



INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

NUMERICAL ANALYSIS OF A REACTOR VESSEL: TRANSPORT PROCESSES

T. Krejčí*, J. Kruis*, T. Koudelka*, Z. Bittnar*

Summary: *This paper deals with a computer simulation of coupled heat and moisture transfer in a reactor vessel which affected shrinkage and creep of the structure. The mathematical model consists of balance equations of mass and energy, and of the appropriate constitutive equations. The chosen macroscopic field variables are temperature, water vapour content, gas pressure. The discretization of governing equation using finite element method leads to the system of non-linear and non-symmetric system of equations.*

1 Úvod

Současný výzkum zejména v oblasti betonu a betonových konstrukcí ukazuje, že správné určení rozložení teplotního a vlhkostního pole je nezbytné pro reálné stanovení fyzikálních vlastností materiálu. Ukazuje se, že vlhkost obsažená v pórech přímo ovlivňuje pevnost, tepelnou vodivost, rychlost hydratace nebo stárnutí betonu. Numerická analýza vysychání anebo nasákání betonových konstrukcí je důležitá pro odvození konstitutivních vztahů popisujících dotvarování a smršťování.

Stále větší potřeba analyzovat stavební konstrukce ze širšího hlediska ukazuje na nutnost zkoumat procesy přenosu vlhkosti a tepla současně. Například náhlý vzrůst pórového tlaku a ztráta vlhkosti způsobené zahřátím betonu je významná událost pro předpověď odezvy kontejnmentu jaderné elektrárny během hypotetické havárie nebo pro stanovení spolehlivosti této konstrukce.

Právě počítačové simulaci chování ochranné obálky reaktoru po celou dobu života ovlivněné provozem reaktoru je věnována tato práce. Je zde prezentován typ konstrukce použitý ve Velké Británii, protože výsledky byly získány v rámci evropského projektu. Jedná se o reaktorovou nádobu z předpjatého betonu o tloušťce stěny 5m s mnoha technologickými otvory. Příspěvek je zaměřen především na sdružené vedení tepla a vlhkosti konstrukcí po dobu třiceti let od dokončení výstavby.

*Ing. Tomáš Krejčí, Ph.D, Ing. Jaroslav Kruis, Ph.D, Ing. Tomáš Koudelka, Prof. Ing. Zdeněk Bittnar, DrSc.:
ČVUT v Praze, Stavební fakulta, Katedra stavební mechaniky, Tháškova 7, Praha 6, 166 29; tel.: 224 354 309,
fax.:224 310 775; e-mail: krejci@cml.fsv.cvut.cz

2 Sdružený transport tepla a vlhkosti

Pro analýzu přenosu tepla a vlhkosti v reaktorové nádobě byl použit materiálový model prezentovaný v díle Tenchev & kol. [2] rozšířený o efekt kapilárního tlaku a fyzikálně vázané vody v práci Davie & kol. [1]. Tento model velmi dobře vystihuje chování betonu vystaveného vysokým teplotám. Rovnice a vztahy vyskytující se v teorii můžeme tradičně rozdělit do tří skupin. Na rovnice bilanční, transportní a rovnice konstitutivní.

Bilanční rovnice jsou sestaveny pro vodu

$$\frac{\partial(\varepsilon_L \rho_L)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_L - \dot{E}_L + \frac{\partial(\varepsilon_D \rho_L)}{\partial t}, \quad (1)$$

pro vodní páru

$$\frac{\partial(\varepsilon_G \tilde{\rho}_V)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_V - \dot{E}_L, \quad (2)$$

a pro suchý vzduch

$$\frac{\partial(\varepsilon_G \tilde{\rho}_A)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_A, \quad (3)$$

kde ε_i je objemový podíl fáze i , ρ_i je hustota fáze i , $\tilde{\rho}_i$ je hmotnost fáze i na jednotku objemu plynné fáze, $\mathbf{J}_i$ označuje tok fáze i , $\dot{E}_i$ je míra odpařené vody, t je čas a index $i = L, V, A, D$ označuje vodu, vodní páru, suchý vzduch a dehydratovanou vodu.

