National Conference with International Participation
ENGINEERING MECHANICS 2006
Svratka, Czech Republic, May 15 – 18, 2006
paper no. **137**

ANALYSIS OF FOUNDATION SLAB OF COMMERCIAL BUILDING IN PRAGUE TĚŠNOV: MECHANICAL BEHAVIOR

T. Koudelka*, T.Krejčí*

Summary: *It was performed several calculations simulating behavior of thick foundation slab during 2005 year. The behavior was solved as coupled problem in which the mechanical behavior was assumed together with heat and moisture conduction and their interactions. Material parameters were obtained from project of foundation slab of commercial building in Prague-Těšnov. The problem was solved using program SIFEL.*

1. Úvod

Řešení zakládání velkých konstrukcí na základové desce je poměrně častý případ. Základové desky přitom dosahují značné tloušťky a tím vyvstává problém s jejich betonáží v důsledku vývinu hydratačního tepla. Pro ověření navrženého postupu betonáže a výstavby je proto třeba použít dostatečně výstižné numerické modely. Jeden z možných numerických modelů byl implementován do programu SIFEL. Tento softwarový balík umožňuje řešit úlohy vedení tepla, vlhkosti a mechanické úlohy pomocí metody konečných prvků. Dále tento program umožňuje řešení sdružených úloh z uvedených oblastí a je v něm podpora pro řešení rozsáhlých úloh pomocí paralelních výpočtů. Je programován v jazyce C++ a jeho zdrojové kódy jsou volně dostupné. Program se vyznačuje širokou přenositelností mezi jednotlivými softwarovými platformami (Linux, Windows, Unix) .

Základovou desku je v tomto softwaru možné řešit jako sdruženou termo-hydro-mechanickou úlohu. Pro modelování transportních procesů vedení vlhkosti a tepla jsou k dispozici modely Künzelův a Kiesselův. Pro popis smršťování a dotvarování betonů lze použít Bažantův model B3, poškození je možné modelovat pomocí skalárního izotropního modelu poškození. Podloží pod základovou deskou je možné simulovat pomocí soustavy pružných podpor vložených v místech uzlů sítě konečných prvků. Tuhost pružin je možné nelineárně měnit v závislosti na zatlačení základové desky do podloží.

Druhá přesnější možnost modelování podloží je přímo pomocí konečných prvků. Při tomto přístupu je podloží do určité hloubky modelováno pomocí 2D nebo 3D prvků a chování podloží je popisováno pomocí modelů plasticity popřípadě viskoplastických modelů. K dispozici jsou Druker-Pragerův model, Mohr-Coulombův model a modifikovaný Cam-Clay model. Předností

* Ing. Tomáš Koudelka, Ing. Tomáš Krejčí, PhD.: Katedra mechaniky, Fakulta stavební ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, tel.: +420 224 354 375,
e-mail: koudelka@cml.fsv.cvut.cz, krejci@cml.fsv.cvut.cz .

tohoto způsobu modelování je jeho dobrá výstižnost podloží, avšak výpočetní nároky jsou pro současně dostupnou výpočetní kapacitu příliš velké, protože samotný výpočet sdružené úlohy trvá řádově hodiny až dny a rozšíření modelu samotné desky o 3D model podloží by výpočet neúměrně prodlužoval.

2. Modely pro popis mechanických vlastností materiálů

Základem výpočtů při použití několika různých materiálových modelů popisujících rozdílné jevy mechanického chování je rozklad celkové deformace v materiálovém bodě modelu na jednotlivé složky. V uvedených případech prováděných výpočtů se vychází z dekompozice celkové deformace pro beton

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_e + \varepsilon_d + \varepsilon_{cr} + \varepsilon_{shr} + \varepsilon_{ft} \tag{1}$$

kde

- ε_{tot} je celková deformace
- ε_e je elastická složka deformace
- ε_d je složka deformace od poškození betonu
- ε_{cr} je složka deformace od dotvarování (creep) betonu
- ε_{shr} je složka deformace od smršťování betonu
- ε_{ft} je deformace vlivem změny teploty

Vlivy smršťování a dotvarování betonu společně s přetvořením od změny teploty mají značný vliv na celkové přetvoření, které je rozhodující pro to, zda dojde k vytvoření trhliny či nikoliv. Pro modelování smršťování a dotvarování mladých betonů lze použít model B3 popsaný např. v [Bazant – Baweja, 1995/1,2]. Oba vlivy jsou v něm zahrnuty a jsou závislé na teplotě a vlhkosti.

