

## **PREDICTION AND VERIFICATION OF THE LIFETIME FOR THE VARIOUS COMBINED TENSILE AND TORSION LOAD**

**Z. Hrubý\*, J. Papuga\*, M. Růžička\*, M. Balda\*\*, J. Svoboda\*\***

***Summary:** The paper deals with the problem of fatigue in FEA simulation, fatigue post-processing and experimental verification. The use of the relevant constitutive model with the non-linear hardening is discussed. Experimental data for several load schemes are given. Last but not least, the comparison of calculated and measured lifetime is presented.*

### **1. Úvod**

Navrhování konstrukcí nebo jejich součástí musí kromě statické analýzy obsahovat i analýzu odolnosti proti únavě materiálu. Ta umožní stanovit bezpečnou dobu životnosti konstrukce nebo případné intervaly prohlídek. Takové postupy však předpokládají podrobnou znalost mechanických i jiných procesů vedoucích k iniciaci a rozvoji únavových defektů.

V příspěvku jsou uvedeny výsledky únavových zkoušek pro několik typů různých zatěžovacích režimů – kombinace tahového a torzního namáhání realizovaného na vzorcích z uhlíkové oceli 11 523. Experimentální výsledky jsou předmětem dlouhodobého zkoušení v Centru diagnostiky materiálu, ÚT AV ČR v Plzni. Měření jsou provedena pro zkušební vzorek tvaru hladké trubky s tloušťkou stěny 2 mm. Pro experimentálně realizované průběhy zatěžování je za použití vhodného konstitutivního modelu metodou konečných prvků určena odezva materiálu na cyklické namáhání za stavu saturace hysterezních smyček. Numerické simulace jsou prováděny pomocí MKP programu ABAQUS. Časové průběhy složek tenzoru napětí a deformace jsou podrobeny zpracování pomocí vybraných únavových kritérií. Únavové analýzy jsou prováděny samostatně vyvíjeným programem PragTic.

Ukazuje se, že pro získání dobré shody numerické simulace s experimenty je klíčová dostatečná přesnost vstupních materiálových dat, jejich správná interpretace do cyklického zatěžování, příkladem může být užití Masingova pravidla, volba odpovídajícího konstitutivního modelu a také numerická přesnost v multiaxiálních metodách.

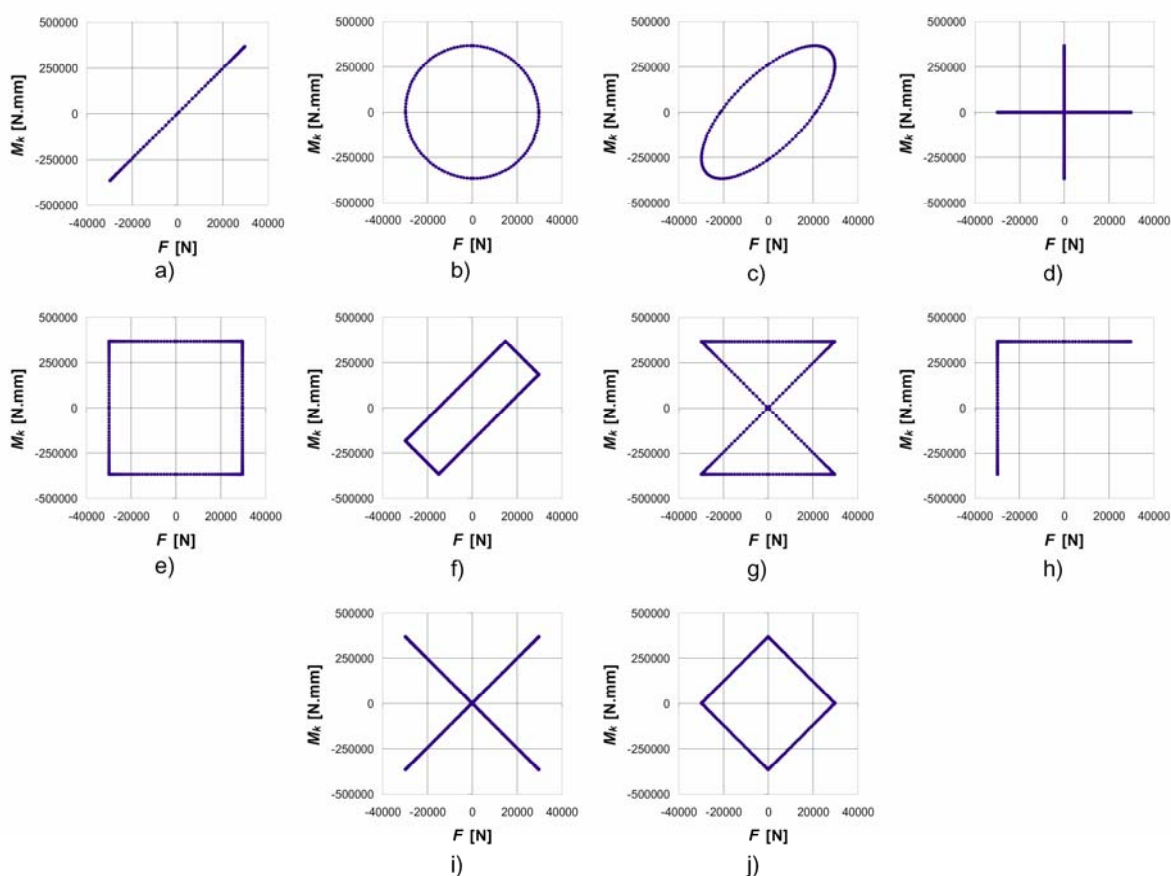
---

\* Ing. Zbyněk Hrubý, Ing. Jan Papuga, Ph.D., Prof. Ing. Milan Růžička, CSc.: Ústav mechaniky, Fakulta strojní ČVUT v Praze; Technická 4; 166 07 Praha 6; tel.: +420.224 352 519, fax: +420.233 322 482; e-mail: [Zbynek.Hruby@fs.cvut.cz](mailto:Zbynek.Hruby@fs.cvut.cz), [papuga@pragtic.com](mailto:papuga@pragtic.com)

