



ENGINEERING MECHANICS 2004

NATIONAL CONFERENCE

with international participation

Svratka, Czech Republic, 10 - 13 May 2004

STATISTICAL AND SENSITIVITY ANALYSIS OF DETERMINATION OF SEA COUPLING LOSS FACTORS USING A DUAL MODAL FORMULATION

P. Švancara

Summary: *Statistical Energy Analysis (SEA) is suitable method for analysis of sound and vibration in high-frequency range, but to build a reliable SEA model is necessary correctly determine individual SEA parameters. Especially for subsystems with complex geometry and material may be desirable to use experimental or numerical methods to identify their parameters. In this paper dual modal formulation and Final Element Method (FEM) modal information are used for evaluation of coupling loss factor (CLF). It allows CLF to be determined only from the knowledge of modes of the uncoupled systems. Methodology is illustrated on examples of two connected beams and plates and compared with analytical travelling wave solution. Furthermore are presented statistical and sensitivity analysis of this approach based on Monte Carlo method.*

1. Úvod

Při výpočtovém modelování vibroakustických systémů ve vysokofrekvenční oblasti charakterizované vysokou modální hustotou, se jako účinné ukázalo použití statistické energetické analýzy (SEA). Při použití této metody je třeba do výpočtového modelu zadat parametry jednotlivých subsystémů a vazeb mezi nimi. Jsou to faktory ztrát vazeb (FZV), faktory tlumení (FT) a modální hustoty. Především pro tvarově a materiálově komplikovanější subsystémy a vazby nevystačíme pouze s analytickými vztahy a je třeba tyto parametry stanovit pomocí numerických metod nebo s využitím experimentu.

V příspěvku je analyzován postup při stanovení faktorů ztrát vazeb (FZV) u modelů SEA pomocí tzv. duální modální formulace a modální analýzy užitím metody konečných prvků (MKP). Tento postup umožňuje stanovit FZV pouze na základě provedení modální analýzy rozpojených subsystémů. Postup je ilustrován na příkladech spojení dvou tyčí a dvou desek a srovnán s analytickým řešením. Dále je v příspěvku prezentována statistická a citlivostní analýza tohoto postupu založená na metodě Monte Carlo.

2. Duální modální formulace (DMF)

Rozdělíme-li dva mechanické subsystémy spojené pevně na S_{spoj} , viz obr. 1a), na dva samostatné subsystémy, viz obr. 1b) a pro subsystém 1 předepíšeme na S^1_{spoj} posuvy $\bar{W}_i^c$ a pro subsystém 2 na S^2_{spoj} síly $\bar{F}_i^c$, je dynamika subsystému 1 v souřadném systému

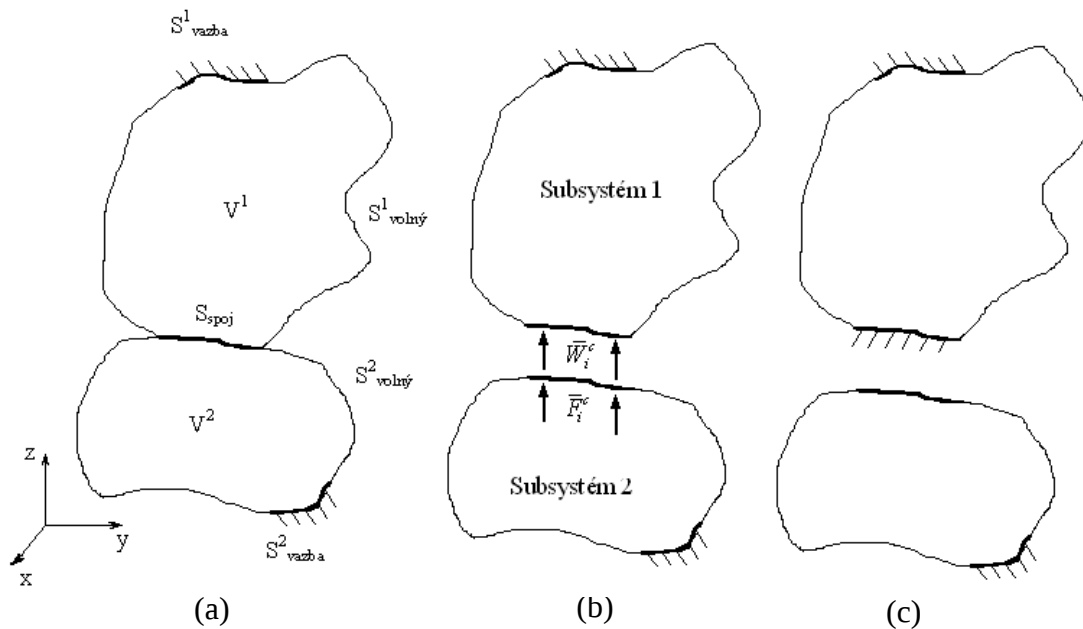
• Ing. Pavel Švancara: Centrum mechatroniky, společné prac. ÚT AV ČR a ÚMTMB FSI VUT Brno, Technická 2, 616 69 Brno, tel.: 0608 624648, e-mail: pavel.svancara@email.cz