Rovnici rovnováhy pro energii systému můžeme zapsat následovně

$$(\rho C) \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (-k \nabla T) - (\rho C \mathbf{v}) - \lambda_E \dot{E}_L - \lambda_D \frac{\partial(\varepsilon_D \rho_L)}{\partial t}, \quad (4)$$

kde ρC je tepelná kapacita betonu, k je tepelná vodivost betonu, $\rho C \mathbf{v}$ je část energie přenášená konvekcí, λ_E je specifické teplo výparné, λ_D je specifické teplo dehydratace a konečně T je absolutní teplota.

Transportní rovnice

Toky suchého vzduchu, vody a vodní páry vyjádřené pro neznámé gradienty tlaku (P_G) a koncentrace vodní páry ($\tilde{\rho}_V$) vyjadřují Darcyho a Fickův zákon rozšířený o difuzi vázané vody

$$J_A = -\varepsilon_G \tilde{\rho}_G \frac{K K_G}{\mu_G} \nabla P_G - \varepsilon_G \tilde{\rho}_G D_{AV} \nabla \left(\frac{\tilde{\rho}_A}{\tilde{\rho}_G} \right) \quad (5)$$

$$J_V = -\varepsilon_G \tilde{\rho}_V \frac{K K_G}{\mu_G} \nabla P - \varepsilon_G \tilde{\rho}_G D_{VA} \nabla \left(\frac{\tilde{\rho}_V}{\tilde{\rho}_G} \right) \quad (6)$$

$$J_L = -\left(1 - \frac{S_B}{S}\right) \varepsilon_L \rho_L \frac{K K_L}{\mu_L} \nabla P_L - \left(\frac{S_B}{S}\right) \varepsilon_L \rho_L D_B \nabla S_B, \quad (7)$$

kde D_{AV} a D_{VA} jsou koeficienty difuze suchého vzduchu ve vodní páře a naopak vodní páry v suchém vzduchu v pórech betonu, K je přirozená (vnitřní) permeabilita suchého betonu, K_L a K_G jsou relativní permeability plynu a vody, μ_L a μ_G jsou jejich dynamické viskozity a P_L a P_G jsou jejich kapilární tlaky. S a S_B značí stupeň nasycení volnou vodou a vodou vázanou, D_B

je koeficient difuze pro vodu vázanou. Pro doplnění poznamenejme, že přenos tepla popisuje známý Fourierův zákon.

Konstitutivní vztahy

Předpokládejme, že se suchý vzduch a vodní pára chovají jako ideální plyn. Toto chování popisuje Daltonův zákon. Platí:

$$P_G = P_A + P_V = \left(\frac{\tilde{\rho}_A}{M_A} + \frac{\tilde{\rho}_V}{M_L} \right) T R = \frac{\tilde{\rho}_G}{M_G} T R, \quad (8)$$

$$\tilde{\rho}_G = \tilde{\rho}_A + \tilde{\rho}_V, \quad (9)$$

kde M_A , M_L , M_G jsou molární hmotnosti a R je univerzální plynová konstanta. Dále platí:

$$P_L = P_G - P_C, \quad (10)$$

kde P_C je kapilární tlak v pórech betonu.

Vztah mezi kapilárním tlakem a relativní vlhkostí popisuje Kelvin-Laplaceův zákon

$$RH = \frac{P_V}{P_{\text{sat}}} = \exp\left(-\frac{P_C M_L}{\rho_L R T}\right). \quad (11)$$

Objemový podíl vody v betonu (ε_L) je získán ze sorpční izotermu definované prof. Bažantem, která je obecně funkcí relativní vlhkosti a teploty.

