

STRAIN GAGE USED FOR STRESS AND STRAIN STATE OF THE TORSION TEST QUANTIFICATION

J. Fuxa*, R. Kubala*, F. Fojtík*

Summary: *An original method for the strain, strain rate and stress intensity of the torsion test has been developed. This method replaces "classical" one - based on the Cauchy's geometrical equations. The method has been based on a considering of a fictive circle - which is thought on the surface of the cylindrical specimen. The circle transforms - due to straining - into fictive ellipse; its major axis and minor axis serves for principal strains and stresses calculation. A strain gage is able to serve for the strain state quantification.*

1. Úvod

Článek pojednává o využití odporové tenzometrie pro vyhodnocení napětově-deformačního stavu při laboratorním kroucení tenkostěnných válcových vzorků. Tyto torzní testy umožňují ze změřených hodnot dopočítávat konstitutivní rovnici testovaného materiálu a slouží dále ke stanovení mezních hodnot při koncipování kritérií pevnosti staticky nebo únavově namáhaných materiálů.

2. Odporový tenzometr

umožňuje určit poměrnou deformaci

$$\varepsilon = \Delta l / l_0, \quad (1)$$

kde l_0 je původní délka a Δl je přírůstek této délky vlivem zatížení. Této vlastnosti můžeme využít pro řešení napětově-deformačních poměrů při zkoušce kroucením. Je-li odporový tenzometr nalepen na povrch dutého tenkostěnného válcového vzorku tak, že jeho osa je rovnoběžná s osou vzorku, pak při zkroucování dochází ke změně délky tenzometru. Je-li kroucený vzorek upevněn v čelistech zkušebního stroje tak, že je zamezeno posunutí ve směru osy vzorku, pak lze pro zkos γ psát:

$$\cos \gamma = l_0 / l = l_0 / (l_0 + l_0 \cdot \varepsilon) = 1 / (1 + \varepsilon), \quad (2)$$

když hodnotu ε můžeme průběžně zaznamenávat. V práci Fuxa (1997) bylo odvozeno, že deformační i napětový stav je pro malé i velké deformace nelineárně závislý na parametru Z :

$$Z = \tan \gamma = \sin \gamma / \cos \gamma = (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2}. \quad (3)$$

* Prof. Ing. Jan Fuxa, CSc., Ing. Rostislav Kubala, CSc., Ing. František Fojtík: Katedra pružnosti a pevnosti, Fakulta strojní VŠB-TU Ostrava; 17. listopadu 15; 708 33 Ostrava - Poruba; tel.: +420.597 324 412, fax: +420.596 916 490; e-mail: jan.fuxa@vsb.cz

Jak je z rovnice (3) zřejmé, můžeme parametr Z vyjádřit ze změřené hodnoty $\cos \gamma$ - viz rovnici (2) - a tím použít připravenou teorii, viz Fuxa (2000), k vyhodnocení zkoušky kroucením.

3. Deformační stav

Z představy deformace kružnice (velmi malého poloměru) myšlené na povrchu krouceného vzorku lze dokázat, že se tato kružnice vlivem zkrucování mění v elipsu, jejíž hlavní i vedlejší poloosa mění své délky i úhel sklonu α vůči ose zkušební vzorku. Z těchto hodnot je možné dopočítávat parametry deformačního stavu. Směry hlavních deformací ε_1 a ε_2 souhlasí se směrem hlavní a vedlejší poloosy fiktivní elipsy.

Úhel sklonu α směru hlavní deformace ε_1 vůči ose zkušební vzorku je pak dán výrazem:

$$\alpha = \arctg ((2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} / 2 + ((2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2) / 2 + 1)^{1/2}), \quad (4)$$

když pro začátek kroucení nabývá hodnotu $\pi/4$ a maximální hodnota je v limitě $\pi/2$.

Velikost hlavní deformace ε_1 dále souvisí s tenzometricky měřenou hodnotou ε - viz rovnici (1) - podle vztahu:

$$\varepsilon_1 = 1/2 \cdot \ln ((2 + (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)/2 + (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} \cdot (4 + 2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} / 2) / (2 + (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)/2 - (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} \cdot (4 + 2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} / 2)), \quad (5)$$

z něhož je dopočítávaná intenzita deformace S_ε :

$$S_\varepsilon = 2 / 3^{1/2} \cdot \ln ((2 + (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)/2 + (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} \cdot (4 + 2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} / 2) / (2 + (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)/2 - (2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} \cdot (4 + 2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} / 2)). \quad (6)$$

4. Fyzikální interpretace deformačních rovnic

Rovnice (4) ukazuje jak se během rozvoje (plastické) deformace mění směr hlavních deformací. Zpočátku je hlavní deformace ε_1 skloněna k ose zkušební vzorku pod úhlem 45° - jak je známo z učebnic pružnosti a pevnosti. S nárůstem plastické deformace se tento úhel zvětšuje, mezní hodnota je 90° .