$$\varepsilon(t) = J(t,t_0)\sigma(t_0) + \int_{t_0}^{t} J(t,\tau)\mathrm{d}\sigma(\tau) + \varepsilon_0(t) \tag{2}$$

kde $J(t,\tau)$ je funkce poddajnosti, která představuje deformaci v čase t, způsobenou jednotkovým napětím, které začalo působit v čase τ. Funkce dotvarování je v modelu B3 složena ze tří základních komponent

- z okamžitého přetvoření (člen q_1),
- z přetvoření od dotvarování tzv. basic creep (členy q_2, q_3, q_4),
- z vlivu vysychání konstrukce tzv. drying creep (člen q_5).

$$J(t,\tau)=q_1+q_2\cdot Q(t,\tau)+q_3\ln\left[1+(t-\tau)^n\right]+q_4\ln(t/\tau)+$$
$$+q_5\sqrt{\exp\left(8(1-h)\tanh\sqrt{\frac{t-t_0}{\tau_{sh}}}-8\right)-\exp\left(8(1-h)\tanh\sqrt{\frac{\tau-t_0}{\tau_{sh}}}-8\right)} \tag{3}$$

Pro modelování poškození betonu byla vytvořena celá řada materiálových modelů. Mezi nejjednodušší z nich patří model skalárního izotropního poškození. Výstižnost tohoto modelu je do značné míry závislá na volbě vhodného vztahu pro normu ekvivalentního přetvoření, na němž je parametr poškození závislý. Pro beton se osvědčily zejména dva vztahy. Prvním vztahem je Mazarsova norma, která je definována vztahem

$$\varepsilon_{\mathrm{eq}}=\sqrt{\langle\varepsilon_\alpha\rangle\langle\varepsilon_\alpha\rangle} \tag{4}$$

kde ε_α jsou složky hlavní deformace a operátor <> značí výběr pouze kladných složek daného vektoru. Druhý vhodný vztah představuje von Misesova norma, která je dána výrazy

$$\begin{aligned}&\varepsilon_{eq}=AI_1+\sqrt{A^2I_1^2+BJ_2},\\&A=\frac{k-1}{2k(1-\nu)},\quad B=\frac{3}{k(1+\nu)},\quad k=\frac{f_c}{f_t}\end{aligned} \tag{5}$$

kde I_1 je první invariant tenzoru deformace, J_2 je druhý invariant deviátoru tenzoru deformace, ν je Poissonův součinitel. Materiálové parametry f_c a f_t jsou tlaková respektive tahová pevnost betonu.

Evoluční vztah pro parametr poškození ω v závislosti na ekvivalentní deformaci je definován

$$\omega=f(\varepsilon_{eq})=1-\left(\frac{f_t}{E\varepsilon_{eq}}\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon_{eq}-\frac{f_t}{E}}{u_f-\frac{f_t}{E}}\right) \tag{6}$$

kde u_f definuje sklon změkčení a f_t je tahová pevnost betonu. Modul pružnosti, tahová a tlaková pevnost betonu závisí na stáří betonu. Napětí se v případě skalárního izotropního poškození vypočítá ze vztahu

$$\sigma=(1-\omega)D_{el}\varepsilon \tag{7}$$

kde D_{el} je elastická matice tuhosti. Deformace ε je uvažována jako celková deformace bez nevratných deformací od dotvarování a smršťování a dále bez deformace od teploty.

$$\varepsilon=\varepsilon_{tot}-(\varepsilon_{cr}+\varepsilon_{shr}+\varepsilon_{ft}) \tag{8}$$

Uvedený vztah pro napětí lze zapsat v přírůstkovém tvaru

$$\dot{\sigma} = D_{el}(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_d),$$
$$\dot{\varepsilon}_d = \dot{\omega}\varepsilon + \omega\dot{\varepsilon}, \tag{9}$$
$$\dot{\omega} = \frac{\partial f(\varepsilon_{eq})}{\partial \varepsilon_{eq}} \frac{\partial \varepsilon_{eq}}{\varepsilon}$$

V provedených výpočtech byla použita Mazarsova norma ekvivalentního přetvoření. Potřebná derivace ekvivalentního přetvoření podle jednotlivých složek přetvoření je dána v tenzorové formě vztahem

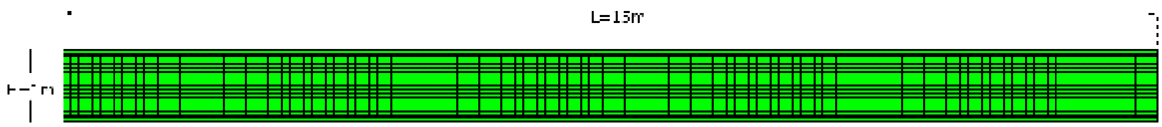
$$\frac{\partial \varepsilon_{eq}}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{1}{2\varepsilon_{eq}} 2\langle \varepsilon_\alpha \rangle \frac{\mathrm{sgn}(\varepsilon_\alpha) + |\mathrm{sgn}(\varepsilon_\alpha)|}{2} a_i^\alpha a_j^\alpha \tag{10}$$

kde a_i^α je i-tá složka směrového vektoru složky α vektoru hlavní deformace.