Diskretizace řídicích rovnic

Na bilanční rovnice a na příslušné okrajové podmínky aplikujeme Galerkinovu metodu. Pro potřeby metody konečných prvků (MKP) upravíme výsledné integrály pomocí Gaussovy věty a dostáváme soustavu nelineárních diferenciálních rovnic pro sdružený problém vedení tepla a vlhkosti v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{VV} & \mathbf{K}_{VP} & \mathbf{K}_{VT} \\ \mathbf{K}_{PV} & \mathbf{K}_{PP} & \mathbf{K}_{PT} \\ \mathbf{K}_{TV} & \mathbf{K}_{TP} & \mathbf{K}_{TT} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_V \\ \mathbf{r}_P \\ \mathbf{r}_T \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{VV} & \mathbf{C}_{VP} & \mathbf{C}_{VT} \\ \mathbf{C}_{PV} & \mathbf{C}_{PP} & \mathbf{C}_{PT} \\ \mathbf{C}_{TV} & \mathbf{C}_{TP} & \mathbf{C}_{TT} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{r}}_V \\ \dot{\mathbf{r}}_P \\ \dot{\mathbf{r}}_T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_V \\ \mathbf{F}_P \\ \mathbf{F}_T \end{Bmatrix}. \quad (12)$$

Pro jednoduchost můžeme rovnici (12) přepsat do následující podoby:

$$\mathbf{K} + \mathbf{C} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \bar{\mathbf{q}}, \quad (13)$$

kde $\mathbf{K}$ je zobecněná nesymetrická matice vodivosti a $\mathbf{C}$ je zobecněná matice kapacity. Podrobný popis jednotlivých členů matice $\mathbf{K}$ a $\mathbf{C}$ a okrajových podmínek je možné nalézt v [1] a [2].

Pro časovou diskretizaci uvažujeme časový interval $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ a předpokládejme, že známe řešení $\mathbf{r}_{i-1}$ v čase t_{i-1} . Na zmíněném intervalu použijeme lineární aproximaci pro vektor $\mathbf{r}$

$$\mathbf{r}(t) = \tau \mathbf{r}_i + (1 - \tau) \mathbf{r}_{i-1}, \quad (14)$$

kde $\tau = (t - t_{i-1})/\Delta t$. Obdobným způsobem aproximujeme vektor $\bar{\mathbf{q}}$. Dále vypočteme derivaci

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i-1}), \quad (15)$$

kterou uplatníme společně s aproximací (14) v rovnici (13):

$$\left[\mathbf{K}\tau + \frac{\mathbf{C}}{\Delta t} \right] \mathbf{r}_i = \bar{\mathbf{q}}_{i-1}(1 - \tau) + \bar{\mathbf{q}}_i\tau + \left[\frac{\mathbf{C}}{\Delta t} - \mathbf{K}(1 - \tau) \right] \mathbf{r}_{i-1}. \quad (16)$$

Veličiny na pravé straně rovnice jsou známé. S ohledem na stabilitu řešení vybíráme τ z intervalu $1/2 \leq \tau \leq 1$. Nejčastěji se doporučuje hodnota $\tau = 1/2$ (schéma Cranck - Nicolsonové).

3 Dotvarování a smršťování betonu vlivem změny teploty a vlhkosti

Pro popis dotvarování a smršťování betonu vlivem změny teploty a vlhkosti byl použit známý a osvědčený materiálový model prezentovaný v dílech prof. Bažanta & kol. ([6] a [7]). Relativní vlhkost h a teplota T ovlivňují dotvarování a smršťování dvěma způsoby (viz [6]). Přímou, změnou koeficientu viskozity v konstitutivním modelu, a nepřímou, ovlivněním rychlosti hydratace (stárnutí) betonu. Funkce dotvarování a relaxace J a R uvažujeme ve vhodném tvaru degenerovaných jader příslušných integrálních rovnic (Dirichletových - Pronyho řad)

$$J(t, \tau) = \sum_{\mu=1}^M \frac{1}{C_{\mu}(\tau)} \{1 - \exp [y_{\mu}(\tau) - y_{\mu}(t)]\}, \quad (17)$$

$$R(t, \tau) = \sum_{\mu=1}^M E_{\mu}(\tau) \exp [y_{\mu}(\tau) - y_{\mu}(t)]. \quad (18)$$