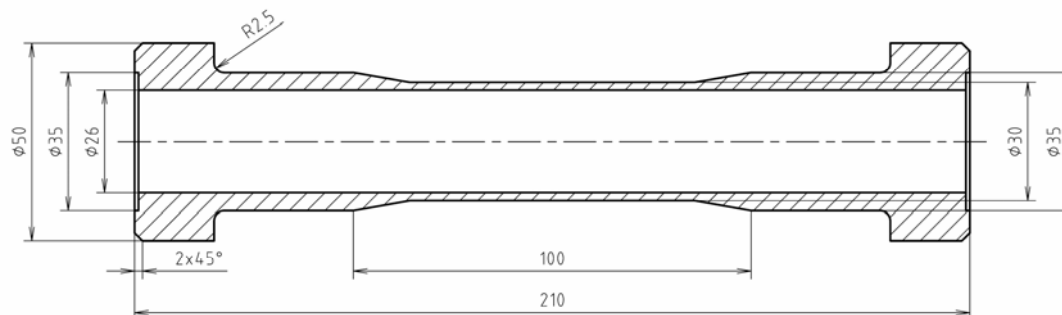
\*\* Prof. Ing. Miroslav Balda, DrSc. FEng., Ing. Jaroslav Svoboda: Ústav termomechaniky AV ČR, Centrum diagnostiky materiálu; Veleslavínova 11; 301 14 Plzeň; tel.: +420.377 236 415, fax: +420.377 220 787

## 2. Experimentální měření

V rámci projektu GA ČR 101/05/199 jsou v Centru diagnostiky materiálu, ÚT AV ČR v současné době realizovány rozsáhlé únavové zkoušky vzorků pro celkem deset různých zatěžovacích kombinací tahu-tlaku a krutu. Ideální modelové zátěžné sekvence (zatěžovací cesty) jsou zobrazeny na obrázku 1. Zkušební vzorky jsou tvaru trubkového tělesa, zobrazeno na obrázku 2, s tloušťkou stěny 2 mm. Experimentálně jsou pomocí tenzometrických růžic snímány složky poměrných deformací, odporovými teploměry teploty povrchu vzorků v průběhu zatěžování a přímo ze zkušebního stroje signály okamžitých velikostí silových zátěžných účinků v průběhu zkoušky životnosti. Zkoušky jsou prováděny jednak v oblasti velkých plastických deformací při nízkocyklové únavě a také v oblasti únavy vysokocyklové.



Obrázek 1 Znázornění ideálních zatěžovacích cest ve fázové rovině  $F$ - $M_k$



Obrázek 2 Zkušební těleso tvaru trubky s tloušťkou stěny 2 mm

V průběhu experimentálního měření se objevila řada komplikací. Zejména vysoké produkované teplo způsobené frekvencí zatěžování 2÷2,5 Hz způsobovalo i při současném ochlazování vzorků proudem vzduchu ohřátí povrchu na teplotu blízkou 100 °C (v některých případech i vyšší), což způsobovalo po jisté době porušení vrstvy lepidla pod tenzometrickou růžicí. Proto se následně množství produkovaného tepla redukovalo u některých závažných cest snížením frekvence zatěžování na 1 Hz.

Experimentální zkoušení je ukončeno v době, kdy dochází k destrukci vzorku nebo takovému zdeformování, které již vylučuje další měření. Následující tabulka udává životnosti některých zatím odzkoušených vzorků.

Tabulka 1 Životnosti vzorků pro různé hladiny zatěžování a různé zatěžovací cesty

Označení	$\sigma_a$ [MPa]	$\tau_a$ [MPa]	Tvar smyčky	Počet cyklů do lomu
REC180	180	180	□ obdélník	24 825
REC170	170	170	□ obdélník	10 189
REC150	150	150	□ obdélník	23 035
REC130	130	130	□ obdélník	265 077
REC120	120	120	□ obdélník	1 944 856
XCR170	170	150	X kříž	8 534
XCR155	155	130	X kříž	26 873
CCL182	181,7	90,8	kruh	> 6 000 000
CCL205	205	102,5	kruh	1 175 911
CCL225	225	112,5	kruh	166 080
CCL240	240	120	kruh	75 126
PLS250	250	240	+ kříž	311
HGS180	180	180	přesýpací hodiny	7 818
EPS180	180	180	ovál (elipsa)	7 830
PRP182	181,7	90,85	proporcionální	832 276
PRP160	160	80	proporcionální	5 785 725

### 3. MKP simulace, konstitutivní model

Experimentální zkoumání chování materiálu vystavenému cyklickému namáhání v nedávné minulosti přineslo řadu nových poznatků (Khan, A. S., Huang, S., 1995). V současnosti je možné je shrnout zhruba následovně. Nesymetrický měkký cyklus způsobuje cyklický creep nebo ratchetting efekt ve směru středního napětí. Nesymetrický tvrdý cyklus způsobuje relaxaci středního napětí směrem k nulové hodnotě. Model musí s maximální přesností predikovat změnu plastického modulu během náhodného cyklického zatěžování, což ve své podstatě znamená, že musí umožňovat hladký přechod z elastické oblasti do oblasti elastoplasticity. Při symetrických měkkých i tvrdých cyklech materiál zpevňuje či změkčuje k saturovanému stavu pouze díky kinematickému zpevnění. Značné jednorázové plastické zatížení maže téměř všechnu historii předchozího zatěžování na nižších napěťových hladinách, co se týče pohybu plochy plasticity v prostoru hlavních hodnot deviátoru napětí.