Popis modelu lze nalézt např. v [Pijaudier-Cabot – Jason, 2002], [Sluys, 2003] a [Bittnar - Šejnoha, (1992)].

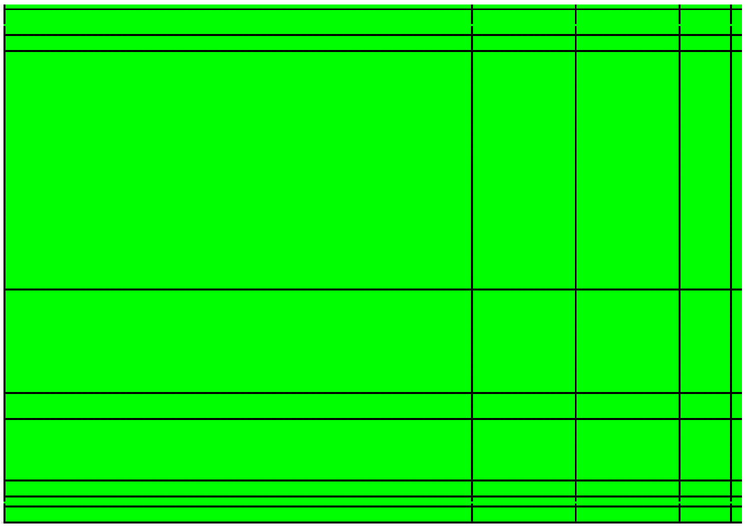
3 Numerická simulace základové desky

Další numerická analýza byla zaměřena na modelování základové desky administrativní budovy Praha-Těšnov. Základová deska má tloušťku 1 m, délka desky je 15 m a je v příčném i podélném směru vyztužena 12ØV25/m. Rozměry a tvar sítě konečných prvků jsou vyobrazeny na obrázku 1.



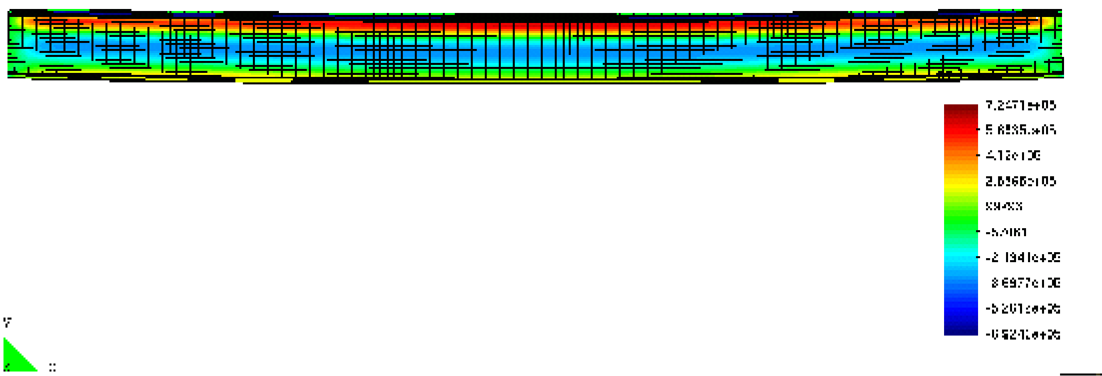
Obrázek 1. Rozměry modelu a síť konečných prvků – celkové vyobrazení.

Síť konečných prvků je dělena v podélném směru po 10 cm. V příčném směru je deska dělena v horní a dolní 10 cm vrstvě po 1 cm a ve zbylé vnitřní části po 5 cm. Potřeba jemnějšího dělení v okrajových vrstvách byla dána jednak potřebou jemnějšího dělení pro zachycení gradientu teploty a vlhkosti při povrchu, který je v těchto místech značný a dále pak pro modelování skalárního poškození. Detail sítě je na obrázku 2.

