
TEMPERATURE CORRECTION FOR A HOT WIRE CONCENTRATION MEASUREMENTS IN A GAS MIXTURE

O. Mazur*, P. Jonáš, V. Uruba

Summary: *The method of simultaneous flow velocity and concentration measurement by means of a constant temperature anemometer with two parallel hot wires probe in a binary gas mixture has been recently described, e.g., Chassaing (1977), Sakai et al (2001), Moryn et al (2004). An especially careful calibration of heat transfer from both wires is necessary as to determine their calibration parameters with sufficient accuracy. Particularly parameters concerning the calibration map of the probe are very sensitive to the flow temperature changes. A new method for correcting the calibration map parameters is briefly described in the paper.*

1. Kalibrační parametry sondy se dvěma žhavenými drátky

Jedním z prostředků pro současné měření rychlosti a koncentrace v proudu směsi dvou plynů známých fyzikálních vlastností je termoanemometr se sondou se dvěma rovnoběžnými žhavenými drátky, které při ofukování leží v rovině kolmé na směr nabíhajícího proudu, tuto měřicí soustavu charakterizují především ochlazovací zákony obou drátků, které se v současné době většinou berou ve tvaru zobecněného Collisova a Williamsova vzorce

$$Nu_i \left(\frac{T_{mi}}{T} \right)^{M_i} = A_i + B_i (Re_i)^{N_i}; \quad (i=1,2), \quad (1)$$

kde Nu_i, Re_i označují po řadě Nusseltovo číslo a Reynoldsovo číslo i -tého žhaveného drátku, T_{mi} značí střední teplotu mezi teplotou směsi T a teplotou i -tého drátku T_{wi} a posléze veličiny A_i, B_i, M_i, N_i jsou kalibrační parametry jednotlivých drátků.

Při konstantních žhavicích teplotách drátků T_{w1} a T_{w2} a při stejné rychlosti proudění U směsi platí pro uvažovaný typ sondy lineární závislost mezi kvadráty výstupních napětí z obou anemometrů při změně koncentrace C aditivního plynu, kterou lze psát ve tvaru

*RNDr. Pavel Jonáš, Dr.Sc., Oton Mazur, prom.fyz., Ing. Václav Uruba, CSc.: Institute of Thermomechanics AS CR, Prague; e-mail: mazur@it.cas.cz

$$E_1^2 = a_0 + a_1 E_2^2, \quad (2)$$

kde koeficienty a_0 a a_1 jsou funkcemi koncentrace C a teploty T . Tento vztah plyne z porovnání rychlostí vypočtených z ochlazovacích zákonů (1) obou drátků, jejichž vzájemná vzdálenost se pohybuje v desetinách milimetru když je splněna podmínka $N_1 = N_2 \equiv N$. Pro koeficienty a_0 a a_1 plynou pak z tohoto postupu vyjádření

$$a_0 = \frac{1}{K_1} \left(\frac{T}{T_{m1}} \right)^{M_1} (T_{w1} - T) \lambda_{m1} \left[A_1 - A_2 \frac{B_1}{B_2} \left(\frac{d_1 T_{m2} \mu_{m2}}{d_2 T_{m1} \mu_{m1}} \right)^N \right], \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{K_2}{K_1} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^N \frac{B_1}{B_2} \left(\frac{T}{T_{m1}} \right)^{M_1} \left(\frac{T_{m2}}{T} \right)^{M_2} \frac{T_{w1} - T}{T_{w2} - T} \frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}} \left(\frac{T_{m2}}{T_{m1}} \frac{\mu_{m2}}{\mu_{m1}} \right)^N, \quad (4)$$

v nichž d_i značí průměr i-tého drátku, μ_{mi} a λ_{mi} součinitelé dynamické viskozity a tepelné vodivosti směsi při teplotě T_{mi} a konstanty K_i jsou definovány vztahy

$$K_i = \frac{R_{wi}}{\pi \ell_i (R_{Ai} + R_{wi})^2}, \quad (i=1,2), \quad (5)$$

kde ℓ_i je délka a R_{wi} horký odpor i-tého drátku a R_{Ai} značí součet fixních odporů zapojených v sérii s drátkem v jedné větvi měrného můstku anemometru.