5. Intenzita deformační rychlosti S_u

je dána derivací výrazu (6) podle času:

$$S_u = 2 \cdot 3^{-1/2} \cdot R \cdot \omega \cdot L^{-1} \cdot (4 + 2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2)^{-1/2}, \quad (7)$$

kde R je poloměr a L je délka aktivní části zkušební vzorku. ω značí úhlovou rychlost rotace upínací čelisti zkušební stroje. Z rovnice (7) je patrné, že deformační rychlost

souvisí s rozvojem plastické deformace a že se mění i při konstantní úrovni úhlové rychlosti ω .

5. Napěťový stav

Napěťový stav je s deformačním stavem svázán fyzikálními rovnicemi. Konstanty těchto rovnic však zpravidla neznáme, určujeme je při vyhodnocení torzního testu ze změřených hodnot. Směry hlavních napětí a odpovídajících hlavních deformací jsou totožné, avšak - jak vyplývá z rovnice (4) - mění se s rozvojem (plastické) deformace.

Napětí σ a τ v rovině příčného řezu krouceného zkušební vzorku lze odvodit z rovnic rovnováhy vnitřních sil ve směru osy vzorku a ve směru kolmém k ose vzorku:

$$\sigma = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha - \sigma_2 \cdot \sin^2 \alpha \quad (8)$$

$$\tau = (\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \quad (9)$$

kde σ_1 a σ_2 jsou hlavní napětí. S přihlédnutím k rovnicím definujícím intenzitu napětí S_σ a intenzitu deformace S_ε :

$$S_\sigma = 1/2^{1/2} \cdot ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)^{1/2} \quad (10)$$

$$S_\varepsilon = 2^{1/2}/3 \cdot ((\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2)^{1/2} \quad (11)$$

lze pro kroucení psát:

$$S_\sigma = 3^{1/2} \cdot \sigma_1 \quad (12)$$

$$S_\varepsilon = 2/3^{1/2} \cdot \varepsilon_1. \quad (13)$$

Pak poměr $S_\varepsilon / S_\sigma = 2/3 \cdot \varepsilon_1 / \sigma_1$, odtud:

$$\sigma_1 = 2/3 \cdot S_\sigma / S_\varepsilon \cdot \varepsilon_1. \quad (14)$$

Tento vztah dále vede k výrazům:

$$\sigma = -S_\sigma / 3^{1/2} \cdot (\varepsilon + \varepsilon^2/2 + (2\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} \cdot (4 + 2\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2}/2) / (2 + \varepsilon + \varepsilon^2/2 + (2\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} \cdot (4 + 2\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2}/2), \quad (15)$$

$$\tau = 2 \cdot S_\sigma / 3^{1/2} \cdot ((2\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2}/2 + (4 + 2\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2}/2) / (2 + \varepsilon + \varepsilon^2/2 + (2\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2} \cdot (4 + 2\varepsilon + \varepsilon^2)^{1/2}/2). \quad (16)$$

6. Fyzikální interpretace rovnic pro výpočet napěťového stavu

Hlavní napětí σ_1 během rozvoje (plastických) deformací mění směr - viz rovnice (4). Druhé hlavní napětí σ_2 má opačné znaménko a jeho směr souhlasí se směrem ε_2 . Třetí hlavní napětí je nulové. Smykové τ a normálové σ napětí lze dopočítávat ze změřených hodnot kroucího momentu M_K a osových sil F_A , při aplikaci rovnic (16) a (15).

7. Měření krouticího momentu a osově síly

a průběžný záznam těchto hodnot umožňuje dopočítávat konstanty fyzikálních rovnic a také vyhodnocovat mezní napětově-deformační stavy při porušení materiálu, což s výhodou využíváme při hledání tvaru pevnostních kritérií.

Z momentové rovnice rovnováhy psané pro měřený (vnější) krouticí moment a moment (vnitřní) - bilancovaný z příspěvků smykových napětí podle rovnice (16) - dopočítáváme průběžné hodnoty smykových napětí.

Ze silové rovnice rovnováhy psané pro měřenou (vnější) sílu a sílu (vnitřní) - bilancovanou z příspěvků normálových napětí podle rovnice (15) - dopočítáváme průběžné hodnoty normálových napětí.

8. Závěr

Byl předložen postup vhodný pro získávání hodnot deformačně-napětových stavů při kroucení s užitím odporových tenzometrů.

Měřené hodnoty ε mohou být získávány buď přímo z tenzometru, který je nalepen na povrchu zkušebního vzorku anebo mohou být využity upravené extenzometry.

Metoda umožňuje vyhodnocovat deformačně-napětové stavy při kroucení zejména dutých, tenkostěnných, válcových vzorků. Předložené vztahy platí jak v oblasti malých (pružně-platických), tak také v oblasti velkých (plastických) deformací.

9. Poděkování

Autoři děkují GA ČR za finanční podporu projektu 101/04/0475, v jehož rámci vznikl také tento příspěvek.

10. Literatura

- Fuxa, J. (1997) Theory of the Torsion Test Evaluatin, in: *Proc. 2nd Congress of Croatian Society of Mechanics, Supetar - Croatia, 18-20 September 1997*, pp.353-359.
- Fuxa, J. (2000) Analytické řešení napětově-deformačního stavu při zkoušce krutem, in: *Proc. 16. konference s mezinárodní účastí Výpočtová mechanika, Nečtiny 30. říjen - 1. listopad 2000* (J. Křen ed), pp.111-118.