x_i , ($i=1,2,3$) popsána následujícími vztahy (Maxit & Guyader 2001a):

Ø Pohybová rovnice

$$\rho_1 \frac{\partial^2 W_i^1}{\partial t^2} = s_{ij,j}^1 \quad \text{pro } V^1 \quad (1)$$

kde ρ_1 je hustota subsystému, W_i^1 je posuv v i -tém směru a $s_{ij,j}^1$ je tenzor napětí



Obr. 1 a) Dva spojené mechanické subsystémy b) Myšlené rozdělení subsystémů c) Okrajové podmínky rozdělených subsystémů pro modální analýzu

Ø Konstitutivní rovnice (pro Hookovský materiál)

$$e_{ij}^1 = \frac{1}{2} (W_{i,j}^1 + W_{j,i}^1) = S_{ijkl}^1 s_{kl}^1 \quad \text{pro } V^1 \quad (2)$$

kde e_{ij}^1 je tenzor přetvoření a S_{ijkl}^1 je tenzor materiálových parametrů

Ø Okrajové podmínky

$$\begin{aligned} s_{ij}^1 n_j^1 &= 0 & \text{na } S_{\text{volny}}^1 \\ W_i^1 &= 0 & \text{na } S_{\text{vazba}}^1 \\ W_i^1 &= \bar{W}_i^c & \text{na } S_{\text{spoj}}^1 \end{aligned} \quad (3)$$

kde n_j^1 je normála k vnějšímu povrchu subsystému

Analogické vztahy platí pro subsystem 2. Řešení vztahů (1-3) můžeme nahradit hledáním takových W_i^1 a s_{ij}^1 , které minimalizují Reissnerův funkcionál Ψ_R^1 (Maxit & Guyader 2001a)

$$\Psi_R^1(W_i^1, s_{ij}^1) = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \int_{V^1} \left[\frac{1}{2} r_1 \left(\frac{\partial^2 W_i^1}{\partial t^2} \right) + s_{ij,j}^1 W_i^1 + \frac{1}{2} s_{ij}^1 S_{ijkl}^1 s_{kl}^1 \right] dV - \int_{S_{spoj}^1} \bar{W}_i^c s_{ij}^1 n_j^1 dS \right\} dt \quad (4)$$

Obdobně pro subsystem 2 hledáme W_i^2 a s_{ij}^2 , které minimalizují Reissnerův funkcionál Ψ_R^2 . Vyjádříme-li hledané posuvy a napětí ve formě modální superpozice

$$\begin{aligned} W_i^1(M, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n^1(t) \mathcal{W}_i^{1n}(M), & s_{ij}^1(M, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} b_m^1(t) \mathcal{S}_{ij}^{1m}(M) \\ W_i^2(M, t) &= \sum_{r=1}^{\infty} a_r^1(t) \mathcal{W}_i^{2r}(M), & s_{ij}^2(M, t) &= \sum_{s=1}^{\infty} b_s^2(t) \mathcal{S}_{ij}^{2s}(M) \end{aligned} \quad (5)$$

kde $a_n^1, a_r^1, b_m^1, b_s^2$ jsou modální amplitudy, $\mathcal{W}_i^{1n}, \mathcal{W}_i^{2r}$ vlastní tvary kmitů pro posuvy a $\mathcal{S}_{ij}^{1m}, \mathcal{S}_{ij}^{2s}$ jsou vlastní tvary kmitů pro napětí. Mody subsystemů musí voleny tak, aby stanovení modálních amplitud a tvarů kmitů pro napětí subsystemu 1 umožňovalo stanovení silového buzení subsystemu 2 a stanovení modálních amplitud a tvarů kmitů pro posuvy subsystemu 2 umožňovalo stanovení buzení posuvy subsystemu 1. Tomu odpovídá předepsání okrajové podmínky vetknutí na S_{spoj} pro subsystem 1 a volného okraje na S_{spoj} pro subsystem 2, viz obr. 1c).