Kalibrace několika sond tohoto typu ukázala (Moryn aj. 2003), že součinitelé a_0, a_1 ve vzorci (2) lze s vyhovující přesností aproximovat lineárními závislostmi na koncentraci C ve tvaru

$$a_k = a_{k0} + a_{k1} C \quad (k=0,1), \quad (6)$$

z čehož vyplývá, že pro součinitelé a_{kj} v tomto vztahu by mělo platit

$$a_{k0}(T) = a_k(C = 0, T); \quad a_{k1}(T) = \left(\frac{\partial a_k}{\partial C} \right)_{C=0} \quad (k=0,1). \quad (7)$$

Součinitelé a_0, a_1 , které jsou zpravidla určovány regresní analýzou podle rovnice (2) příslušných řad dvojic kvadrátů výstupních napětí anemometrů (E_1^2, E_2^2) změřených během kalibrace daného drátku a také součinitelé a_{kj} , které jsou z nich odvozené rovněž regresní

analýzou podle rovnice (6), budeme dále označovat hvězdičkou, abychom je odlišili od stejných veličin spočtených podle rovnic (3), (4) a (7).

Tyto dvě skupiny součinitelů se mohou poněkud lišit vzhledem ke zcela rozdílné metodice zpracování stejných kalibračních dat, ale lze předpokládat, že trendy změn stejných součinitelů s teplotou směsi T budou podobné.

Na základě toho můžeme předpokládat, že když kalibrace sondy byla provedena v proudu směsi o teplotě T_K a měření ve směsi s neznámou koncentrací probíhá při teplotě $T \neq T_K$, pak hodnoty součinitelů kalibrační mapy zjištěné z kalibračních dat sondy mohou být přepočteny na hodnoty platné pro teplotu T podle jednoduchých vztahů

$$a_k^*(T) = a_k^*(T_K) \frac{a_k(T)}{a_k(T_K)}; \quad a_{kl}^*(T) = a_{kl}^*(T_K) \frac{a_{kl}(T)}{a_{kl}(T_K)} \quad (k,l=0,1). \quad (8)$$

Abychom dospěli ke konkrétnímu vyjádření součinitelů a_{ij} , provedeme-li s rovnicemi (3) a (4) operace naznačené v rovnicích (7), dostaneme následující konkrétní vyjádření pro součinitele kalibrační mapy sondy a_{kl} jakožto funkce teploty směsi T :

$$a_{00}(T) = \frac{1}{K_1} \left(\frac{T}{T_{m1}} \right)^{M_1} (T_{w1} - T) \lambda_A(T_{m1}) \left[A_{10} - A_{20} \frac{B_{10}}{B_{20}} \left(\frac{d_1}{d_2} \frac{T_{m2}}{T_{m1}} \frac{\mu_A(T_{m2})}{\mu_A(T_{m1})} \right)^N \right], \quad (9)$$

$$a_{10}(T) = \frac{K_2}{K_1} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^N \frac{B_{10}}{B_{20}} \left(\frac{T}{T_{m1}} \right)^{M_1} \left(\frac{T_{m2}}{T} \right)^{M_2} \frac{T_{w1} - T}{T_{w2} - T} \frac{\lambda_A(T_{m1})}{\lambda_A(T_{m2})} \left[\frac{T_{m2}}{T_{m1}} \frac{\mu_A(T_{m2})}{\mu_A(T_{m1})} \right]^N, \quad (10)$$

$$a_{01}(T) = a_{00}(T) \left[\frac{1}{\delta(T_{m1})} \frac{\lambda_C(T_{m1})}{\lambda_A(T_{m1})} - \gamma(T_{m1}) \right] + \frac{1}{K_1} \left(\frac{T}{T_{m1}} \right)^{M_1} (T_{w1} - T) \lambda_A(T_{m1}) *$$

$$* \left\{ A_{11} - A_{20} \frac{B_{10}}{B_{20}} \left(\frac{d_1}{d_2} \frac{T_{m2}}{T_{m1}} \frac{\mu_A(T_{m2})}{\mu_A(T_{m1})} \right)^N \left[\frac{A_{21}}{A_{20}} + \frac{B_{11}}{B_{10}} - \frac{B_{21}}{B_{20}} + N \langle \alpha(T_{m1}) - \alpha(T_{m2}) \rangle + \right. \right. \\ \left. \left. + N \left\langle \frac{1}{\beta(T_{m2})} \frac{\mu_C(T_{m2})}{\mu_A(T_{m2})} - \frac{1}{\beta(T_{m1})} \frac{\mu_C(T_{m1})}{\mu_A(T_{m1})} \right\rangle \right] \right\}$$