Jednoosá analýza dotvarování vychází z relaxační funkce popisující Maxwelův reologický řetězec (viz [4]).

$$\sigma = \sum_{\mu=1}^M \sigma_{\mu}, \quad (19)$$

$$\dot{\sigma}_{\mu} + \dot{y}_{\mu}\sigma_{\mu} = E_{\mu}(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_0), \quad (20)$$

$$\dot{y}_{\mu}(t) = E_{\mu}(t)/\eta_{\mu}(t). \quad (21)$$

Zmiňované přímé ovlivnění míry dotvarování teplotou T a vlhkostí h může být v řetězci popsáno následujícím vztahem ([7])

$$\frac{1}{\eta_{\mu}(t_e)} = \frac{\phi_T \phi_h}{\tau_{\mu} E_{\mu}(t_e)}, \quad \mu = 1, 2, \dots, M. \quad (22)$$

Efekt teploty vychází z konceptu aktivační energie

$$\phi_T = \exp \left[\frac{u_c}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right], \quad u_c/R \doteq 5000\text{K}, \quad (23)$$

kde u_c je aktivační energie dotvarování. Efekt vlhkosti vyjadřuje empirický vztah

$$\phi_h = \alpha_h + (1 - \alpha_h)h^2, \quad \alpha_h \approx 0.1 \div 0.5. \quad (24)$$

Celkové smrštění uvažujeme jako součet tří složek: “drying shrinkage” (smrštění od vysychání a nasákání), ε_s , autogenní smrštění, ε_s^a , (objemové změny během chemických procesů v průběhu hydratace), a karbonatační smrštění, ε_s^c , (způsobené reakcí hydroxidu vápenatého cementové pasty se vzdušným oxidem uhličitým). Jak autogenní, tak karbonatační smrštění jsou malá ($\varepsilon_s^a \leq 0.05 \max \varepsilon_s$) a mohou být zanedbána. Navíc oxid uhličitý proniká do hloubky pouze 1mm od povrchu. Přetvoření ε_0 ovlivněné změnou teploty a vlhkosti se tedy skládá ze dvou částí:

- vliv vysychání a nasákání

$$\dot{\varepsilon}_s = k\dot{h} \quad (25)$$

- vliv teploty

$$\dot{\varepsilon}_T = \alpha\dot{T}, \quad (26)$$

kde

$$k = \varepsilon_s^0 \psi(\mathbf{m} + r\sigma \text{sign}(\dot{H})), \quad \alpha = \alpha^0(\mathbf{m} + \rho\sigma \text{sign}(\dot{H})), \quad (27)$$

$(-\varepsilon_s^0) = 0.0002 \div 0.001$ a α^0 jsou empirické konstanty, $(-\psi) = E(t_0)/E(t_e)3h^2$ pro $0.4 \leq h \leq 0.99$, kde $\dot{H} = \dot{h} + c\dot{T}$ (c je nezáporná konstanta). Empirické koeficienty r a ρ nabývají obvykle hodnot $r = (0.1 \div 0.6)/f'_t$ (MPa^{-1}), $\rho = (1 \div 2)/f'_t$ (MPa^{-1}), kde f'_t je pevnost v tahu.