Dosadíme-li vztah (5) do variačního principu (4) a použijeme-li substituci $b_p(t) = \mathfrak{b}_p(t)$, dostaneme po úpravách vztah pro odezvu dynamického systému na vnější buzení vyjádřený na základě modálních amplitud rozpojených subsystemů. Pro mod p subsystemu 1 a mod q subsystemu 2 má tento vztah tvar

$$\begin{aligned} &\mathfrak{b}_p^1(t) + \Delta_p^1 \mathfrak{b}_p^1(t) + (w_p^1)^2 c_p^1(t) - \\ &- \sqrt{\frac{M_q^2}{M_p^1 (w_p^1)^2}} \left[\frac{1}{\sqrt{(w_p^1)^2 M_p^1 M_q^1}} \int_{S_{spoj}} \mathcal{W}_i^{2q} s_{ij}^{1p} n_j^1 dS \right] \mathfrak{b}_q^2(t) = \frac{L_{1pq}}{M_p^1 (w_p^1)^2}, \quad \forall p \in [1, \mathbf{K}, N_1] \\ &\mathfrak{b}_q^2(t) + \Delta_q^2 \mathfrak{b}_q^2(t) + (w_q^2)^2 a_q^2(t) - \\ &- \sqrt{\frac{M_p^1 (w_p^1)^2}{M_q^2}} \left[\frac{1}{\sqrt{(w_p^1)^2 M_p^1 M_q^1}} \int_{S_{spoj}} \mathcal{W}_i^{2q} s_{ij}^{1p} n_j^1 dS \right] \mathfrak{b}_p^1(t) = \frac{L_{2pq}}{M_q^2}, \quad \forall q \in [1, \mathbf{K}, N_2] \end{aligned} \quad (6)$$

kde je g_{pq}^{12} vazbový součinitel mezi mody p a q

$$g_{pq}^{12} = \frac{1}{\sqrt{(w_p^1)^2 M_p^1 M_q^1}} \int_{S_{\text{spoj}}} \mathbb{W}_i^{2q} s_{ij}^{1p} n_j^1 dS \quad (7)$$

Integrál ve vztahu (7) představuje fyzikálně modální práci mezi „blokováným“ p modem subsystému 1 a „volným“ q modem subsystému 2.

$$W_{pq}^{12} = \int_{S_{\text{spoj}}} \mathbb{W}_i^{2q} s_{ij}^{1p} n_j^1 dS \quad (8)$$

3. Tok výkonu mezi dvěma spojenými subsystémy

Vzájemná interakce mezi dvěma mechanickými subsystémy může být popsána pomocí vzájemné interakce mezi dvěma množinami rezonančních modů těchto subsystémů v uvažovaném frekvenčním pásmu, viz obr. 2. Každý mod jednoho subsystému je spojen pomocí gyroskopických členů se všemi mody druhého subsystému a nemá žádnou přímou vazbu s ostatními mody uvnitř stejného subsystému. Za použití duální modální formulace, viz kapitola 2., je vazba modu p subsystému 1 s modem q subsystému 2 definována rovnicemi

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_p^1(t) + \Delta_p^1 \mathbb{A}_p^1(t) + (w_p^1)^2 c_p^1(t) - \sqrt{\frac{M_q^2}{M_p^1 (w_p^1)^2}} g_{pq}^{12} \mathbb{A}_q^2(t) &= \frac{L_{1pq}}{M_p^1 (w_p^1)^2} \\ \mathbb{A}_q^2(t) + \Delta_q^2 \mathbb{A}_q^2(t) + (w_q^2)^2 a_q^2(t) - \sqrt{\frac{M_p^1 (w_p^1)^2}{M_q^2}} g_{pq}^{12} \mathbb{A}_p^1(t) &= \frac{L_{2pq}}{M_q^2} \end{aligned} \quad (9)$$

kde $c_p^1, \Delta_p^1, M_p^1, w_p^1$ a $c_q^2, \Delta_q^2, M_q^2, w_q^2$ jsou popořadě modální amplitudy, modální šířky pásma polovičního výkonu (tlumení), zobecněné hmotnosti a vlastní frekvence modu p subsystému 1 a modu q subsystému 2. Členy L_{1pq} a L_{2pq} obsahují zobecněné síly a síly od interakce s ostatními mody. g_{pq}^{12} je modální gyroskopický vazbový součinitel mezi mody p a q .

