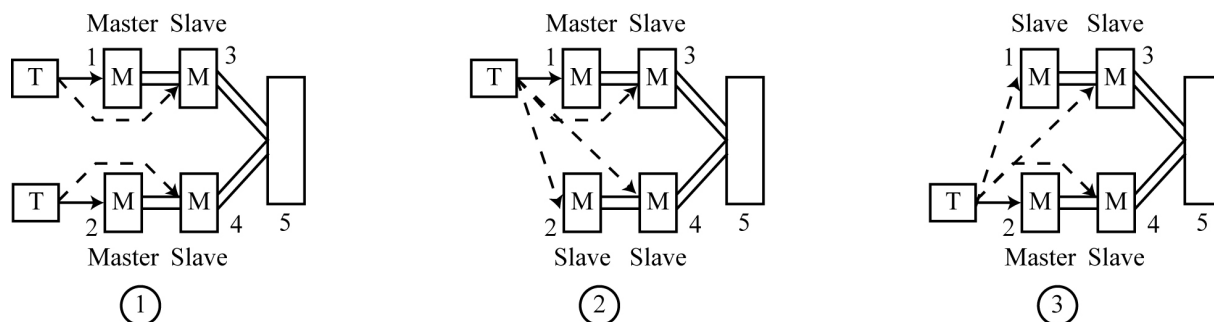


Obr. 1a: Schéma soustavy

Obr. 1b: Průběh technologického momentu



C – měnič, CS – regulátor rychlosti, CL – proudový omezovač, CC – regulátor proudu, TC – tyristorový měnič, EM – DC elektromotor, CS – snímač proudu, VS – snímač rychlosti
Obr. 1c: Blokový diagram řízení



Obr. 1d: Možné způsoby řízení

Problémy, vznikající v souvislosti s požadavky modelovat dynamické vlastnosti popsané pohonové soustavy je možné rozdělit do následujících částí:

- výběr parametrů regulace jednotlivých motorů (byly využity speciální výpočtové programy pro simulaci chování motorů),
- výběr způsobu řízení motorové subsoustavy (výběr kombinací typu: řídicí motor – *master*, řízené motory – *slave*, viz obr. 1d.),
- simulace standardních a především nestandardních pracovních stavů a
- predikce extrémních hodnot odezev s jejich přímou návazností na problematiku provozní spolehlivosti.

Poznámka: Z nesymetrie geometrických parametrů jednotlivých motorových větví vyplývá důležitá skutečnost, ověřená experimentálně – sumární vůle v motorových větvích jsou různé. Proto byla sumární vůle ve větví (1 – 2 – 5) odhadnuta jako 1,4 násobek vůle ve větví (3 – 4 – 5).

3. Matematický model pohonové soustavy

Mechanickou část pohonové soustavy můžeme popsat klasickou maticovou pohybovou rovnicí:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{f}_T(t) + \mathbf{f}_E(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) \quad (1)$$

kde $\mathbf{M}$, $\mathbf{B}$ a $\mathbf{K}$ jsou matice hmotnosti (resp. momentů setrvačnosti), torzních tlumení a tuhostí, $\mathbf{f}_T$ je vektor technologických zatížení, $\mathbf{q}$ je vektor odezev a $\mathbf{f}_E$ je vektor zatížení od elektrického subsystému. Nelinearity jsou soustředěny ve sloupcové matici $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$. Prvky vektoru $\mathbf{u}$ a $\dot{\mathbf{u}}$ mohou být získány řešením elektrické subsoustavy, reprezentované soustavou diferenciálních rovnic I. řádu (pro stejnosměrné motory s cizím buzením):

pro model omezovače akcelerační:

$$\dot{\omega}_H = (\omega_Z - \omega_H) T_H^{-1} \quad (2)$$

pro model regulátoru otáček:

$$\dot{U}_R = K_0 P_0 \left[\dot{\omega}_H - \dot{\omega} + (\omega_H - \omega) T_0^{-1} \right]$$

kde

$$U_R = \begin{cases} U_{\min} & \text{pro } U_R < U_{\min} \\ U_R & \text{pro } U_{\min} < U_R < U_{\max} \\ U_{\max} & \text{pro } U_R > U_{\max} \end{cases} \quad (3)$$

pro model regulátoru proudu:

$$\dot{U}_P = K_P K_u [\dot{U}_R - P_P \dot{I} + (U_R - P_P I) T_I^{-1}] \quad (4)$$

pro tyristorový měnič:

$$\dot{U}_M = (U_P - U_M) T_v^{-1}$$

kde

$$U_M = \begin{cases} -U_u & \text{pro } U_M \leq -U_u \\ U_u \sin\left(\frac{\pi U_M}{2U_u}\right) & \text{pro } -U_u < U_M < U_u \\ U_u & \text{pro } U_M > U_u \end{cases} \quad (5)$$

a pro model DC elektromotoru:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= (U_K - C\omega - R_A I) L_A^{-1} \\ M_M &= CI \end{aligned} \quad (6)$$

kde jednotlivé symboly představují:

K_0	zesílení regulátoru otáček	ω_H	výstupní úhlová rychlost z omezovače akcelerace
K_P	zesílení regulátoru proudu	U_R	výstupní napětí regulátoru rychlosti
K_u	zesílení tyristorového usměrňovače	U_P	výstupní napětí regulátoru proudu
P_0	zesílení snímače otáček	U_M	pomocné napětí
P_P	zesílení snímače proudu	U_u	maximální střední hodnota výstupního napětí tyristorového snímače
T_I	časová konstanta proudového regulátoru	U_b	budící napětí
T_H	časová konstanta omezovače akcelerace	M_M	moment elektromotoru
T_0	časová konstanta regulátoru otáček	M_T	technologický moment
I	proud ve vinutí	C	konstanta magnetického pole
ω	úhlová rychlost motoru	R_A	odpor vinutí
ω_z	požadovaná úhlová rychlost	L_A	indukce vinutí

Tyto rovnice mohou být přepsány do implicitního tvaru:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{MS}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}_T, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) &= 0 \\ \mathbf{H}_{ES}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, t) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

kde $\mathbf{H}_{MS}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}_T, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t)$ a $\mathbf{H}_{ES}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{v}, t)$ reprezentují mechanický a elektrický subsystém a vektor $\mathbf{v}(t)$ obsahuje prvky nadřazené technologické regulace.

Po převedení rovnic (1 – 6) resp. (7) do stavového prostoru pak již dostaneme rovnice vhodné pro vytvoření počítačového modelu. Zavedeme stavový vektor

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_M(t), \mathbf{x}_R(t)] \quad (8)$$

kde vektor $\mathbf{x}_M(t)$ zahrnuje odezvu mechanického subsystému a vektor $\mathbf{x}_R(t)$ určuje parametry motorů a řídicích obvodů. Vektor $\mathbf{x}_M(t)$ tedy obsahuje veličiny

$$\mathbf{x}_M(t) = [\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)] \quad (9)$$

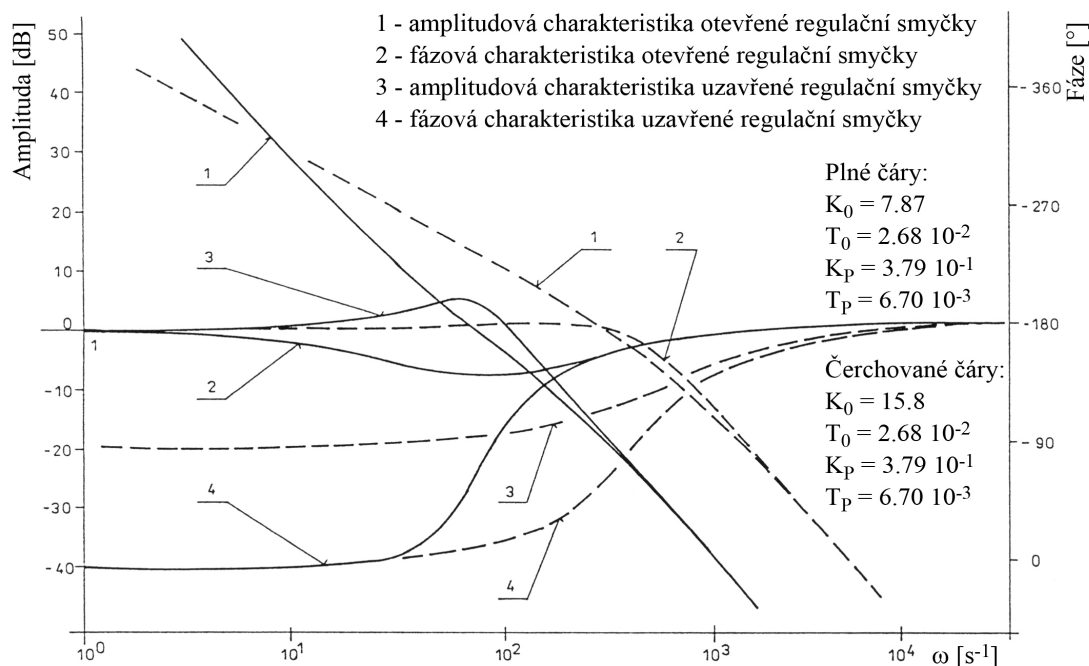
kde $\mathbf{q}(t)$ resp. $\dot{\mathbf{q}}(t)$ představují relativní úhlové výchylky a rychlosti v příslušných bodech mechanického subsystému. Stavová rovnice a výstupní relace pak lze vyjádřit pomocí maticových rovnic:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}[\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), t] &= 0, \quad \mathbf{h}: \mathbf{R}^w \rightarrow \mathbf{R}^w \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)], \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0, t \in T \\ \mathbf{x} &\in X, \mathbf{u} \in U, \mathbf{y} \in Y \end{aligned} \quad (10)$$