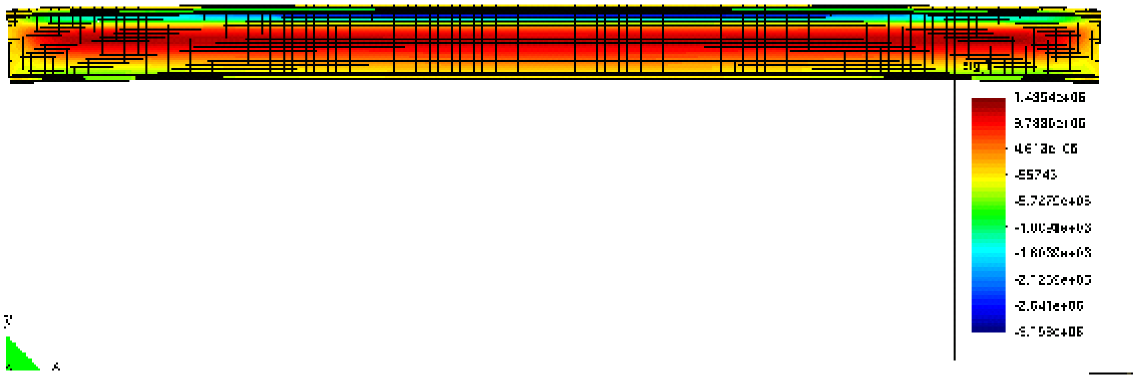


Obrázek 2. Detail sítě konečných prvků.

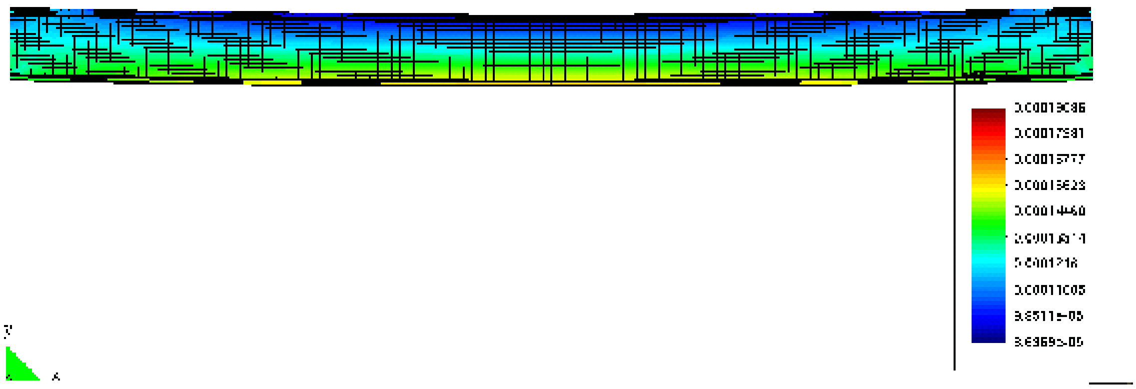
Deska byla vybetonována ve třech vrstvách, kontaktní plochy nebyly ošetřeny katalyzátorem H-Krystal. Po vybetonování byla deska tři dny kropena a po dobu pěti dnů přikryta PE folií. Pro počáteční kalibraci modelu byla deska modelována jako 2D-úloha. Počítačová simulace začíná v době jeden den od ukončení betonáže, kdy se předpokládá ukončený proces tuhnutí betonu a působení desky jako železobetonové konstrukce. Byla provedena termo-hydro-mechanická analýza, ve které pro modelování transportních procesů byl použit model autorů Künzela a Kiessla, pro modelování mechanického chování byl použit model B3 a model skalárního izotropního poškození. Deska byla volně uložena, podloží bylo simulováno pomocí pružin, přičemž na krajích desky byla tuhost pružin větší než uprostřed. Deska byla zatížena vlastní tíhou, a dále byly aplikovány teplotní okrajové podmínky, které simulují venkovní průměrnou teplotu v červnu v dané lokalitě získanou dlouhodobým měřením ČHMÚ. Na následujících obrázcích jsou výsledné průběhy hlavních napětí (obrázky 3 a 4), hlavních deformací (obrázky 5 a 6) a parametru poškození (obrázky 7 a 8) vždy pro obě denní teplotní špičky.