Za předpokladu, že budící síly mají konstantní výkonovou spektrální hustotu (bílý šum), jsou stacionární a vzájemně nekorelované, je časově průměrovaný tok výkonu z modu p do modu q úměrný rozdílu časově průměrovaných modálních energií těchto modů (Lyon & DeJong 1995)

$$\Pi_{pq}^{12} = b_{pq}^{12} (E_p^1 - E_q^2) \quad (10)$$

kde E_p^1 a E_q^2 jsou modální energie modů p a q a b_{pq}^{12} je mezimodální vazbový součinitel daný výrazem

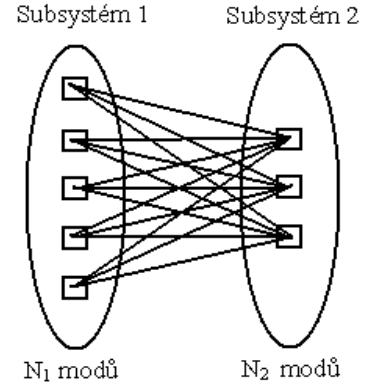
$$b_{pq}^{12} = \frac{(g_{pq}^{12})^2 (\Delta_p^1 (w_q^2)^2 + \Delta_q^2 (w_p^1)^2)}{\left((w_p^1)^2 - (w_q^2)^2 \right)^2 + (\Delta_p^1 + \Delta_q^2) (\Delta_p^1 (w_q^2)^2 + \Delta_q^2 (w_p^1)^2)} \quad (11)$$

Tok výkonu mezi dvěma subsystemy je pak dán součtem toků výkonů mezi jednotlivými mody

$$\Pi_{1-2} = \sum_{p=1}^{N_1} \sum_{q=1}^{N_2} \Pi_{pq}^{12} = \sum_{p=1}^{N_1} \sum_{q=1}^{N_2} b_{pq}^{12} (E_p^1 - E_q^2) \quad (12)$$

Faktor ztráty vazby (FZV) používaný v modelech SEA je potom dán vztahem (Maxit & Guyader 2001a)

$$h_{12} = \frac{\sum_{p=1}^{N_1} \sum_{q=1}^{N_2} b_{pq}^{12}}{N_1 \omega_c} \quad (13)$$



Obr. 2 Dva spojené subsystemy

kde ω_c úhlová frekvence ve středu uvažovaného frekvenčního pásma

4. Stanovení faktorů ztrát vazeb (FZV)

Kombinací rovnic (11), (13), (7) a (8) můžeme vyjádřit faktor ztráty vazby mezi subsystemy 1 a 2 pomocí parametrů získaných modální analýzou rozpojených subsystemů s vhodnými okrajovými podmínkami (Maxit & Guyader 2001a)

$$h_{12} = \frac{1}{N_1 \omega_c} \sum_{p=1}^{N_1} \sum_{q=1}^{N_2} \left[\frac{(w_{pq}^{12})^2}{(w_p^1)^2 M_p^1 M_q^1} \left(\frac{\Delta_p^1 (w_q^2)^2 + \Delta_q^2 (w_p^1)^2}{((w_p^1)^2 - (w_q^2)^2)^2 + (\Delta_p^1 + \Delta_q^2) (\Delta_p^1 (w_q^2)^2 + \Delta_q^2 (w_p^1)^2)} \right) \right] \quad (14)$$

Při použití metody konečných prvků (MKP) jsou pohybové rovnice jednotlivých subsystemů diskretizovány. Pro každý uzel sítě i jsou primární veličiny tři posuvy $u_k^i, k=1,2,3$ a tři natočení $u_k^i, k=4,5,6$; a duálními veličinami tři síly $f_k^i, k=1,2,3$ a tři momenty $f_k^i, k=4,5,6$. V případě, že pro rozpojený subsystem 1 uvažujeme na S_{spoj} okrajovou podmínku vetknutí, je subsystem 1 popsán silami $f_k^{1i}, k=1, \mathbf{K}, 6$ v uzlech sítě které jsou ve vazbě se subsystemem 2. Subsystem 2, pro který uvažujeme na S_{spoj} okrajovou podmínku volný konec, je pak popsán posuvy $u_k^{2i}, k=1, \mathbf{K}, 6$ v uzlech sítě které jsou ve vazbě se subsystemem 1. Na základě fyzikální interpretace pro modální práci mezi „blokovaným“ p modem subsystemu 1 a „volným“ q modem subsystemu 2 můžeme psát

$$w_{pq}^{12} = \sum_{i \in \left\{ \begin{smallmatrix} \text{Uzly sítě} \\ \text{ve vazbě} \end{smallmatrix} \right\}} \sum_{k=1}^6 f_{pk}^{1i} u_{qk}^{2i} \quad (15)$$