4 Výsledky počítačové analýzy

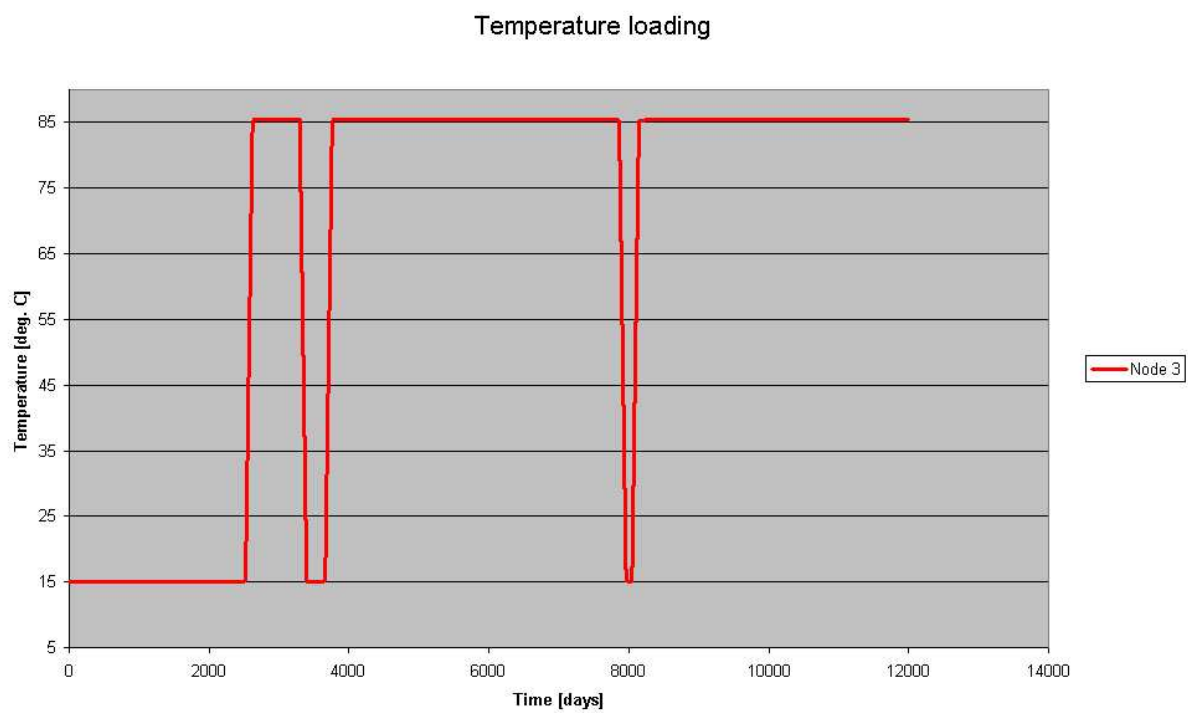
Reaktorová nádoba z předpjatého betonu byla modelována osově souměrným modelem. Mechanická část byla modelována čtyřúhelníkovými prvky s kvadratickými báзовými funkcemi zatímco část pro transportní procesy byla modelována čtyřúhelníkovými prvky s lineárními báзовými funkcemi.

Hlavní zatížení představovalo nerovnoměrné kolísání teploty na vnitřním povrchu konstrukce, mechanické zatížení bylo pak složeno z několika zatěžovacích stavů. Sdružené úlohy vedou obecně na velké množství neznámých, proto bylo nutné úlohu zparalelizovat. O mechanickém zatížení, paralelizaci úlohy a numerické náročnosti pojednává navazující příspěvek Kruis & kol. [8].