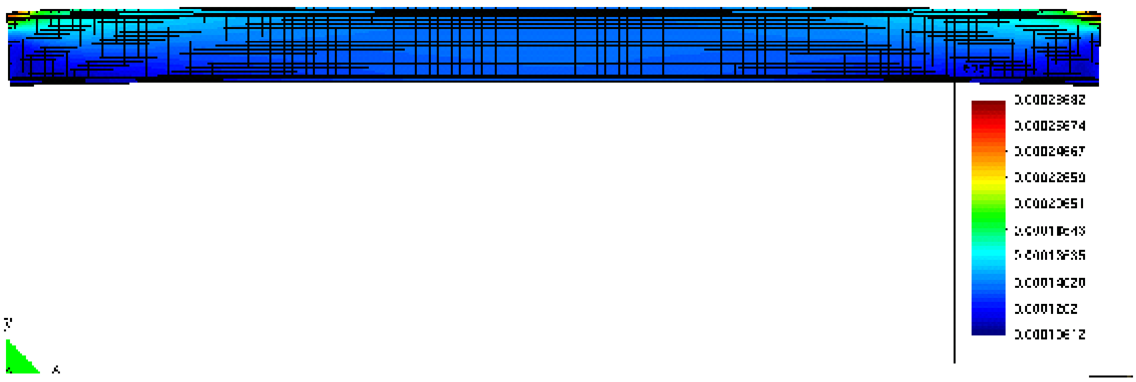
Obrázek 3. Průběh hlavního napětí σ_1 [Pa] pro nejmenší teplotu po 28 dnech od betonáže.



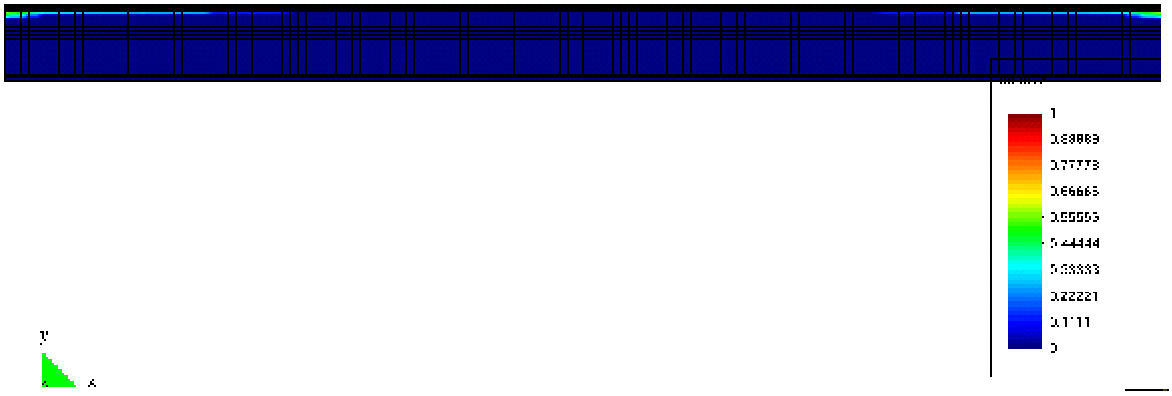
Obrázek 4. Průběh hlavního napětí σ_1 [Pa] pro maximální teplotu po 26 dnech od betonáže.



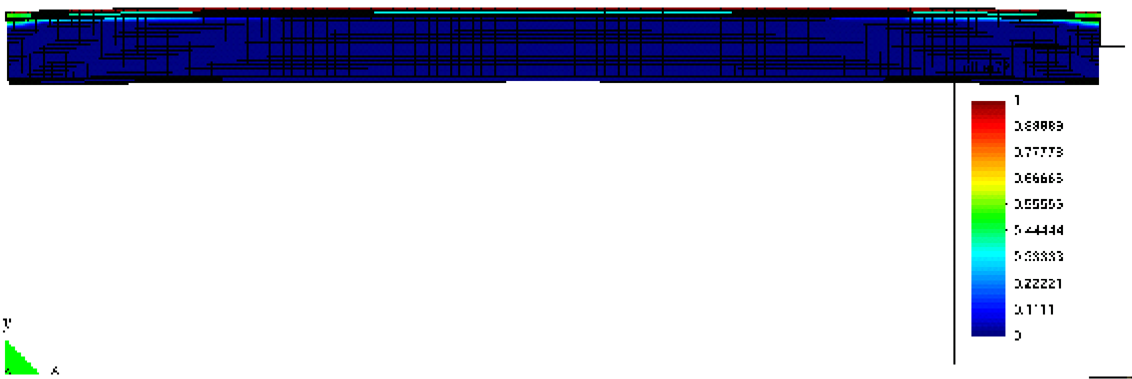
Obrázek 5. Průběh hlavního přetvoření ε_1 pro nejmenší teplotu po 28 dnech od betonáže.



Obrázek 6. Průběh hlavního přetvoření ε_1 pro maximální teplotu po 26 dnech od betonáže.