kde $\mathbf{R}^w$ je w – dimenzionální stavový prostor, $\mathbf{u}(t)$ je vstupní vektor.

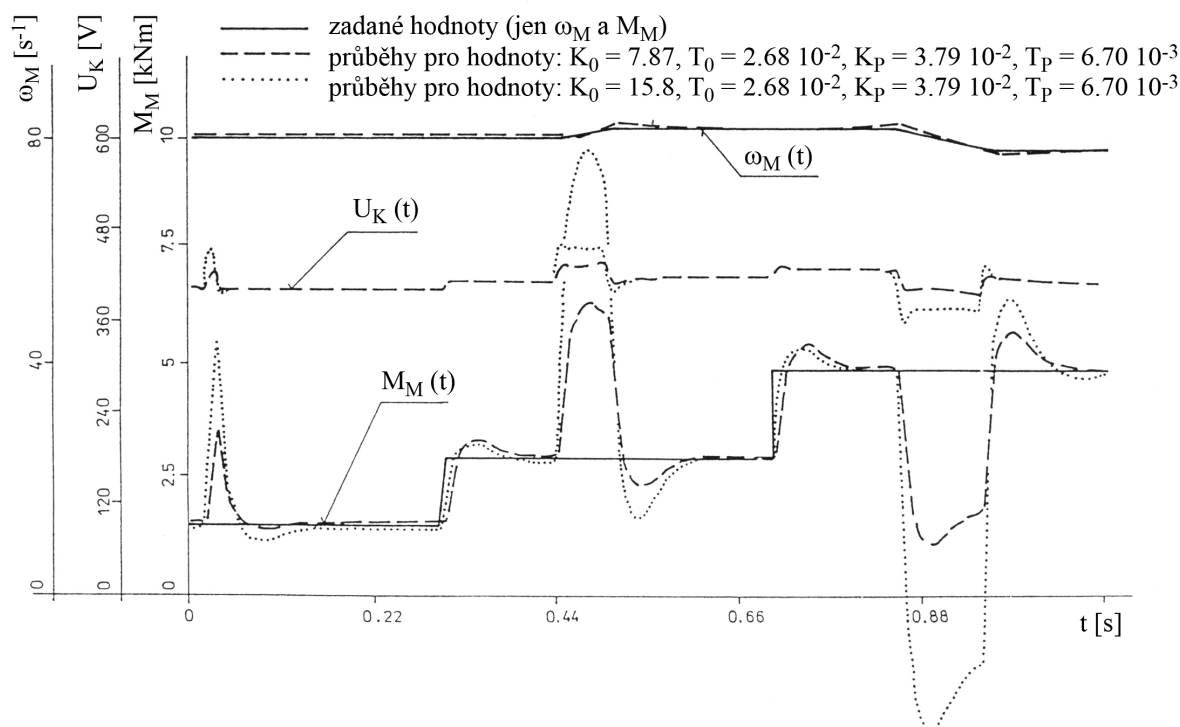
4. Výběr parametrů regulace motoru [2]

Způsob regulace motorů byl vybrán podle kriteria symetrického optima. Pak jde především o volbu vhodných zesílení a časových konstant pro otáčkový regulátor (K_0, K_R, T_R) a proudový regulátor (K_P, T_P). K jejich posouzení byly sledovány průběhy amplitudových a fázových charakteristik otevřené a uzavřené regulační smyčky, vynesené pro dvě kombinace možných parametrů na obr. 2.