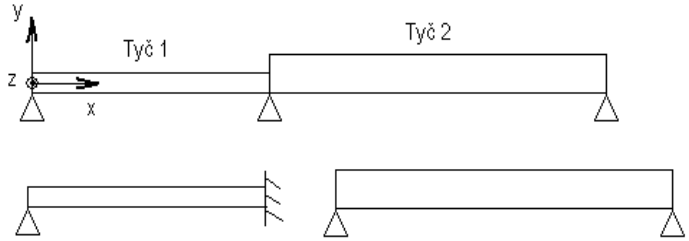
FZV lze následně vypočítat pomocí vztahu (14). FZV tak můžeme určit i pro tvarově a materiálově komplikované subsystemy provedením modální analýzy rozpojených subsystemů metodou konečných prvků s odpovídajícími okrajovými podmínkami. Pro jednotlivé subsystemy musíme vypočítat vlastní úhlové frekvence, zobecněné hmotnosti a vlastní tvary kmitů (síly respektive posuvy) v uzlech sítě které jsou ve vazbě mezi subsystemy.

5. Určení FZV mezi dvěma spojenými tyčemi

Uvedený postup byl aplikován nejdříve pro určení FZV mezi ohybovými subsystémy dvou hliníkových tyčí obdélníkového průřezu pevně spojených svými konci a prostě podepřených na svých okrajích, viz obr 3a). Tyč 1 má rozměry 0.001x0.01x1.5 m a tyč 2 0.004x0.01x2.5 m. Použité materiálové charakteristiky: modul pružnosti v tahu $E = 7.10^5$ MPa, Poissonova

konstanta $\mu = 0.3$, hustota $\rho = 2700$ kg.m⁻³, faktor tlumení $\eta = 0.01$. Okrajové podmínky rozpojených tyčí pro modální analýzu jsou znázorněny na obr 3b). Pro tento případ je pro tyč 1 jedinou nenulovou silovou složkou ve vztahu pro modální práci (15) moment okolo osy z M_z^{1p} a pro tyč 2 je jedinou nenulovou složkou natočení okolo osy z q_z^{2q} . Pro modální práci mezi modem p tyče 1

a modem q tyče 2 můžeme tedy na základě vztahu (15) psát



Obr. 3 a) Dvě tyče pevně spojené na jednom konci
b) Rozpojené tyče s okrajovými podmínkami pro modální analýzu

$$W_{pq}^{12} = M_z^{1p}(L_1) q_z^{2q}(L_1) \quad (16)$$

Při použití Euler-Bernoulliho teorie můžeme potřebné modální parametry určit analyticky. Pro vlastní úhlové frekvence w_p^1 , zobecněné hmotnosti M_p^1 a vlastní tvary kmitů pro napětí s_x^{1p} jednotlivých modů p tyče 1 platí (Maxit & Guyader 2001b)

$$w_p^1 = \sqrt{\frac{E_1 I_1}{r_1 S_1}} (k_p^1)^2 \quad \text{kde} \quad k_p^1 / \tan(k_p^1 L_1) = \tanh(k_p^1 L_1)$$

$$M_p^1 = r_1 S_1 L_1$$

$$s_x^{1p}(x) = (k_p^1)^2 E_1 I_1 [\cosh(k_p^1 (L_1 - x)) + \cos(k_p^1 (L_1 - x)) - \frac{\cosh(k_p^1 L_1) - \cos(k_p^1 L_1)}{\sinh(k_p^1 L_1) - \sin(k_p^1 L_1)} (\sinh(k_p^1 (L_1 - x)) + \sin(k_p^1 (L_1 - x)))] \quad (17)$$