Těchto pět základních požadavků by měl splňovat každý sofistikovaný materiálový model popisující chování materiálu při cyklickém namáhání. Odtud přímo plyne nevhodnost

samotného isotropního zpevnění pro popis cyklického chování. Také lineární kinematické zpevnění podle Pragera (Khan, A. S., Huang, S., 1995) nepřináší vhodný nástroj k popisu cyklického chování, protože plocha plasticity v prostoru nemění svojí velikost a meze své polohy ani pro nesymetrické měkké i tvrdé cykly. Další popisy jako nelineární kinematické zpevnění, Mrozův víceplochový model, model s kombinovaným nelineárním kinematickým a isotropním zpevnění přináší vhodnější a samozřejmě i přesnější možnosti k popisu cyklických dějů. Jejich nevýhodou je ale o řád vyšší komplikovanost řešení.

MKP prostředí ABAQUS nabízí mimo jiné možnost modelování cyklického chování materiálu v oblasti elastoplasticity (ABAQUS Online Documentation, 2004; Hrubý, Z., Růžička, M., 2005). Pro danou aplikaci byl zvolen model s kombinovaným isotropním a nelineárním kinematickým zpevněním. Takový materiálový model je možné zadat pomocí vstupních procedur \*CYCLIC PLASTICITY pro isotropní část zpevnění a \*HARDENING pro část nelineárního kinematického zpevnění. Výraz pro vyjádření přírůstku kinematických parametrů má tvar

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{C}{\sigma_K} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\sigma}) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} - \gamma \boldsymbol{\alpha} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl}, \quad (1)$$

kde  $\boldsymbol{\alpha}$  je tenzor kinematických parametrů (backstress),  $\boldsymbol{\sigma}$  tenzor napětí,  $C$  a  $\gamma$  konstanty nelineárního kinematického zpevnění a  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl}$  ekvivalentní hodnota rychlosti plastické deformace. Je vidět, že jako každý jiný vztah popisující pohyb plochy plasticity v prostoru, má i rovnice (1) inkrementální podobu, což je zcela v souladu s předpoklady správného materiálového popisu pro kinematické zpevnění. Tvar výrazu pro zvýšení meze kluzu díky isotropnímu zpevnění má tvar

$$\sigma_K = \sigma_{K0} + Q \left( 1 - e^{-b \bar{\varepsilon}_{pl}} \right), \quad (2)$$

kde  $\sigma_{K0}$  je počáteční mez kluzu nezátíženého materiálu,  $Q$  maximální možná velikost meze kluzu materiálu (limitní hodnota),  $b$  rychlost změny meze kluzu s nárůstem plastické deformace a  $\bar{\varepsilon}_{pl}$  efektivní hodnota plastické deformace. V daném případě byl řešen stav při úplné saturaci hysterezní smyčky, tj. stav při kterém již nedochází k isotropnímu zpevnění materiálu a při zatěžování se uplatňuje pouze část nelineárního kinematického zpevnění.

Materiálové charakteristiky byly zadány v podobě větve saturované hysterezní smyčky pro jednoosý případ, sestrojené podle Masingova pravidla z cyklické deformační křivky uhlíkové oceli 11 523.1 pro jednodimensionální případ zatěžování. Materiálová data oceli byla určena v Centru diagnostiky materiálu, ÚT AV ČR v Plzni. Parametry jsou uvedeny v tabulce 2.

Tabulka 2 Vybrané materiálové parametry uhlíkové oceli 11 523

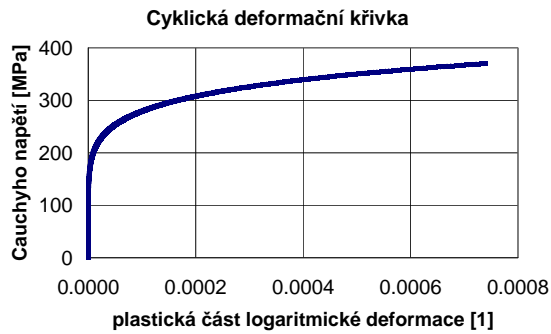
$K'$ [MPa]	$n'$ [-]	$c$ [-]	$\varepsilon'_f$ [-]	$b$ [-]	$\sigma'_f$ [MPa]	$E$ [MPa]
1020	0,14066	-0,6586	0,921985	-0,092718	1009,234	$2,1 \cdot 10^5$

Algoritmus programu ABAQUS<sup>1</sup> zkalibruje ze zadané závislosti materiálové konstanty v rovnici (1). Nelineární závislost napětí vs. deformace se do programu zadává v Cauchyho

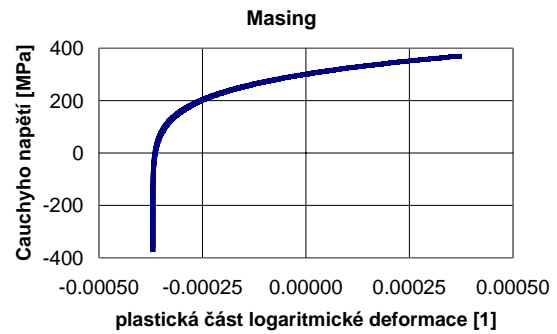
<sup>1</sup> volba \*PLASTIC, HARDENING=COMBINED, DATA TYPE=STABILIZED

napětí a plastické části logaritmické deformace. Vychází se z hodnot pro případ jednoosého namáhání.