Obr. 2: Průběhy amplitudových a fázových charakteristik otevřené a uzavřené regulační smyčky

Na obr. 3 pak jsou pro tyto charakteristiky vyneseny výstupní charakteristiky motoru: tj. průběhy hnacího momentu $M_M(t)$, napětí ve vinutí kotvy motoru $U_K(t)$ a průběhy simulované úhlové rychlosti motoru $\omega_M(t)$, to vše při simulovaném skoku řízení motoru.

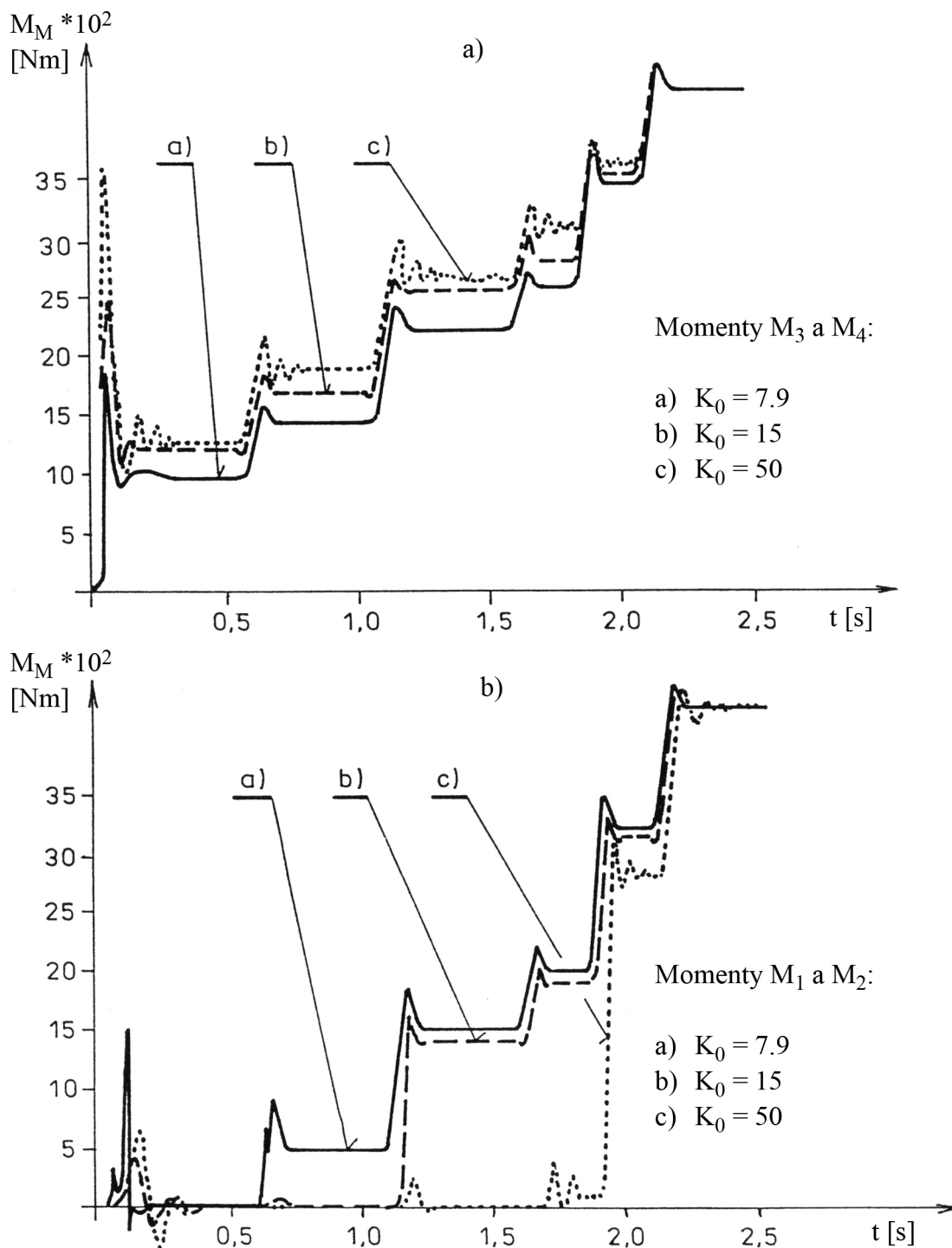


Obr. 3: Výstupní charakteristiky motoru

Průběhy úhlových rychlostí hřídele motoru pro obě uvažované kombinace parametrů regulace jsou prakticky shodné s průběhem zadané úhlové rychlosti. U průběhů $M_M(t)$ a $U_K(t)$ se již výrazně projevuje vliv zesílení otáčkového regulátoru. Je zřejmé, že k udržení otáček motoru v předepsané toleranci více vyhovuje kombinace parametrů regulace s nižší hodnotou koeficientu zesílení otáčkového regulátoru K_0 . V tomto případě jsou špičkové hodnoty regulačních poruch v průběhu hnacího momentu nižší, což ve svých důsledcích vede k nižší úrovni „dodatečného“ zatížení mechanických částí pohonu.

5. Způsob regulace motorového subsystému [3]

Je samozřejmé, že se odhady parametrů řízení motorů, vybrané dle popsané metodiky, při zkušebním provozu zpřesňují. Například existující odchylky v dynamických vlastnostech jednotlivých motorů, spolu s některými provozními vlivy, především s vůlemi, mohou způsobovat potíže, které se při zkušebním provozu jen těžko identifikují a odstraňují. A právě tyto potíže můžeme pomocí simulací na matematických modelech sledovat a často i objasnit. Beze zbytku to platí i o možných způsobech řízení soustavy motorů, znázorněných na obr. 1d. Na řídicí motor (master) je připojeno tacho, zbývající řízené motory (slave) jsou řízeny na základě odchylek mezi skutečnými a požadovanou úhlovou rychlostí řídicího motoru. Vhodnost či nevhodnost použité varianty řízení motorů ověříme na základě analýzy průběhů simulovaných hnacích momentů (viz obr. 5) a na základě odezvy pohonové soustavy na standardní přechodový stav, kterým je náběh zatížení pohonové soustavy – viz obr. 1b.