A pro vlastní úhlové frekvence w_q^2 , zobecněné hmotnosti M_q^2 a vlastní tvary kmitů pro posuvy W_y^{2q} jednotlivých modů q tyče 2 platí

$$w_q^2 = \sqrt{\frac{E_2 I_2}{r_2 S_2}} (k_q^2)^2 \quad \text{kde} \quad k_q^2 = \frac{qp}{L_2}$$

$$M_q^2 = \frac{r_2 S_2 L_2}{2}$$

$$W_y^{2q}(x) = \sin(k_q^2 (x - L_2)) \quad (18)$$

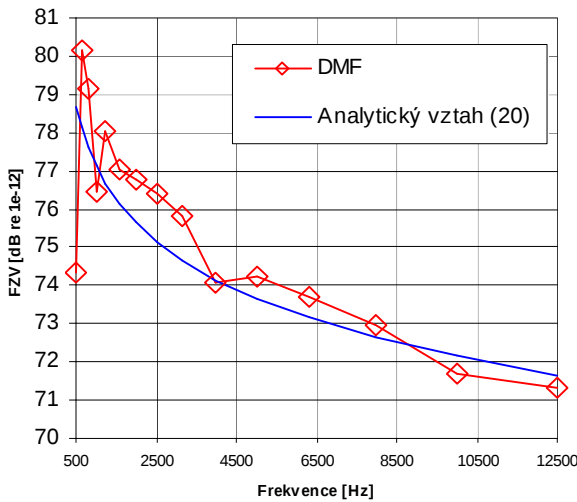
kde E_a , I_a , ρ_a , S_a , jsou modul pružnosti v tahu, moment setrvačnosti, hustota a plocha průřezu tyče $a=1,2$. Na základě těchto vztahů můžeme modální práci vyjádřit ve tvaru

$$W_{pq}^{12} = 2 \left(k_p^1 \right)^2 E_1 I_1 k_q^2 \quad (19)$$

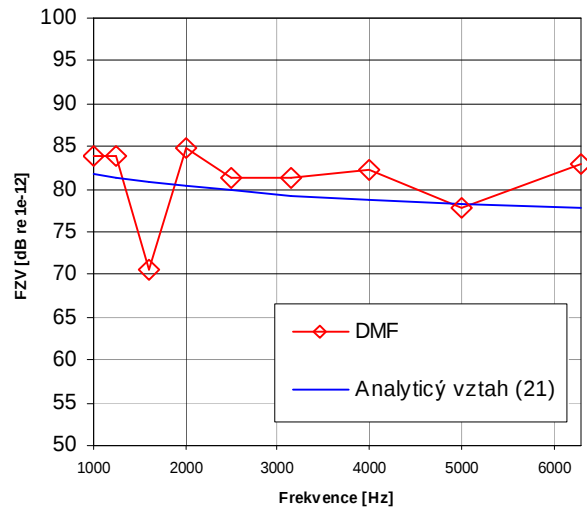
FZV potom můžeme určit dosazením (19) do (14). Uvedený postup byl naprogramován v MATLABu. Vypočtené faktory ztrát vazeb mezi ohybovými mody tyče 1 a ohybovými mody tyče 2 v 1/3 oktávových pásmech ve rozsahu 500-12500 Hz jsou zobrazeny na obr. 4. Pro srovnání jsou na obr 4 vyneseny také FZV vypočtené analyticky (Craik 1996)

$$h_{ij} = \frac{c_{gi}}{4p f L_i} t_{ij} \quad (20)$$

kde c_{gi} je grupová rychlost vln i -tého subsystému, L_i délka i -tého subsystému, S_i plocha i -tého subsystému a τ_{ij} je přenosový součinitel (pro poměr tloušťek tyčí $h_2/h_1 = 4$ platí $\tau_{ij} = 0.0589$ (Craik 1996)).



Obr 4. Faktor ztráty vazby v 1/3 oktávových pásmech mezi ohybovým subsystémem tyče 1 a ohybovým subsystémem tyče 2

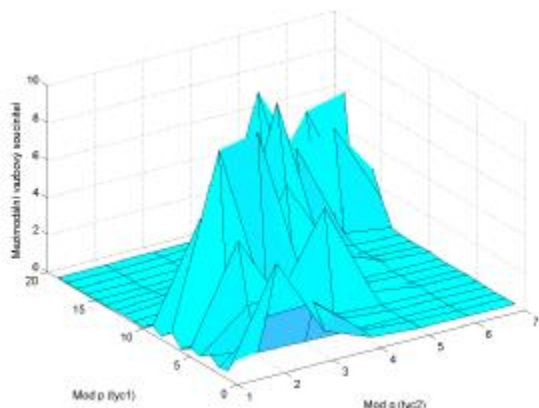


Obr 5. Faktor ztráty vazby v 1/3 oktávových pásmech mezi ohybovým subsystémem desky 1 a ohybovým subsystémem desky 2