(11)

$$a_{11}(T) = a_{10}(T) \left[\frac{B_{11}}{B_{10}} - \frac{B_{21}}{B_{20}} + \frac{1}{\delta(T_{m1})} \frac{\lambda_C(T_{m1})}{\lambda_A(T_{m1})} - \frac{1}{\delta(T_{m2})} \frac{\lambda_C(T_{m2})}{\lambda_A(T_{m2})} + \gamma(T_{m2}) - \gamma(T_{m1}) + \right. \\ \left. + N \left(\frac{1}{\beta(T_{m2})} \frac{\mu_C(T_{m2})}{\mu_A(T_{m2})} - \frac{1}{\beta(T_{m1})} \frac{\mu_C(T_{m1})}{\mu_A(T_{m1})} + \alpha(T_{m1}) - \alpha(T_{m2}) \right) \right]. \quad (12)$$

V těchto rovnicích je řada nových veličin a označení, které vyjmenujeme v tomto pořadí:

A_{ij}, B_{ij} jsou koeficienty polynomů třetího stupně koncentraci, kterými aproximujeme závislosti kalibračních parametrů A_i, B_i na koncentraci C ,

λ_A, λ_C značí součinitele tepelné vodivosti pro vzduch (index A) a pro CO₂ (index C),

μ_A, μ_C značí součinitele dynamické viskozity opět pro vzduch a CO₂,

Veličiny $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ vystupují ve vyjádřeních parciálních derivací

$$\left(\frac{\partial \lambda}{\partial C} \right)_{C=0} = \frac{\lambda_C}{\delta} - \gamma \lambda_A, \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial C} \right)_{C=0} = \frac{\mu_C}{\beta} - \alpha \mu_A, \quad (14)$$

kde pro součinitel dynamické viskozity směsi plynů použili vyjádření uvedené v práci Wilke (1950, a pro součinitel tepelné vodivosti stejné směsi bylo aplikováno vyjádření z práce Mason & Saxena (1958) ve specifikacích pro binární směs, které jsou uvedeny v práci Moryň aj. (2004).

Pro směs vzduchu a CO₂, v níž byla modelová sonda se dvěma rovnoběžnými drátky kalibrována, byla použita tato vyjádření závislosti výše vedených veličin na teplotě

$$\mu_A = K_{\mu A} T^{n_{\mu A}} = 2,561 * (T)^{0,75} * 10^{-7} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}, \quad (15)$$

$$\mu_C = K_{\mu C} T^{n_{\mu C}} = 0,8131 * (T)^{0,9157} * 10^{-7} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}, \quad (16)$$

$$\lambda_A = 1,83 * (T_m)^{0,87} * 10^{-4} \text{ JK}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}; \quad \kappa_A = 1,4034, \quad (17)$$

$$\lambda_C = 0,06295 * (T_m)^{1,38} * 10^{-4} \text{ JK}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}; \quad \kappa_C = 1,302, \quad (18)$$

$$\alpha = 0,1373 * \left[1 + 1,9703 * (T)^{-0,0828} \right]^2; \quad \beta = 0,1114 * \left[1 + 0,5076 * (T)^{0,0828} \right]^2, \quad (19)$$

$$\gamma = 0,2924 * \left[1 + 5,3615 * (T_m)^{-0,255} \right]^2; \quad \delta = 0,2372 * \left[1 + 0,1865 * (T_m)^{0,255} \right]^2. \quad (20)$$

Byla kalibrována sonda se dvěma rovnoběžnými drátky, z nichž jeden byl ze slitiny platiny (90%) a rhodia (10%) a měl průměr $d_1 = 1 \cdot 10^{-5}$ m a druhý byl z wolframu a měl průměr $d_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ m. Délky obou drátů byly shodně $\ell_1 = \ell_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ m. Z kalibrace této sondy, která byla provedena při teplotě směsi $T_K = 300$ K vyplynuly tyto hodnoty jejích kalibračních parametrů, které byly použity ve vzorcích (3),(4), a (9) až (12):

$A_{10}=0,3911$; $A_{11}=0,3892$; $B_{10}=0,4461$; $B_{11}=1,1978$; $M_1=0,082$, pro drátek č.1 (Pt/Rh),
 $A_{20}=0,3682$; $A_{21}=0,3423$; $B_{20}=0,3758$; $B_{21}=0,9298$; $M_2=0,273$, pro drátek č.2(W),
 $N=0,5(N_1+N_2)=0,477$ – (střední hodnota z velmi blízkých čísel).