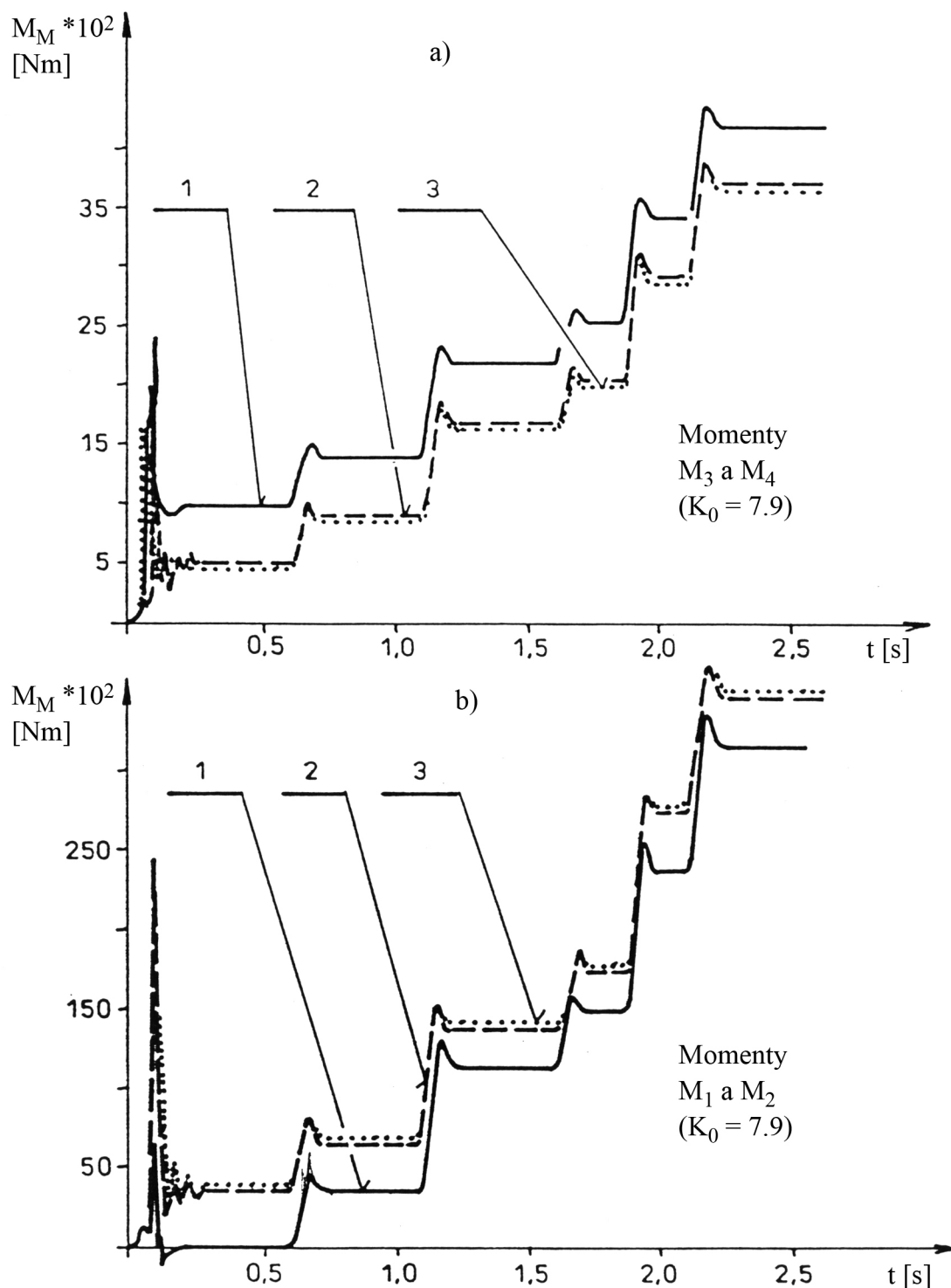


Obr. 4: Průběhy momentů elektromotorů

Varianta řízení dle obr.1d, označena 1.

Sledujme průběh hnacích momentů motorů v závislosti na koeficientu zesílení otáčkového regulátoru K_0 . Připomeňme, že jde o přechodový stav a mohou se projevit různé vřly ve vazbách mezi motorovým a technologickým subsystémem pohonu. Z obr. 4 je patrné, že zatížení, přenášené větví s menší vřlí (motory M_3 a