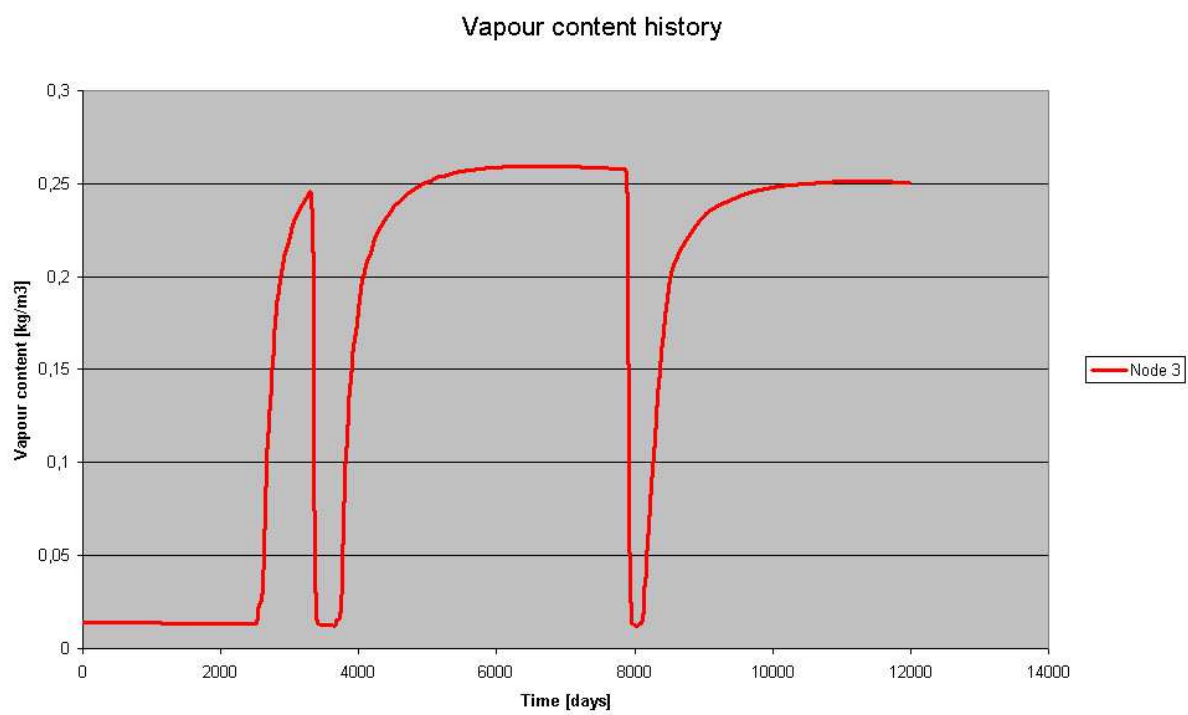
Na obrázcích 1 až 3 je znázorněno kolísání teploty na vnitřním povrchu “víka” reaktorové nádoby a jím vyvolané změny koncentrace vodní páry a kapilárního tlaku plynu. Obrázek 4 ukazuje profil teploty v čase 6000 dnů.