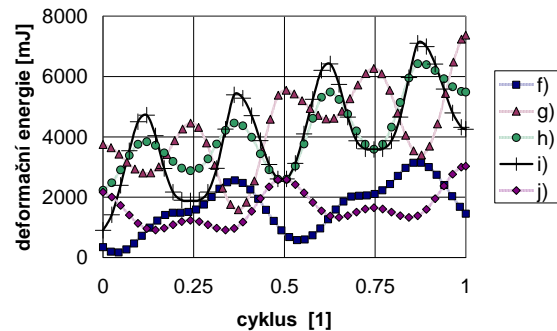
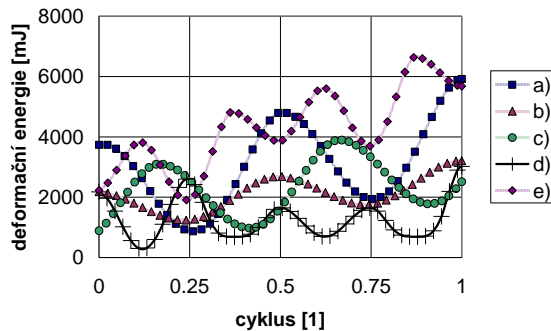
Hlavními nedostatky uvedeného konstitutivního modelu je potřeba vytvářet pro dané hladiny napětí příslušné větve hysterezní smyčky a také fakt, že model neumožňuje popsat zakřivení větve hysterezní smyčky v oblasti záporných napětí. Tento jev však byl při experimentech pozorován.



Obrázek 3 Cyklická deformační křivka (CDK) oceli 11 523 – plastická část



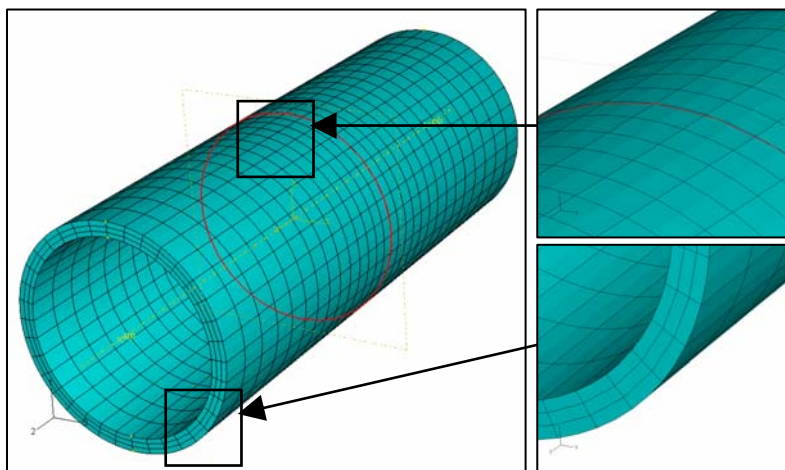
Obrázek 4 Větev hysterezní smyčky pro amplitudu napětí 370 MPa sestavená podle Masinga



Obrázek 5 Průběhy okamžitých hodnot celkové deformační energie pro zatěžovací sekvence z obrázku 1 a hladinu 170 MPa normálového napětí a 160 MPa smykového napětí vztahované na nedeformovaný průřez (smluvní napětí)

Jedním z výsledků simulace zatěžovacích cest je porovnání, nakoľik se liší výsledky MKP výpočtů pro různé zatěžovací sekvence. Na obrázku 5 je znázorněn průběh okamžité hodnoty celkové deformační energie v celém MKP modelu pro zatěžovací cesty podle obrázku 1. Obrázek 5 podává dostatečný důkaz o vzájemné odlišnosti jednotlivých sekvencí v případě uplatnění energetických přístupů hodnocení únavové odolnosti. Je vidět, že energeticky nepříznivé jsou případy, kdy v jediném časovém okamžiku dosahuje namáhání od tahu-tlaku a krutu svých maximálních hodnot. Lze očekávat, že čím častěji se v zatěžovací sekvenci tyto události objeví, tím nepříznivější bude mít sekvence vliv na celkovou životnost. Tento fakt potvrzují také doposud provedené únavové zkoušky.

MKP výpočty jsou prováděny na modelu střední části zkušebních vzorků, který je znázorněn na obrázku 6. Je složen z šestistěnových elementů C3D20<sup>2</sup> s kvadratickými tvarovými funkcemi a plnou integrací.



Obrázek 6 MKP model trubkového vzorku, včetně znázornění zhušťování elementů směrem ke středu vzorku

#### 4. Únavový postprocessing – program PragTic

Program PragTic ([www.pragtictic.com](http://www.pragtictic.com)), jehož ukázka je zobrazena na obrázku 7, je třetí generací softwaru vyvíjeného na ČVUT pro výpočet únavového poškození na základě MKP výsledků. Program v současné době disponuje následujícími možnostmi:

Schopnosti programu PragTic:

- Náčet dat z MKP v ASCII formě, pokud jsou dodržena poměrně běžná pravidla formátování.
- Únavový výpočet buď na MKP výsledcích či v izolovaných bodech (tenzometry).
- Příprava multiaxiálního řešení, tj. sestavení zátěžných režimů ze simultánně působících zátěžovacích módů.
- Přístup k datům MKP modelu i k nastavením výpočtu přímo z programu.
- Výpočet pomocí množství vysokocyklových (Findley, Papadopoulos, McDiarmid, Zenner & Liu, atd.) a nízkocyklových metod (8 uniaxiálních, Wang & Brown, Socie atd. co se týče multiaxiálních).
- Poměrně rozsáhlé řízení parametrů těchto výpočetních metod.
- Možnost spuštění různých typů výpočtů při různých zátěžovacích cestách v jedné dávce.
- Kromě uniaxiálních metod (Neuberova a Glinkova metoda) nebyl dosud vyřešen vstup plastizace, což omezovalo použití softwaru. Aby mohl být PragTic zapojen do řešení daného úkolu, bylo potřeba implementovat řešení pomocí tzv. *přechodové analýzy* (*transient analysis*) se vstupem kompletní zátěžovací historie jak tenzoru napětí, tak tenzoru deformace.