Na následujícím Obr. 1 jsou uvedeny průběhy závislosti korekčních faktorů $a_{kl}(T)/a_{kl}(T_K)$, které se vyskytují v přepočtových rovnicích (8).

2.Poděkování

Tato práce byla vykonána v rámci projektu GAČR č.: 101/03/0018.

3.Literatura

Chassaing P. (1977) *Heat transfer from cylindrical anemometer probes in CO₂-air mixtures*. Physics of Fluids, vol.20, nr 8, pp. 1260-1262.

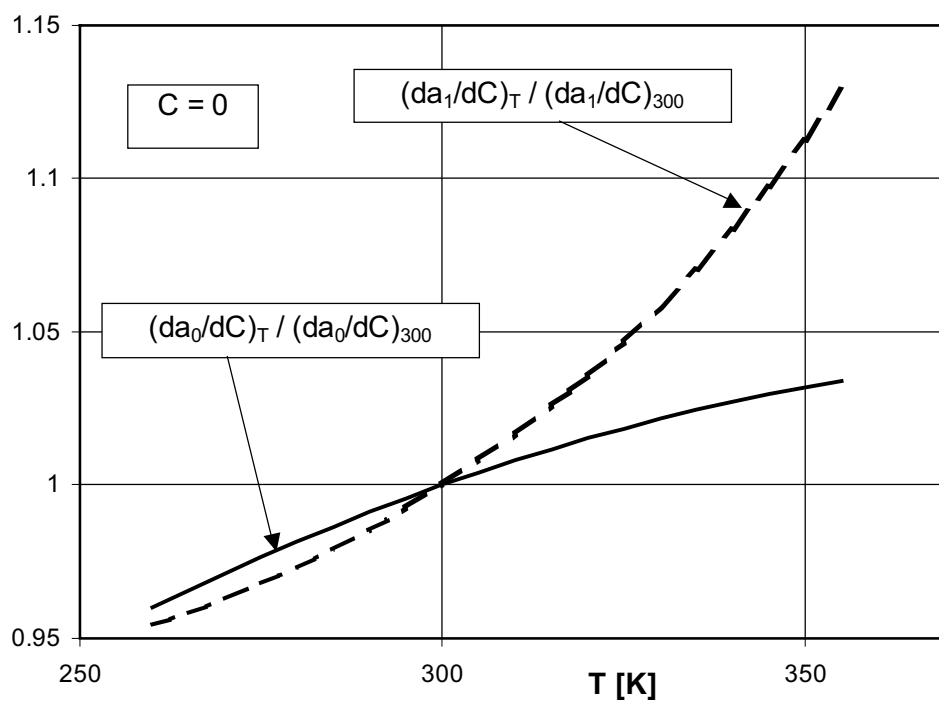
Moryń-Kucharczyk, E., Jonáš, P., Mazur, O. & Uruba, V. (2004) *Application of hot-wire anemometry in a wind tunnel modelling of gaseous pollutants spreading*. In: Proc. Engineering Mechanics 2004 (I. Zolotarev and A. Poživilová eds.), Svratka, Czech Rep., May 10-13, 2004 (ISBN 80-85918-88-9), pp.191-192, (full text in Czech on CD).

] Mason E.A & Saxena S.C.(1958) *Approximate Formula for the Thermal Conductivity of Gas Mixtures*. The Physics of Fluids, 1, 5, 1958, .pp. 361-369.

Wilke C. R.(1950) *A viscosity equation for gas mixtures*. J.Chem.Physics, 18 ,4 (1950), pp. 517-519.

Sakai Y., Watanabe T., Kamohara S. & Kushida T., Nakamura I. (2001) *Simultaneous measurements of concentration and velocity in a CO₂ jet issuing into a grid turbulence by two-sensor hot-wire probe*. Int. J. of Heat and Fluid Flow, 22, pp.227-236.

Obr. 1 Ilustrace průběhu závislostí korekčních faktorů podle rovnice (8).



Obr. 1