M_4) bude vyšší než zatížení ve větví s vyšší vřlí (motory M_1 a M_2), která je po určité době „téměř nezatížena“. Po vymezení vřlí

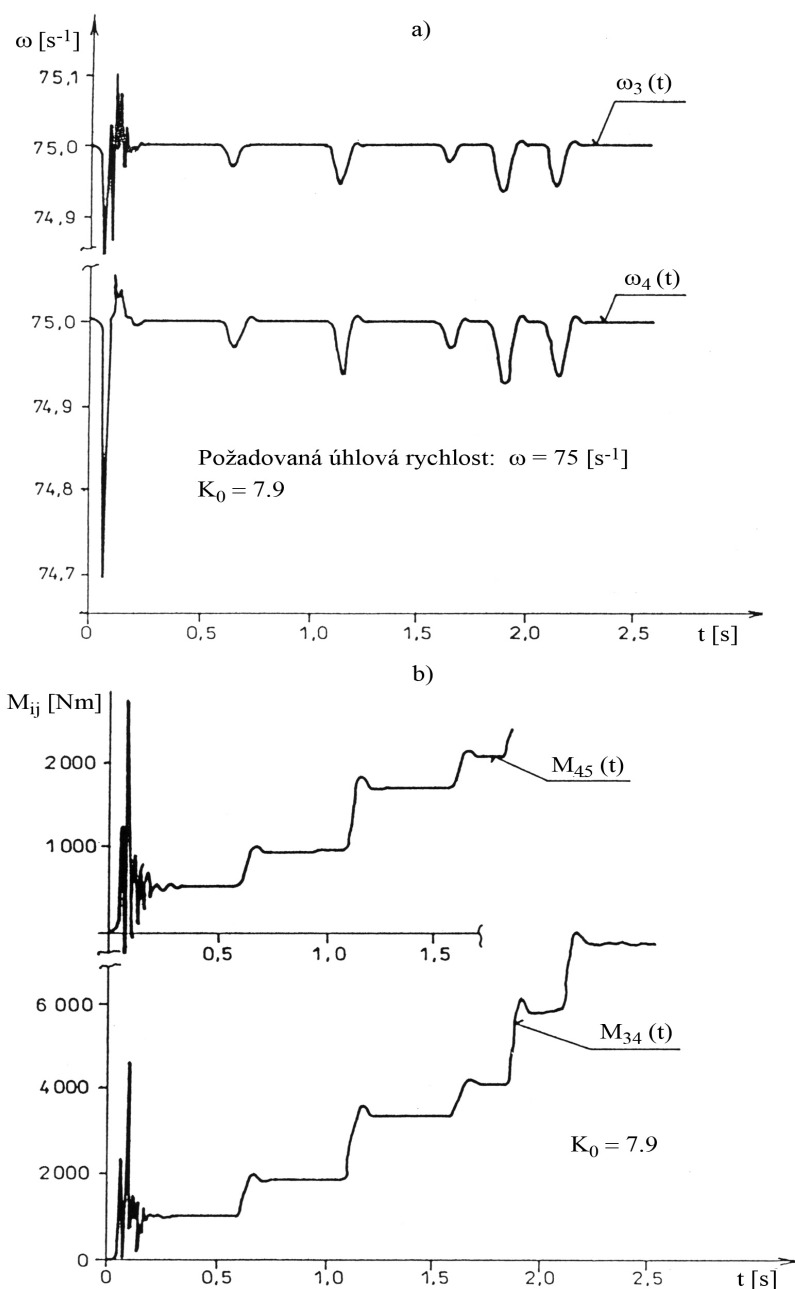
je ale růst momentů M_1 a M_2 velmi strmý a připomíná momentový skok – se všemi nepříznivými důsledky na dynamiku soustavy. S růstem koeficientu K_0 se nerovnoměrnost rozložení hnacích momentů dále prohlubuje. Potvrzuje se nevhodnost příliš rychlé otáčkové regulace.