<sup>2</sup> značení v rámci programu ABAQUS

Co zatím PragTic neumí:

- Není zaveden efekt jakosti povrchu nebo technologických operací.
- Neexistuje interní grafický prohlížeč únavových map. Je předpokládáno, že únavová data mohou být načtena zpět do MKP programu.
- Dosud chybí nápověda, která je v současné době v konstrukci.
- Vstup MKP elementů je omezen na několik elementových typů z programů ANSYS, ABAQUS a COSMOS/M. Pro praktické použití je potřeba tuto položku dále rozvíjet.

Vstupy do přechodové analýzy programu PragTic byly získány MKP výpočtem v programu ABAQUS. Tyto výsledky byly použity jak pro uniaxiální, tak multiaxiální metody.

Protože se v naprosté většině případů jedná o časovanou životnost, bylo potřeba nalézt vhodný způsob, jak porovnat vlastnosti jednotlivých výpočetních metod. Pro názornost je vybráno použití parametru *LLR* (Logarithmic Lifetime Ratio – logaritmnický poměr životností) diskutovaného např. v (Papuga, J., 2005). Je definován vztahem

$$LLR = \log\left(\frac{N_{exp}}{N_{cal}}\right), \quad (3)$$

kde  $N_{exp}$  označuje experimentálně naměřenou a  $N_{cal}$  výpočtenou životnost. Parametr má vlastnosti, které umožňují přehledné vyhodnocování výpočtů. Je spojité, kladné hodnoty označují konzervativní predikci, záporné hodnoty predikci nekonzervativní. Se vzrůstající absolutní hodnotou parametru vzrůstá odchylka od ideálního výsledku výpočtu ve shodě s experimentem.

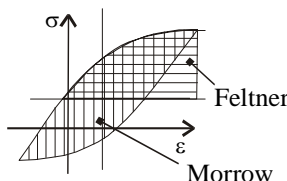
V programu PragTic byl ověřován výpočet podle několika metod. Předně byly aplikovány uniaxiální metody výpočtu popsané v tabulce 3. Uvedené uniaxiální metody zpracovávají zatěžovací historii jediného napětí. Jako vhodná metoda transformace složitějšího napětíového stavu bylo vybráno ekvivalentní (redukováné) HMH napětí

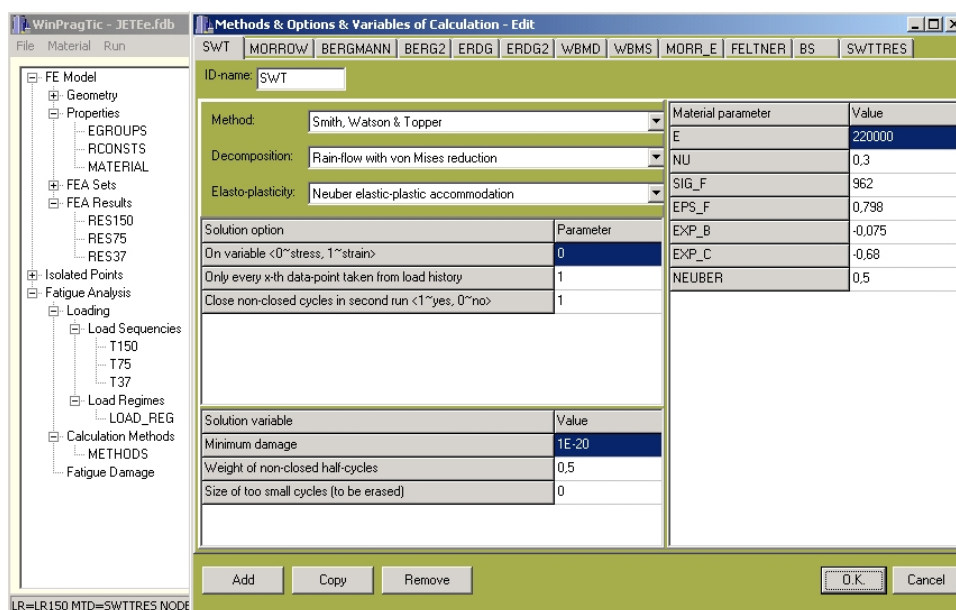
$$\sigma_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2)}. \quad (4)$$

Metody podle Bergmanna či Erdogana a Robertse vyžadují další materiálový parametr. Protože je množství experimentů realizovaných v nízkocyklové oblasti poměrně malé, byla nejprve při výpočtu uvažována doporučená hodnota parametrů ( $k = 0,4$ ;  $\gamma = 0,5$ ) a teprve poté byla testována možnost nastavení obou parametrů na optimální hodnoty.

V dalším kroku byly nasazeny dvě multiaxiální metody pro nízkocyklový výpočet, které byly doposud implementovány do PragTicu. Jedná se o metody podle Bannantina a Socieho, či podle Wanga a Browna (Papuga, J., 2005). Obě metody vyžadují stanovení normály k bodu povrchu, ve kterém se únavový výpočet provádí. Normály je buď možno načíst z externího zdroje, nebo je jejich stanovení ponecháno na algoritmu implementovaném do programu PragTic.