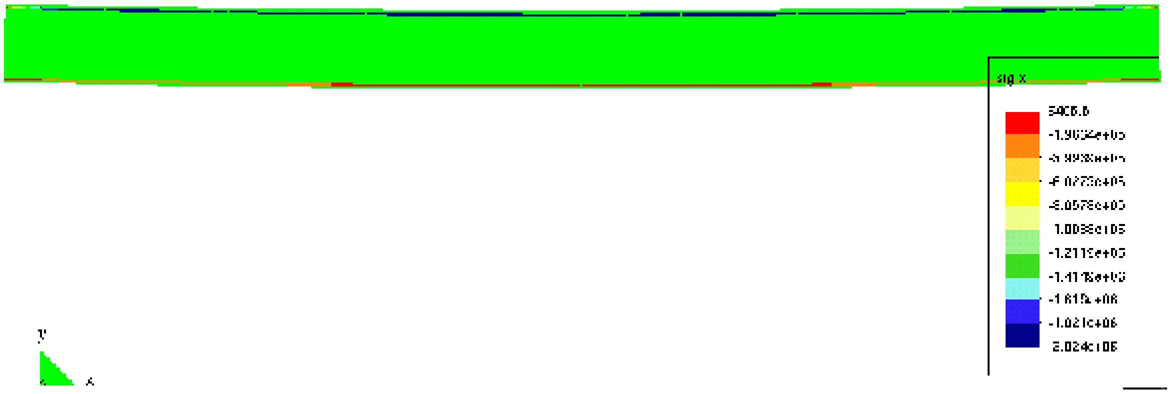


Obrázek 7. Průběh parametru poškození ω pro nejmenší teplotu po 28 dnech od betonáže.

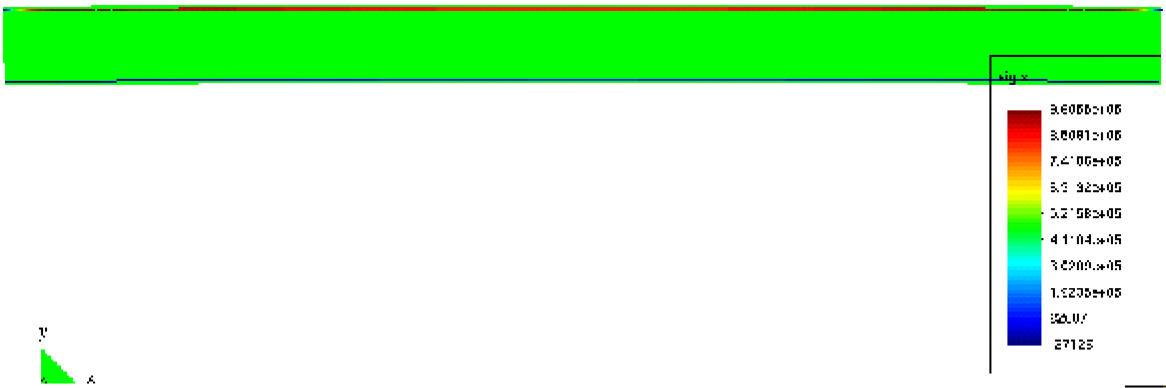


Obrázek 8. Průběh parametru poškození ω pro maximální teplotu po 26 dnech od betonáže.