5 Závěr

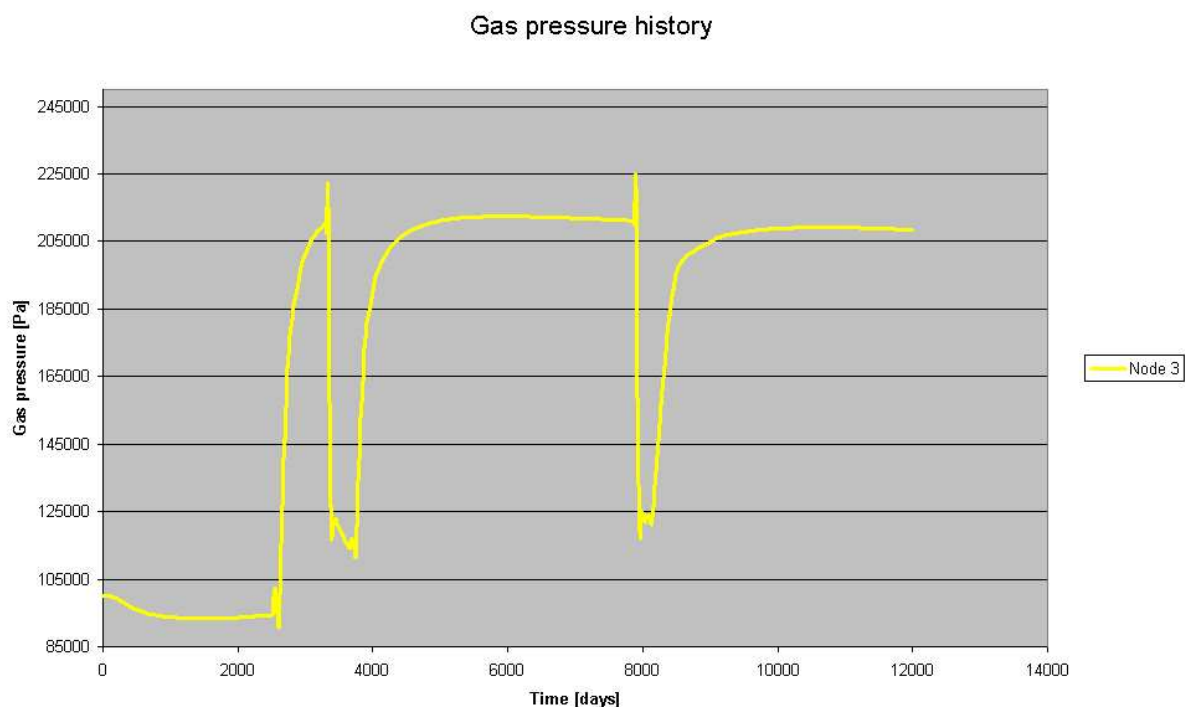
Pro posouzení životnosti stavebních konstrukcí dosluhujících jaderných elektráren byl vypracován počítačový program, který je založen na sdružené termo-hydro-mechanické analýze. Pro popis vedení tepla a vlhkosti byl použit rozšířený Tenchevův model a pro popis dotvarování model Bažantův. Vzhledem ke značné časové i paměťové náročnosti byla použita paralelizace