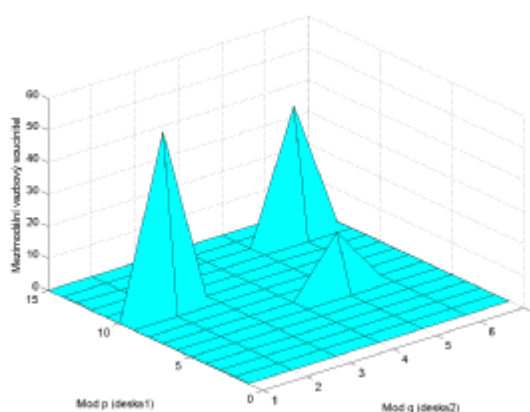
Z výsledků na obr. 4 je vidět, že FZV vypočtené pomocí duální modální formulace odpovídají poměrně dobře analytickým hodnotám, což prokazuje funkčnost této metody. Hlavní výhodou tohoto postupu je, že umožňuje stanovit FZV pouze na základě modální analýzy oddělených subsystémů s odpovídajícími okrajovými podmínkami. Nevyžaduje, jako u obvykle používané metody pro určení FZV -numerické simulace metody PIM na MKP modelu, řešení pohybových rovnic, což výrazně snižuje výpočetní nároky. Protože modální analýza jednotlivých subsystémů je prováděna odděleně, dovoluje daný postup zohlednit rozdílné faktory tlumení subsystémů. To bývá problém u numerické simulace metody PIM na MKP modelu, protože programové systémy obvykle umožňují předepsat tlumení pouze pro celý model.

Na obr. 6 jsou zobrazeny vypočtené mezimodální vazbové součinitele mezi mody p tyče 1 a mody q tyče 2 v 1/3 oktávovém pásmu 5000 Hz. FZV jsou určeny jako suma těchto součinitelů viz vztah (14). Jak je vidět mezimodální vazbové součinitele se liší pro jednotlivé

páry modů. A v případě tyčí jsou nejvyšší, jestliže jsou si blízké vlastní úhlové frekvence modu p a modu q $w_p^1 \approx w_q^2$.



Obr 6. Mezimodální vazbové součinitele mezi mody p tyče 1 a mody q tyče 2 v 1/3 oktávovém pásmu 5000 Hz



Obr 7. Mezimodální vazbové součinitele mezi mody p desky 1 a mody q desky 2 v 1/3 oktávovém pásmu 5000 Hz

6. Určení FZV mezi dvěma deskami spojenými do L

Dále byla DMF použita pro určení FZV mezi ohybovými subsystémy dvou ocelových desek spojených do L (Švancara 2003b). Deska 1 má rozměry 0.25x0.4x0.003 m a deska 2 0.35x0.4x0.012 m. Použité materiálové charakteristiky: modul pružnosti v tahu $E = 2.10^5$ MPa, Poissonova konstanta $\mu = 0.3$, hustota $\rho = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$, faktor tlumení $\eta = 0.02$. Modální analýza rozpojených desek byla provedena v programovém systému ANSYS a výsledky následně zpracovány v MATLABu. Byl použit skořepinový prvek SHELL 63. U desky 1 bylo předepsáno vetknutí v místě spoje s deskou 2 a ostatní okraje byly prostě podepřeny. U desky 2 byly všechny okraje prostě podepřeny. Modální analýza byla prováděna ve frekvenčním rozsahu 900 až 7100 Hz. Při nižších frekvencích měly desky vzhledem ke svým relativně malým rozměrům nízkou modální hustotu a což představuje limit pro použití metody SEA. Velikost prvku byla volena s ohledem na frekvenční rozsah řešení 0.007 m. Zobecněná hmotnost byla normalizována. Faktory ztrát vazeb v 1/3 oktávových pásmech mezi ohybovým subsystémem desky 1 a ohybovým subsystémem desky 2 desek vypočtené pomocí DMF jsou zobrazeny na obr. 5. Pro srovnání jsou na obr 5 vyneseny také FZV vypočtené analyticky podle vztahu (Craig 1996)

$$h_{ij} = \frac{c_{gi} L}{2p^2 f S_i} t_{ij} \quad (21)$$

kde c_{gi} je grupová rychlost vln i-tého subsystému, L délka vazby, S_i plocha i-tého subsystému a τ_{ij} je přenosový součinitel. Je-li pravděpodobnost dopadu vln na vazbu ze všech směrů stejná (difúzní pole) a poměr tloušťky desek $h_2/h_1 = 4$, pak platí $\tau_{ij} = 0.0224$ (Craig 1996).

