INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005

NÁRODNÍ KONFERENCE

s mezinárodní účastí

Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005

THE KINEMATIC ANALYSIS OF GRINDING OF WORKPIECES WITH NON-CIRCULAR CROSS SECTION SHAPE

A. Bubák*

Summary: *This paper contains the analysis of a grinding machnine's feed drives focused on investigation of kinematic conditions required to grinding of workpieces with non-circular cross section shape.*

1. Úvod

Mezi nejnáročnější úlohy servořízení patří broušení nekruhových profilů. Profily (např. vačky, K-profily apod.) jsou obvykle broušeny zapichovacím způsobem, kdy se obrobek upnutý v unášecím vřeteníku otáčí a brousicí kotouč sleduje střídavým pohybem dopředu a vzad nekruhový profil obrobku. Na dodržení požadované tvarové přesnosti pohybu, jejíž tolerance se pohybuje v jednotkách mikronů, má vliv celá řada faktorů spojujících znalosti mnoha vědních oborů. Obtížnost dodržení předepsané tvarové přesnosti se pochopitelně odvíjí zejména od požadavků na produktivitu stroje, které vyplývají z nároků sériové výroby v automobilovém či leteckém průmyslu. K hlavním faktorům omezujícím technologické podmínky broušení patří v prvé řadě vlastnosti pohonů pohybových os a jejich regulace. V následujícím textu je popsán příklad výpočtové analýzy pohonů brousícího stroje zaměřené na vyšetření mezních kinematických podmínek broušení K-profilů.

2. Kinematika pohybových os

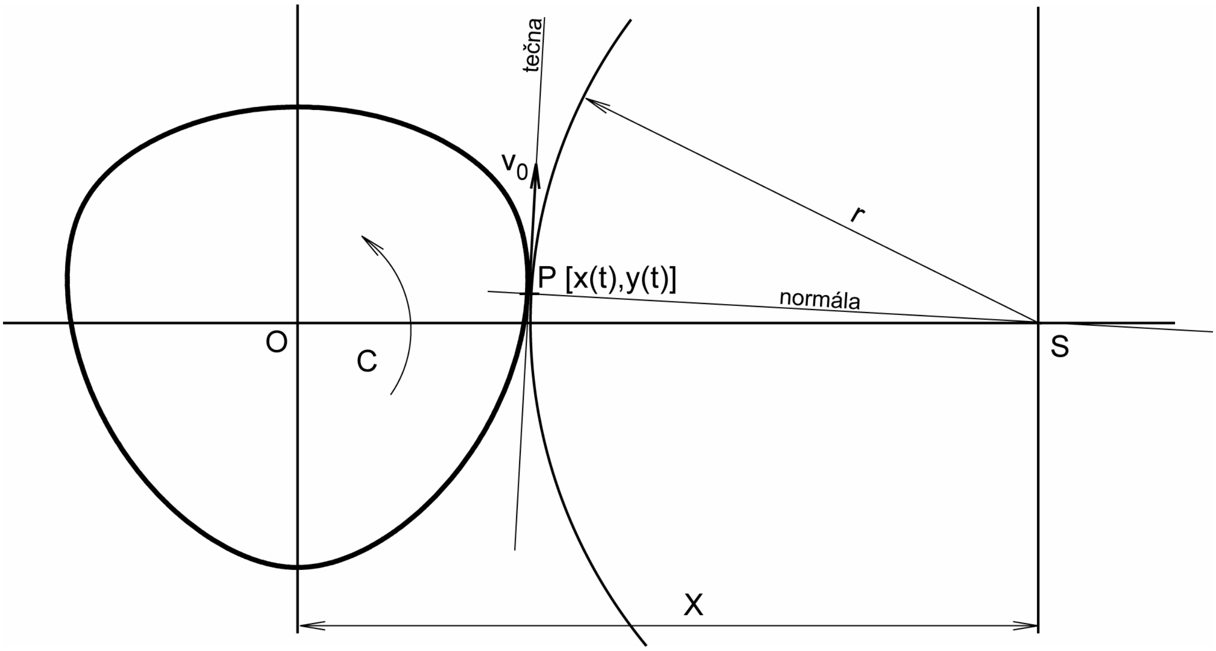
Rovnice K-profilu mají v kartézských souřadnicích tvar

$$x(t) = \left(\frac{D}{2} - E\cos(tN)\right)\cos t - NE\sin(tN)\sin t$$

$$y(t) = \left(\frac{D}{2} - E\cos(tN)\right)\sin t + NE\sin(tN)\cos t \tag{1}$$

kde t je parametr z intervalu $<0,2\pi>$, D je střední průměr K-profilu, N specifikuje počet hran (3,4) a E je excentricita; $E=D/32$ pro $N=3$ a $E=D/60$ pro $N=4$. Kartézské souřadnice definují tvar profilu, není z nich však zřejmý pohyb pohybových os stroje. Tvar K-profilu vzniká součinností rotačního pohybu unášecího vřeteníku – **osa C** (v něm je upnut obrobek) a posuvného pohybu brousícího vřeteníku – **osa X** (na něm se pohybuje brusný kotouč). Kinematickou představu dává obr. 1.