Tabulka 3 Vybraná uniaxiální kritéria únavových analýz programu PragTic

Autor	Formulace poškozovacího parametru	Poznámka
Smith, Watson, Topper	$P_{SWT} = \sqrt{(\sigma_a + \sigma_m)\varepsilon_a E}$	Velmi populární, označován také jako SWT parametr. Vede často ke konzervativnějším výsledkům.
Landgraf	$P_L = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N)^b + \varepsilon'_f (2N)^c$	Metoda bývá někdy označována jako Morrowova.
Bergman	$P_B = \sqrt{(\sigma_a + k\sigma_m)\varepsilon_a E}$	Modifikace SWT parametru. Autoři se přidáním dalšího materiálového parametru snaží zlepšit predikci při nesy-metrickém zátěžném kmitu.
Erdogan, Roberts	$P_{E,R} = \sqrt{\sigma_a^\gamma (\sigma_a + \sigma_m)^{1-\gamma} \varepsilon_a E}$	
Morrow	$P_M = 4\sigma_a \varepsilon_{apl} \frac{1-n'}{1+n'}$ , kde $n' = \frac{b}{c}$ $P_M = 4 \frac{1-n'}{1+n'} \sigma'_f \varepsilon'_f (2N)^{b+c}$	Energetické formy poškozovacího parametru (přiložený obrázek). Protože ani jedna z metod nezahrnuje vliv středního napětí, byla aplikována metodika podle Odinga:
Feltner	$P_F = \sigma_a \varepsilon_{apl} \frac{2}{1+n'} + \frac{\sigma_a^2}{2E}$ , kde $n' = \frac{b}{c}$ $P_F = \sigma'_f (2N)^b \left[ \frac{2}{1+n'} \varepsilon'_f (2N)^c + \frac{\sigma_a^2}{2E} (2N)^b \right]$	 <p><math>\sigma_{aeq} = \sqrt{\sigma_a(\sigma_a + \sigma_m)}</math>, <math>\sigma_m &gt; 0</math> <math>\sigma_{aeq} = \sigma_a</math>, <math>\sigma_m &lt; 0</math></p>



Obrázek 7 Prostředí PragTic



První z použitých multiaxiálních metod je kritérium podle Wang a Browna (Papuga, J., 2005) s parametrem poškození

$$g_a + S\Delta e_{eff} = [(1 + \nu_{el}) + (1 - \nu_{el})S] \frac{\sigma'_f - 2\sigma_m}{E} (2N)^b + [(1 + \nu_{pl}) + (1 - \nu_{pl})S] \varepsilon'_f (2N)^c, \quad (5)$$

kde  $\sigma_m$  je normálové střední napětí,  $g_a$  amplituda smykové deformace (zkos) a  $\Delta e_{eff}$  je rozkmit normálové deformace v celém cyklu zkosu (ve smyslu Kima, Parka a Lea, 1999) – všechny tyto hodnoty jsou vztaženy k vyšetřované rovině. Hodnoty elastického  $\nu_{el}$  a plastického  $\nu_{pl}$  Poissonova poměru jsou nastaveny na 0,3 resp. 0,5. Pokud je hodnota materiálového parametru  $S$  odvozena z rovnice (5) pro dvě meze únavy (např. tah-tlak a krut) s uvažováním maximálního rozkmitu smykové deformace, měla by se její hodnota pro použitou ocel rovnat  $S = 0,619$ . Protože již sami autoři daného kritéria předestírají, že tato hodnota je pro jimi prováděné testování příliš nízká, bylo také ověřováno, jaké hodnoty musí parametr  $S$  dosáhnout, aby byly splněny hodnoty životnosti z experimentu. Námi prováděné výpočty byly vyhodnocovány pro případ kritické roviny definované jako rovina s maximem rozkmitu zkosu.

Druhá metoda pro multiaxiální únavové řešení dle Bannantina a Socieho požaduje výpočet hodnoty poškození pro dva různé módy iniciace trhliny (Papuga, J., 2005). První vztah je pro případy dominance normálového zatěžování

$$k_2 \sigma_{\max} e_a = \frac{\sigma'_f{}^2}{E} (2N)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N)^{b+c}, \quad (6)$$

druhý pro případ nárůstu poškození především v závislosti na smykovém zatížení

$$g_a \left( 1 + k_1 \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{K0}} \right) = \frac{\tau'_f}{G} (2N)^b + \gamma'_f (2N)^c, \quad (7)$$

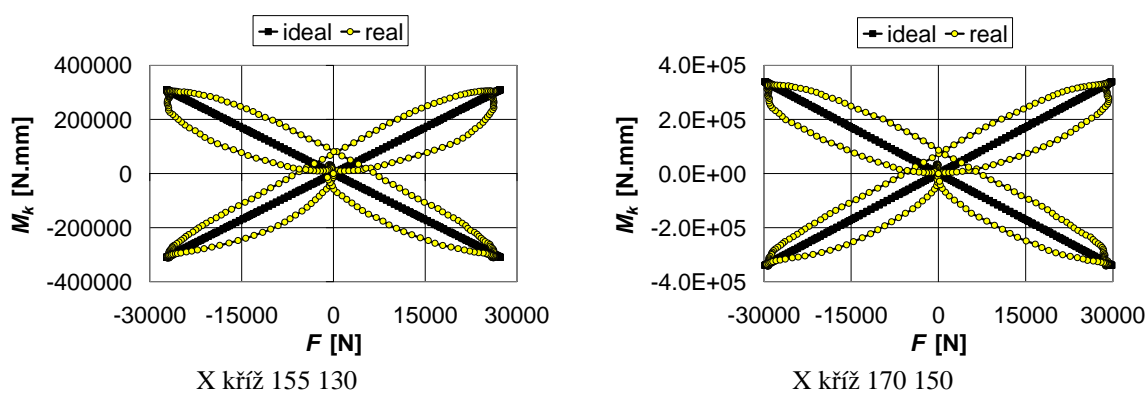
kde symbol  $\sigma_{\max}$  označuje maximální normálové napětí,  $g_a$  a  $e_a$  amplitudy smykové resp. normálové deformace,  $k_1$  a  $k_2$  materiálové parametry.