Obr. 1: Vývoj teploty v čase



Obr. 2: Vývoj vlhkosti v čase



Obr. 3: Vývoj tlaku čase

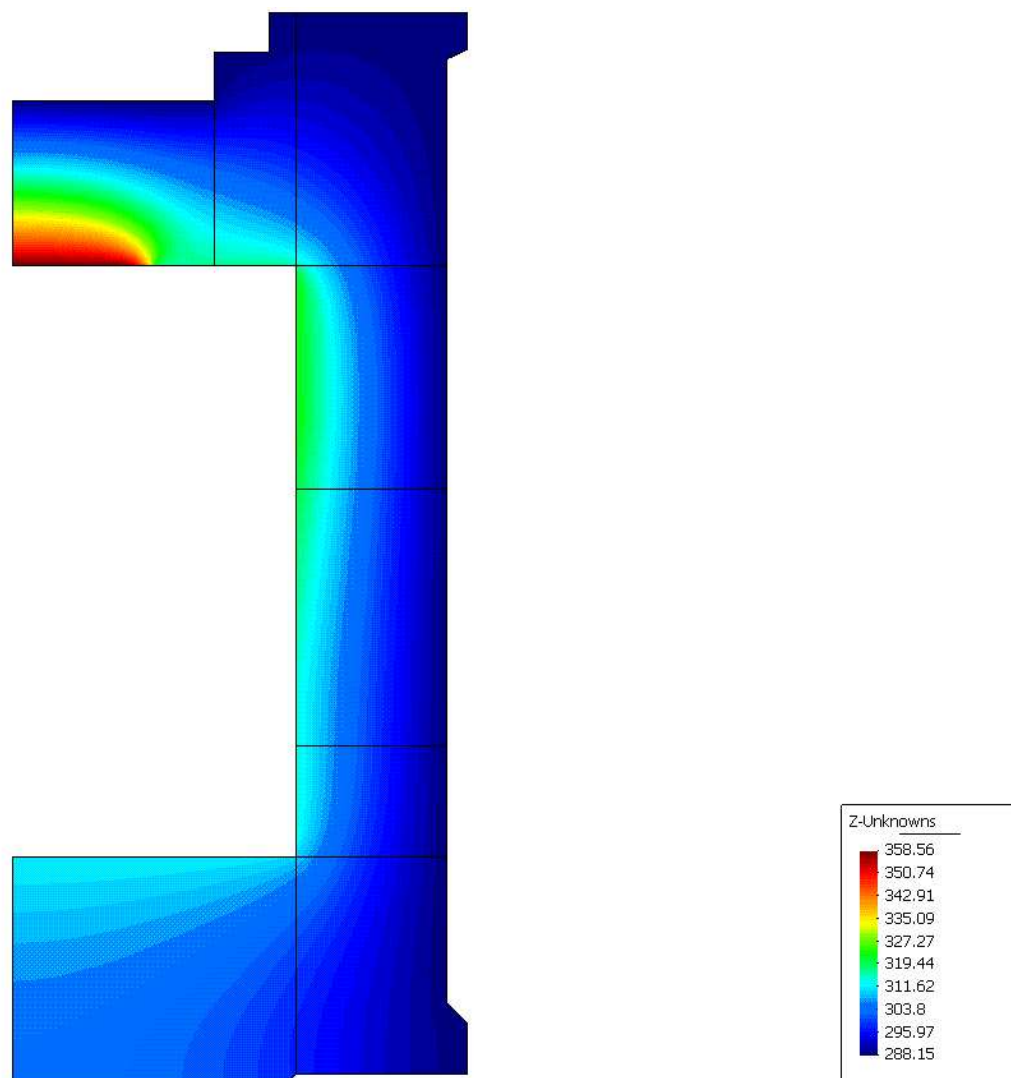
programu. Paralelní verzí počítačového programu bylo modelováno období provozu přes 30 let skutečné reaktorové nádoby.

Poděkování

Tato práce byla financována z projektu GAČR no. 103/03/D145 a zprojektu EU “MAECENAS”.

Literatura

- [1] Colin T. Davie, Chris J. Pearce and Nenad Bicanic (2004) Coupled Heat and Moisture Transport in Concrete at Elevated Temperatures - Effect of capillary Pressure and Adsorbed Water, Department of Civil Engineering, University of Glasgow, printed only for MAECENAS EU project.
- [2] R. T. Tenchev, L. Y. Li, & J. A. Purkiss (2001) Finite Element Analysis of Coupled Heat and Moisture Transfer in Concrete Subjected to Fire, *Numerical Heat Transfer, Part A*, **39**, pp. 685 - 710.
- [3] R.W. Lewis and B. A. Schrefler (1998) “*The finite element method in static and dynamic deformation and consolidation of porous media*”, John Wiley & Sons, Chichester-Toronto, (492).



Obr. 4: Rozložení teploty v čase 6000 dnů.

- [4] T. Krejčí, T. Nový, L. Sehnoutek and J. Šejnoha (2001) Structure - Subsoil Interaction in view of Transport Processes in Porous Media. CTU Reports, **1(5)**.
- [5] X. Wang, D. Gawin, B. A. Schrefler (1996) “*A parallel algorithm for thermo-hydro-mechanical analysis of deforming porous media*”, Computational Mechanics **19**, pp. 94 - 104, Springer-Verlag.
- [6] (1988) Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete. John Wiley & Sons, Edited by Zdeněk P. Bažant, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore.
- [7] Z. P. Bazant and Chern (1985) Concrete creep at variable humidity: constitutive law and mechanism. Materials and Structures (RILEM, Paris), **18**, pp. 1 - 20.
- [8] J. Kruis, T. Koudelka, T. Krejčí, Z. Bittnar (2005) Numerical Analysis of Reactor Vessel: Parallel Implementation, in: *Inženýrská mechanika 2005*.