* Ing. Antonín Bubák: Výzkumné centrum pro strojírenskou výrobní techniku a technologii, fakulta strojní, ČVUT v Praze; Horská 3; 128 00 Praha 2; e-mail: a.bubak@volny.cz



Obr.1 Kinematika broušení nekruhových profilů

Při broušení bývá obvyklým požadavkem zachování konstantní posuvové rychlosti v_0 bodu dotyku P brusného kotouče a obrobku. Jeho splnění zaručuje dodržení předepsaných technologických podmínek po celém obvodu profilu, což má příznivý vliv na kvalitu povrchu obrobku[†]. Tento úkol zajišťuje řídící systém stroje. Ten je schopen jednak numericky přepočítat kartézské souřadnice profilu (1) na pohyb os X a C (na základě znalosti poloměru brusného kotouče) a dále zajistit konstantní posuvovou rychlost bodu dotyku. Pro další úvahy je však nutné vyjádřit tyto vztahy analyticky.

Vektor posuvové rychlosti leží na společné tečně obrobku a kotouče (viz obr. 1). Souřadnice vektoru rychlosti se získají časovou derivací kartézských souřadnic profilu (1)

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dx}{dt}\frac{dt}{d\tau} = -\dot{t}\left[\left(\frac{D}{2} - E\cos(tN)\right)\sin t + N^2 E\cos(tN)\sin t\right]$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \frac{dy}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \dot{t}\left[\left(\frac{D}{2} - E\cos(tN)\right)\cos t + N^2 E\cos(tN)\cos t\right] \tag{2}$$

Velikost vektoru posuvové rychlosti $\vec{v}_0 = \left(\frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}\right)$ musí být konstantní.

$$|\vec{v}_0| = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2} = \dot{t}\left(\frac{D}{2} + E(N^2 - 1)\cos(tN)\right) = konst = v_0 \tag{3}$$

Rovnice (3) představuje diferenciální rovnici, jejíž neznámou je časová závislost parametru t.

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{v_0}{\frac{D}{2} + E(N^2 - 1)\cos(tN)} \tag{4}$$

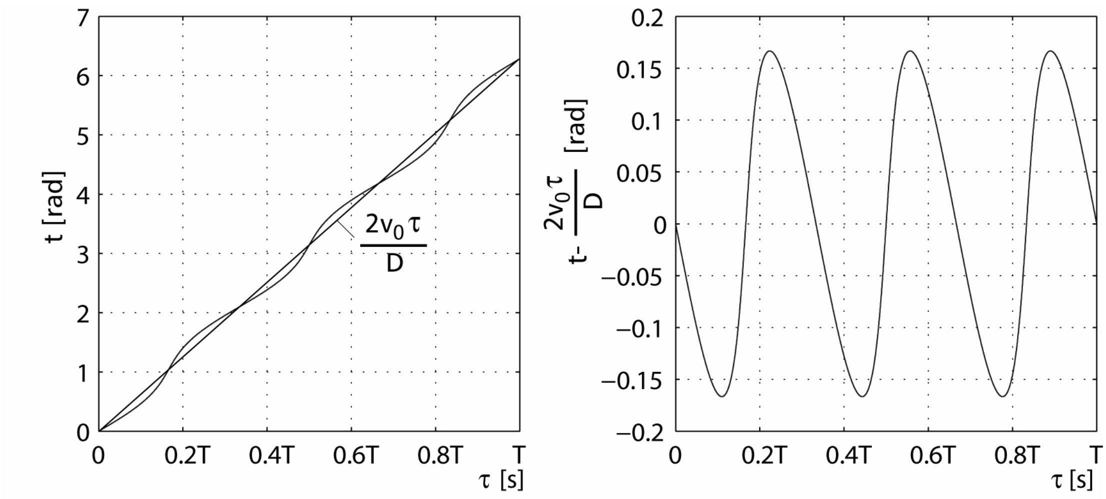
---

† Nutnost dodržení tohoto požadavku je podle některých výrobců brousících strojů diskutabilní.