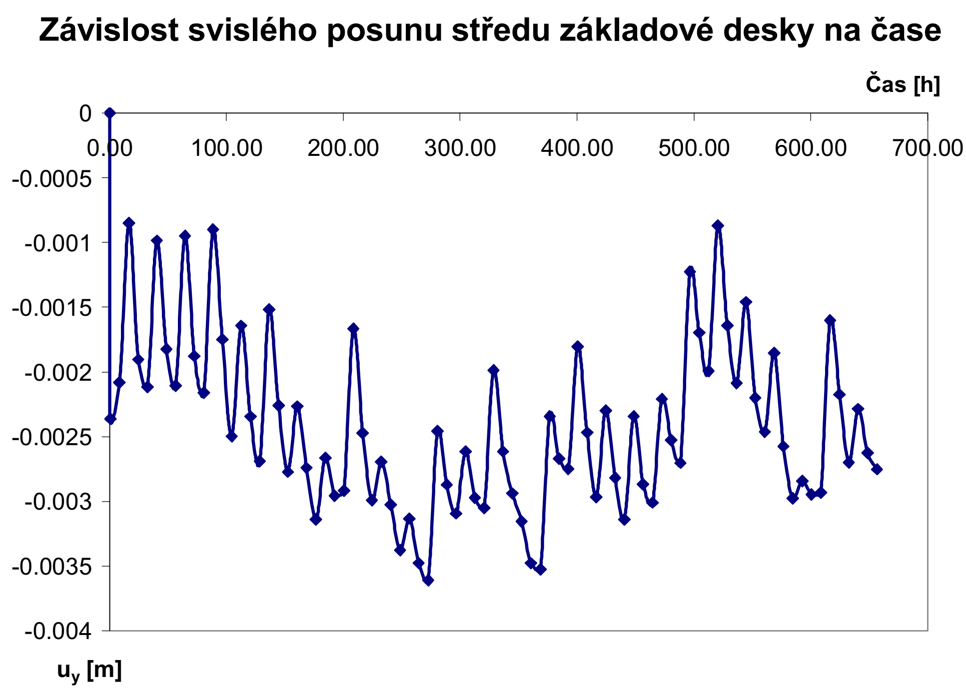
Dále jsou k dispozici obrázky napětí ve výztuži pro denní maximální a minimální teplotní špičky (obrázky 9 a 10). Pro bod uprostřed horního povrchu desky jsou k dispozici grafy na obrázcích 11, 12 a 13, které znázorňují průběhy svislého posunu, hlavního napětí σ_1 a parametru poškození ω v čase. Na průběhu svislého posunu na obrázku 11 je zřetelně vidět vliv teploty na posuny v rámci střídání denních a nočních teplot. Obrázek 12 zachycuje průběh hlavního napětí σ_1 v čase a je na něm na počátku vidět opět kolísání hodnot napětí až do okamžiku, kdy napětí klesne na nulovou hodnotu v důsledku plného rozvoje parametru poškození ω, který v ten okamžik dosáhl hodnoty 1. Průběh vývoje parametru poškození ω je na obrázku 13, kde je vidět postupné zvyšování jeho hodnoty z počáteční pro zdravý materiál (ta je rovna 0) na konečnou, která je rovna 1 a odpovídá plnému porušení v daném bodě. Okamžik dosažení maximální hodnoty parametru poškození odpovídá poklesu hodnot napětí na nulu.



Obrázek 9. Průběh napětí σ_x [Pa] ve výztuži pro nejmenší teplotu po 28 dnech od betonáže.

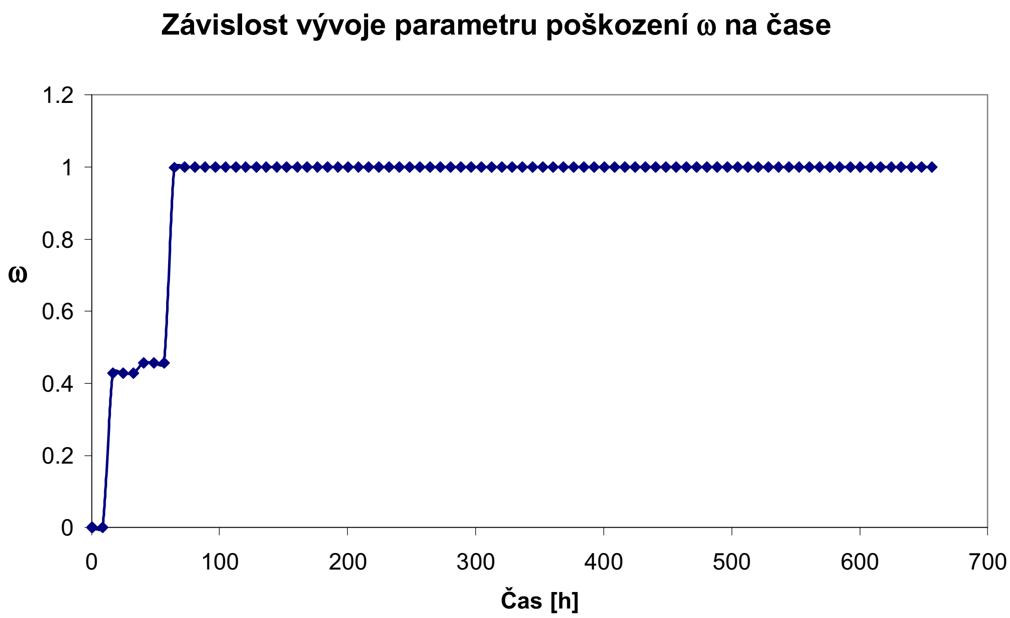


Obrázek 10. Průběh napětí σ_x [Pa] ve výztuži pro maximální teplotu po 26 dnech od betonáže.