Obr. 5: Průběhy momentů elektromotorů

Varianty řízení dle obr.1d při stálé hodnotě koeficientu zesílení $K_0 = 7,9$

Je zřejmé, že alternativy 2 a 3 jsou téměř shodné a z hlediska rovnoměrnosti růstu hnacích momentů překvapivě výhodnější než alternativa 1. Na druhé straně se dá ale očekávat, že zejména na počátku přechodového děje je mohou sériově propojené motory „hádat“ a může dojít i k tomu, že některý z motorů bude pracovat v „generátorovém“ režimu. Tuto skutečnost potvrzují i průběhy úhlových rychlostí motorů M_3 a M_4 , znázorněné na obr. 6a. Vidíme zde „charakteristický“ kmitavý pohyb na počátku přechodového děje, který se rychle ustálí. Maxima odchylek v průbězích úhlových rychlostí ω_3 a ω_4 nepřesáhnou 0.8% úrovně požadované úhlové rychlosti, což je hodnota přijatelná. I rozkmitání průběhů směrových momentů ve vazbách (3 – 4) a (4 – 5) zůstává v přijatelných mezích – viz obr 6b. Výsledek: jako nejpříznivější se jeví varianta označená 2.



Obr. 6: Průběhy úhlových rychlostí a momentů elektromotorů

6. Závěr

V příspěvku jsme ukázali na možnost využití simulačních výpočtů při výběru parametrů a způsobů regulace složitých pohonových soustav s více motory. Jde o složitou elektromechanickou řízenou soustavu, která je z hlediska provozní spolehlivosti extrémně závislá na vhodné regulaci a řízení. Výběr parametrů při simulačních experimentech může dát konstruktérovi podklady pro možné úpravy již ve stadiu projekce pohonové soustavy a může tak významně urychlit celý návrhový proces. Dále se mohou relativně snadno vyzkoušet i „havarijní“ situace a situace s nepravděpodobnými poruchami a lze tak získat podklady i pro předpovědi provozních spolehlivostí.

7. Literatura

Kratochvíl, C.: A Contribution to the Problem of Dynamic Analysis of Electromechanical Drive Systems, *Mech. Mach. Theory*, Vol. 27, No 3., pp. 343 – 348, 1992

Kratochvíl, C.: The Computing Analysis of Dynamic Properties of Electromechanical Drive Systems, *The Advanced in Mechanics*, Vol. 14, NR 4, pp. 47 – 74, 1991

Kratochvíl, C. et. al: Modeling of Dynamic Properties of Drive Systems, *Int. Journal Engineering Mechanics*, Vol. 17, No. 6, pp. 425 – 434, 2001

8. Poděkování

Práce vynikla jako součást řešené problematiky Výzkumného záměru MŠMT ČR č. MSM0021630518 – Simulační modelování mechatronických soustav.