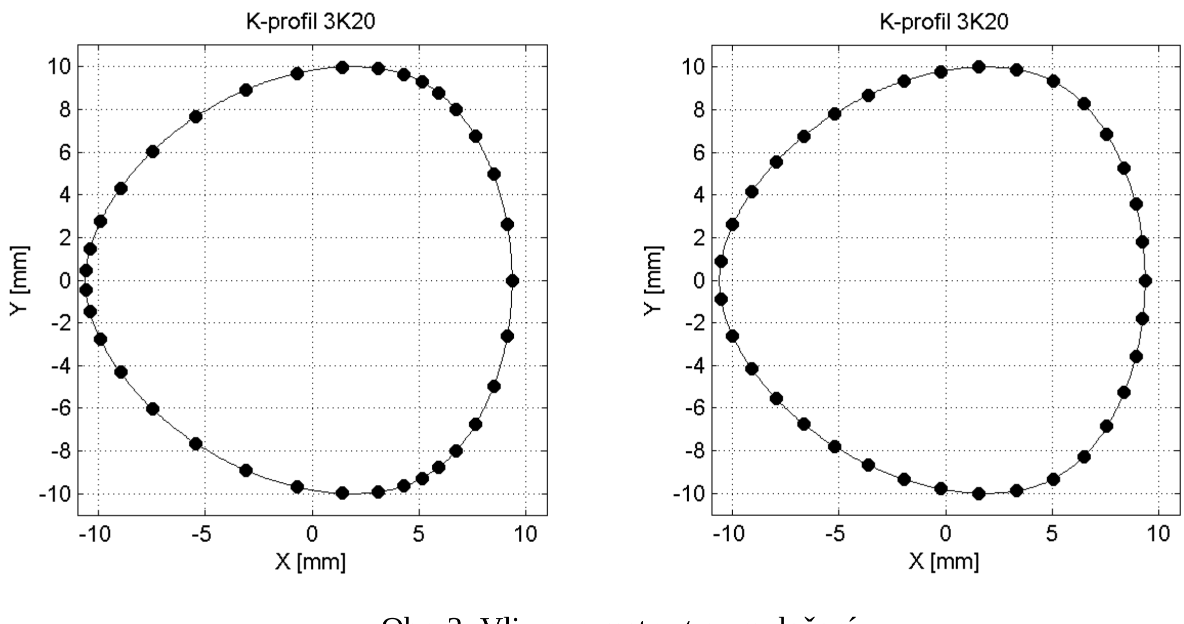
Po integraci a úpravě vychází transcendentní rovnice

$$t = \frac{2v_0\tau}{D} - \frac{2E(N^2-1)}{DN}\sin(tN) \tag{5}$$

Hledanou časovou závislost $t=t(\tau)$ lze nalézt numericky. Její průběh pro 3-hranný K-profil je znázorněna na obr. 2 vlevo. Intuitivně lze odhadnout, že nalezená funkce je superpozicí lineárního průběhu a kmitavé složky, přičemž lineární průběh funkce $t(\tau)$ je dán střední úhlovou rychlostí otáčení $\omega = \frac{2v_0}{D}$.



Obr.2: Časová závislost parametru *t*



Obr. 3: Vliv parametru *t* na rozložení

Vliv vypočtené časové závislosti demonstruje srovnání na obr. 3. V levém grafu jsou vypočtené body na obvodu profilu dle rov. (1), když parametr *t* vzrůstá přímo úměrně s časem. Délky oblouků mezi jednotlivými body vypočtenými se stejnými časovými diferencemi jsou zřejmě proměnné. Rychlost v_0 proto nemůže být konstantní. V pravém grafu jsou body vypočtené pro získanou nelineární časovou závislost parametru *t*. Délky oblouků příslušející stejným časovým diferencím jsou v tomto případě shodné.

Nalezená časová závislost $t=t(\tau)$ má ještě tu vlastnost, že přímo odpovídá **interpolační funkci pohybu v ose C**. Pro konstantní hodnoty parametrů *N, E* je nezávislá na středním průměru *D* K-profilu.

Interpolační funkce osy X je časově proměnná vzdálenost středu *S* brusného kotouče od počátku *O* souřadného systému. Pro polohu bodu S s využitím vztahů analytické geometrie platí:

$$S = P + \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} r \ , \tag{6}$$

kde *P* je dle obr. 1 bod dotyku brusného kotouče s obrobkem, $\vec{n}$ je vektor normály kolmé k tečně definované vektorem posuvové rychlosti $\vec{v}_0$ a *r* je poloměr brusného kotouče. Pro vektor normály platí:

$$\vec{n} = \left(\frac{dy}{d\tau}, -\frac{dx}{d\tau} \right), \qquad |\vec{n}| = |\vec{v}_0| = v_0 \tag{7}$$

Souřadnice bodu S tedy jsou

$$S = [x_S(\tau), y_S(\tau)] = [x(\tau), y(\tau)] + \frac{r}{v_0}\left(\frac{dy}{d\tau}, -\frac{dx}{d\tau} \right) \tag{8}$$