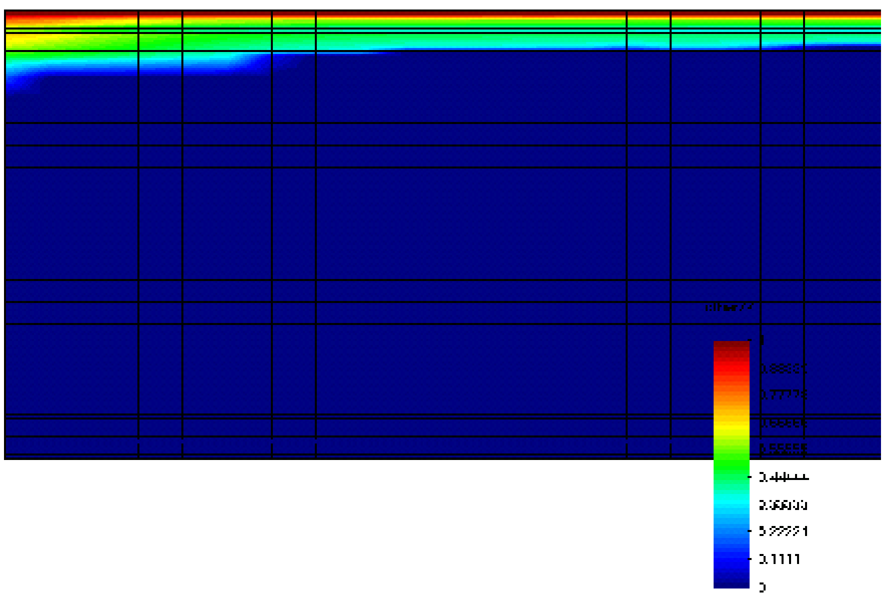


Obrázek 11. Graf závislosti svislého posunu středu horního povrchu desky u_y na čase.

Obrázek 12. Graf závislosti hlavního napětí σ_1 na čase pro střed horního povrchu desky.



Obrázek 13. Graf závislosti parametru poškození ω na čase pro střed horního povrchu desky.



Obrázek 14. Oblasti poškození horního povrchu desky vlivem smršťování

4. Závěr

Z mechanické analýzy bylo zjištěno, že během procesu vysychání pokles vlhkosti a teploty ovlivňuje nejdříve vrstvy u povrchu. Jádro desky je ovlivněno mnohem později. Smršťování betonu jako důsledek vysychání zapříčiňuje vznik tahových napětí ve vrstvě u horního povrchu desky nad výztuží a následně vznik mikrotrhlin. Detailní průběh parametru poškození je na obrázku 14, na kterém je vidět koncentrace poškození pouze v oblasti povrchových vrstev. Dále je vidět na tomto obrázku i koncentrace poškození v místě horního rohu desky, které je důsledkem napěťových špiček v rohu a bylo pozorováno i při realizaci konstrukce. Numerická analýza ukázala značný vliv vysychání na vývoj napětí.

5. Poděkování

Tento práce vznikla za finančního přispění MŠMT ČR, projekt 1M6840770001 v rámci činnosti výzkumného centra CIDEAS

6. Literatura

Lewis, R. W. – Schrefler, B. A. (1998) The finite element method in static and dynamic deformation and consolidation of porous media. John Wiley & Sons, Chiester-Toronto (492)

Pijaudier-Cabot, G. – Jason, L. (2002) Continuum damage modeling and some computational issues. RFGC – 6/2002, Numerical Modelling in Geomechanics, p. 991-1017

Sluys, B. (2003) Constitutive modeling of concrete and nonlinear computational dynamics. RFGC – 7-8/2003, Geodynamics and Cycling Modelling, p. 911-973

Borst, R. de – Nauta, P. (1985) Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model. Eng. Comp., 2(1), p. 35-46

Bazant, Z.P. – Belytschko, T. B. – Chang, T. P. (1984) Continuum theory for strain-softening. ASCE J. Eng. Mech., 110, p. 1666-1692

Pijaudier-Cabot, G. – Bazant, Z. P. (1987) Nonlocal damage theory, ASCE J. Eng. Mech., 113, p. 1512-1533

Bazant Z. P. – Baweja S. (1995/1) Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures – Model B3. RILEM Recommendation, Mater. Struc., 28, p. 357-365

Bazant Z. P. – Baweja S. (1995/2) Justification and Refinements of Model B3 for Creep and Shrinkage. Updating and Theoretical Basis, Mater. Struc. 28, 1995, p. 44-50

Bittnar, Z. – Šejnoha, J. (1996) Numerical methods in structural mechanics, ASCE Press USA and Thomas Telford UK, 1996

Jirásek, M. – Bazant, Z. P. (2001) Inelastic Analysis of Structure. John Wiley & Sons, Chiester-Toronto

Larrard, F. (1999) Concrete mixture proportioning, E&FN SPON.