Je třeba upozornit, že původní návrh autorů byl ve vztahu (6) doplněn o materiálový parametr  $k_2$ . Naše předchozí zkušenosti (Růžička a kol., 2004) jasně naznačovaly, že původní forma je příliš nekonzervativní.

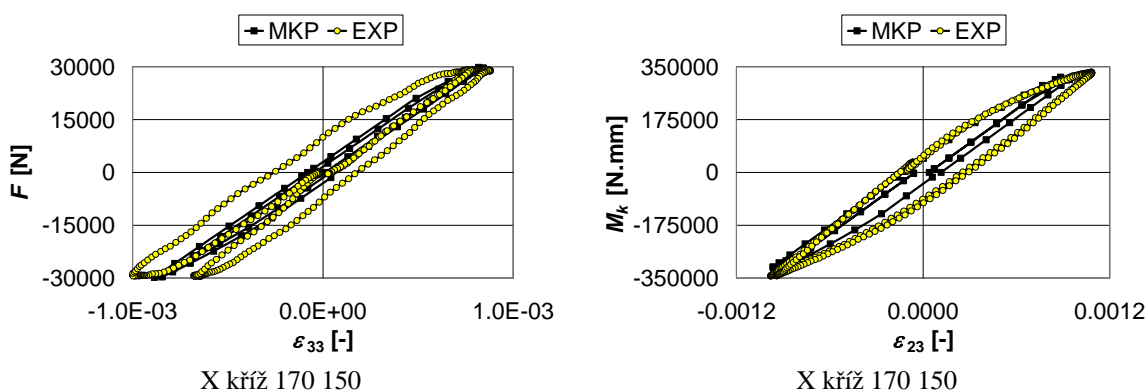
## 5. Vybrané výsledky MKP simulací

Pro získání představy, s jakou přesností dříve zmíněný materiálový model skutečně popisuje chování materiálu vystavenému cyklickému zatěžování, byly dílčí MKP výpočty srovnány s experimenty. V dalším textu jsou uvedeny výsledky pro vybrané zatěžovací cesty a hladiny namáhání. Při experimentálních měřeních často skutečná zátěžná sekvence (cesta) měla jiný tvar než ideální podle obrázku 1. Některé případy odchylek jsou uvedeny v obrázku 8. Čísla pod příslušnými znázorněními znamenají normálového napětí a smykového napětí vztažené na nedeformovaný průřez (smluvní napětí). Zatím se nejmarkantnější rozdíl objevuje právě u zatěžovacích cest tvaru X kříže.

Ověření opodstatnění použití konstitutivního modelu (1) je znázorněno na obrázku 9, kde jsou zobrazeny hysterezní smyčky zatěžovací sekvence typu X kříže o hladinách napětí 170 MPa normálového a 150 MPa smykového smluvního napětí. Shodu experimentu a MKP řešení lze takto dobře hodnotit již ve fázi MKP simulace, ještě před provedením vlastní únavové analýzy. Silové účinky jsou oproti napětí jednoznačně vypovídající v MKP řešení i v experimentu a nedochází u nich k možnému zaměňování skutečných a smluvních hodnot apod. Je použito značení MKP pro výsledky výpočtů a EXP pro experimentální data. Ve znázorněních má  $\varepsilon_{33}$  význam osová deformace a  $\varepsilon_{23}$  představuje poloviční zkos vzhledem k ose vzorku. Z uvedených výsledků je patrné, že přiměřené shody, co se rozkmitu hodnot týče, je dosaženo v případě dílčích výsledků pro tah-tlak i pro krut.



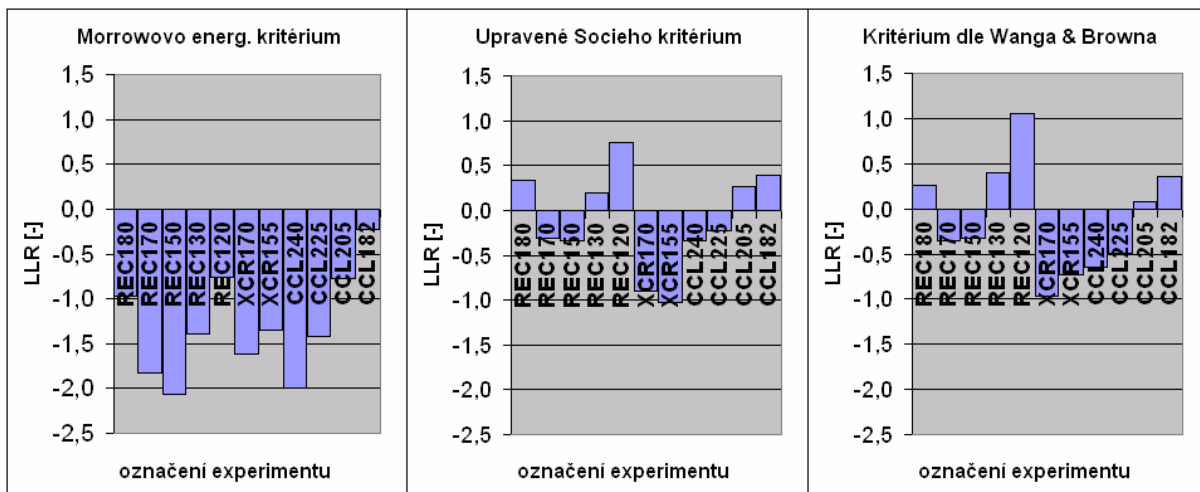
Obrázek 8 Ideální (MKP) a skutečné (experiment) zatěžovací cesty