Pro interpolační funkci osy X tedy platí $X(\tau) = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$ a po úpravě:

$$X(\tau) = \sqrt{\left(r + \frac{D}{2} - E\cos(tN) \right)^2 + (NE\sin(tN))^2} \tag{9}$$

3. Výpočet maximálních středních otáček motoru

Požadavky na časový průběh kroutícího momentu motoru v jednotlivých osách jsou dány výrazy:

$$M_{kX}(\tau) = J_{Xred} \cdot \frac{d^2X}{d\tau^2} \cdot \frac{2\pi}{h} \qquad \text{resp.} \qquad M_{kC}(\tau) = J_{Cred} \cdot \frac{d^2C}{d\tau^2} \cdot p \tag{10}$$

S ohledem na vlastnosti motoru dané osy je nutno kontrolovat dvě podmínky:

1. nepřekročení maximální (špičkové) hodnoty kroutícího momentu;
2. nepřekročení maximální trvalé (efektivní) hodnoty kroutícího momentu.

Každé z obou podmínek pochopitelně přísluší obecně jiná limitní hodnota středních otáček obrobku. Její nalezení je optimalizační úloha.

Poznámka: Efektivní hodnota kroutícího momentu příslušná jedné periodě pracovního cyklu se stanoví ze vztahu:

$$M_{kRMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T M_k^2(\tau)d\tau} \ , \text{kde} \quad T = \frac{D\pi}{v_0} \tag{11}$$

Do výpočtu je nutné dále zahrnout kontrolu trvanlivosti kuličkového šroubu pohonu osy X (pokud je takto realizován). Podle katalogu výrobce se časová trvanlivost šroubu stanoví na základě vztahů:

$$L_h = \left(\frac{C_a}{f_w F_{ma}}\right)^3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{n_m .60}, \quad \text{[hod]} \tag{12}$$

kde f_W je součinitel provozního zatížení, C_a je dynamická axiální únosnost *[N]*, pro hodnoty n_m a F_{ma} platí

$$n_m = \sum_{j=1}^{n} \frac{q_j}{100} n_j \ , \quad F_{ma} = \sqrt[3]{\sum_{j=1}^{n} F_{aj}^3 \frac{n_j}{n_m} \cdot \frac{q_j}{100}} \tag{13}$$

Výrazy (13) předpokládají po částech konstantní průběh otáček n_j a příslušné axiální síly F_{aj}. Obtížně je lze tedy použít k výpočtu úlohy, kde se otáčky i zatížení šroubu spojitě mění, jako je tomu v tomto případě. Proto je nutné oba výrazy přeformulovat do integrálního tvaru

$$n_m = \frac{1}{T}\int_0^T |n(\tau)| d\tau , \qquad F_{ma} = \sqrt[3]{\frac{1}{Tn_m}\int_0^T \left|F_a^3(\tau)\right| \cdot |n(\tau)| d\tau} , \tag{14}$$

kde $n(\tau) = \frac{30}{\pi}\frac{dX}{d\tau}\frac{2\pi}{h} = \frac{dX}{d\tau}\frac{60}{h}, \qquad F_a(\tau) = J_{xred}\left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 \frac{d^2X}{d\tau^2} + F_{tření}$ (15)

Při výpočtu trvanlivosti se předpokládá kontinuální broušení jednoho analyzovaného profilu. Nalezení maximální hodnoty otáček, při kterých je vypočtená trvanlivost šroubu právě rovna minimální přípustné hodnotě je opět optimalizační úloha.

Výsledkem momentové kontroly motorů v obou osách a kontroly životnosti šroubu v ose X je pět limitních hodnot otáček:

1. Maximální střední otáčky obrobku, při kterých nedochází k překročení maximálního momentu motoru v ose X
2. Maximální střední otáčky obrobku, při kterých nedochází k překročení maximálního momentu motoru v ose C
3. Maximální střední otáčky obrobku, při kterých nedochází k překročení maximálního trvalého momentu motoru v ose X
4. Maximální střední otáčky obrobku, při kterých nedochází k překročení maximálního trvalého momentu motoru v ose C
5. Maximální střední otáčky obrobku zajišťující minimální hodnotu životnosti kuličkového šroubu pohonu osy X

Mezní hodnota středních otáček obrobku pak odpovídá jejich minimu.

4. Závěr

Závěrem je třeba zdůraznit, že vypočtená hodnota středních otáček obrobku vyplývající z popsaného kinematického rozboru nezaručuje dodržení požadované přesnosti broušení. Ta souvisí s dynamickými vlastnostmi polohové regulace a tuhosti obou os a v neposlední řadě také způsobem NC programování žádané dráhy.