Obrázek 9 Hysterezní smyčky síla-osová deformace a krouticí moment vs. poloviční zkos – srovnání experimentu a MKP řešení

## 6. Životnosti - PragTic

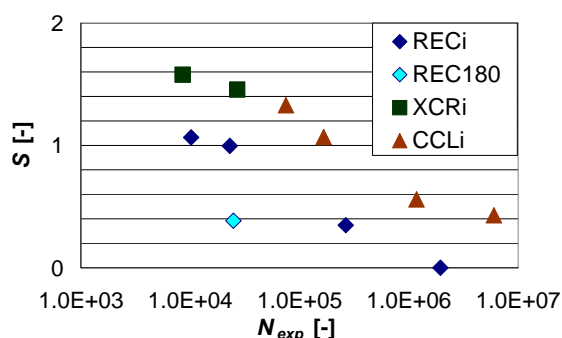
Výsledky uniaxiálních kritérií jsou veskrze velmi nekonzervativní. Jedinou výjimkou je energetické kritérium dle Morrowa, jehož histogram je proto jako jediný z uniaxiálních metod zobrazen na obrázku 10. Histogram sice také vykazuje celkovou nekonzervativnost výpočtu, výsledky jsou však v relativně úzkém pásu. To potvrzuje i porovnání s nejlepší dosaženou predikcí podle obou multiaxiálních kritérií.



Obrázek 10 Výsledky doposud řešených testů. Parametr Wangova & Brownova kritéria je  $S = 0,619$ , Bannantinova & Socieho metoda má koeficienty  $k_1 = 1,1$  a  $k_2 = 3,4$

Bližší pozornost byla věnována kritériu dle Wanga & Browna. Bylo provedeno vyhodnocení, jak velký by pro jednotlivé experimenty musel být parametr  $S$ , aby kritérium vedlo ke stejnému počtu cyklů jako experiment. Výsledek je vyneseno na obrázku 11. Z něj je zřejmý trend parametru  $S$  klesat s vyšší životností. Negativní je však především trend, který naznačuje, že závislost parametru  $S$  na životnosti by měla být pro každou zatěžnou cestu jiná.

Je zajímavé sledovat, že pokud odhlédneme od střední hodnoty  $LLR$  na obrázku 10, je trend poměru výsledků pro všechna tři uvedená kritéria podobný. Na výpočtech je přitom patrný obrovský rozptyl výsledků. Je třeba upozornit, že odchylka rovna jedné v  $LLR$  odpovídá desetinásobku životnosti. Zároveň platí, že u obou multiaxiálních kritérií proběhlo ladění materiálových parametrů a bylo by možno předpokládat, že naladěním bylo dosaženo minima ve výsledných odchylkách životností. Pokud i přesto zůstává predikce takto nedostačující, je zřejmé, že je potřeba dále hledat vhodný výpočetní nástroj.



Obrázek 11 Hodnoty parametru  $S$  Wangova a Brownova kritéria po jeho naladěním pro jednotlivé experimenty

## 7. Závěr

Pro uniaxiální i multiaxiální únavovou analýzu probíhající po složitých zatěžovacích cestách je třeba znát elastoplastickou deformační odezvu materiálu. Na vybraných příkladech se

ukázaly současné možnosti MKP simulací při užití konstitutivního modelu s nelineárním kinematickým zpevněním (pro stav saturované hysterezní smyčky). Obecně MKP výpočty potvrdily, že okamžitá hodnota celkové deformační energie se liší pro různé typy zatěžovacích cest. Přesnost analýz primárně závisí na přesnosti MKP výpočtů, zejména na volbě vhodného konstitutivního modelu. Sofistikovanější konstitutivní modely poskytují samozřejmě lepší představu o chování materiálu vystavenému cyklickému namáhání. Předmětem dalších studií bude zlepšení těchto materiálových vztahů a také studie vlivu konstitutivního modelu na únavovou analýzu.

Pro vybrané případy zatížení byl proveden únavový post-processing s pomocí programu PragTic. Dosavadní použití uniaxiálních metod a dvou multiaxiálních metod (Wang & Brown, Bannantine & Socie) nevedlo k akceptovatelným výsledkům. Rozptyl výsledků zůstává příliš značný. V dalším kroku je plánováno rozšíření souboru výpočtu o ostatní zveřejněné testy a především implementování dalších výpočetních procedur do PragTicu.

## 8. Poděkování

Příspěvek byl podpořen grantovým projektem GA ČR 101/05/199.

## 9. Literatura

- ABAQUS Online Documentation. (2004) Version 6.5. ABAQUS, Inc. <http://man.fsid.cvut.cz:2080/v6.5/>
- Balda, M., Svoboda, J., Václavík, M. (2001) *Únava strojních komponent při víceosém namáhání se synchronizovanými a fázově posunutými fázovými složkami napětí*. Výzkumná zpráva, ÚT AV ČR, Plzeň.
- Hrubý, Z., Růžička, M. (2005) Využití MKP při predikci životnosti pomocí lokálních přístupů, in: *Výpočty konstrukcí metodou konečných prvků 2005* (V. Laš ed), ZČU v Plzni, pp.24-31.
- Khan, A. S., Huang, S. (1995) *Continuum Theory of Plasticity*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Kim, K., Park, J. and Lee, J. (1999). *J. of Engng. Mater. Techn., Transactions of the ASME* 121, s. 286.
- Papuga, J. (2005) *Mapping of Fatigue Damages – Program Shell of FE-Calculation*. PhD Thesis, ČVUT, Praha. <http://www.pragtic.com>
- Růžička, M., Papuga, J., Balda, M., Svoboda, J. (2004) Data Processing Line for Multiaxial Fatigue Computation and its Experimental Verification. In: *Proc. of AED 2004* [CD-ROM]. Orgit, Praha.