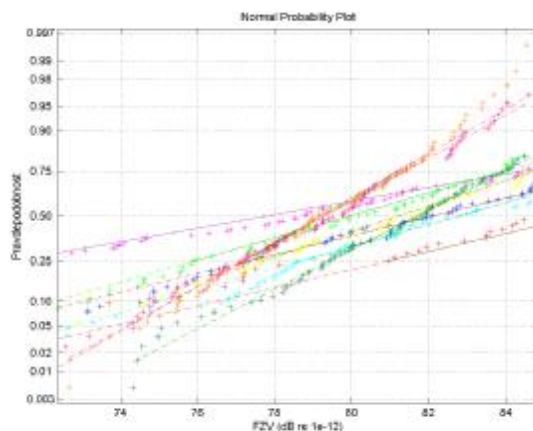
Z výsledků je vidět, že FZV vypočtené pomocí duální modální formulace opět odpovídají poměrně dobře analytickým hodnotám. Příklad vypočtených mezimodálních vazbových součinitelů mezi mody p desky 1 a mody q desky 2 v 1/3 oktávovém pásmu 5000 Hz je zobrazen na obr. 7. V tomto případě nerozhoduje o velikosti těchto součinitelů pouze blízkost vlastních frekvencí, jako v případě spojených tyčí, ale také prostorové rozložení vlastních tvarů kmitů.

7. Statistická a citlivostní analýza

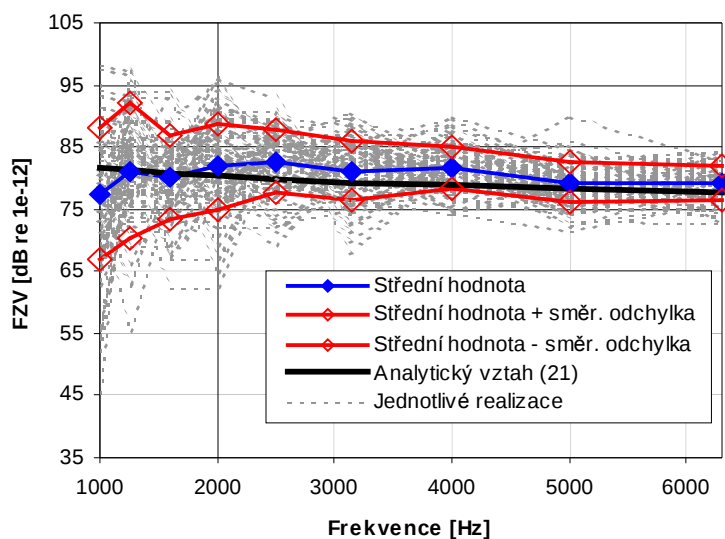
Pro statistickou a citlivostní analýzu vypočtených FZV mezi ohybovými subsystémy desek z předchozí kapitoly byla použita metoda Monte Carlo, která je implementována v programovém systému ANSYS. Modální analýza jednotlivých desek byla opakována mnohokrát pro různé hodnoty parametrů MKP modelu. Byly měněny délky stran desek a tloušťka desek. Pro vytvoření statistického souboru byla zvolena metoda Latin hypercube sampling s počtem vzorků 100. U všech parametrů bylo předpokládáno normální rozdělení se střední hodnotou odpovídající nominální hodnotě a směrodatnou odchylkou o velikosti 5% nominální hodnoty. Na vypočteném souboru faktorů ztrát vazeb byla nejdříve na hladině významnosti 5% testována hypotéza, že mají lognormální rozdělení. Byla k tomu použit Lillieforsův test v MATLABu. Test prokázal, že FZV mají lognormální rozdělení. Průběh empirických distribučních funkcí vypočtených FZV mezi ohybovým subsystémem desky 1 a ohybovým subsystémem desky 2 je zobrazen na obr. 9. Následně byly pro zjištěné lognormální rozdělení vypočteny střední hodnoty a směrodatné odchylky pro konfidenční interval 95%, viz obr. 10. Získané statistické parametry FZV mohou být následně použity v SEA modelu, pro určení rozptylu počítaných hladin vibrací a akustického tlaku.

Ze získaného statistického souboru umožňuje ANSYS také vypočíst statistickou citlivost výstupních veličin (v našem případě vlastní frekvence a síly respektive posuvy v uzlech sítě) na vstupních veličinách (parametry MKP modelu). Pro výpočet citlivostí byly měněny délky stran desek, tloušťka desek, modul pružnosti v tahu, součinitel příčné kontrakce a hustota.

Na obr. 11 je znázorněn příklad vypočtených statistických citlivostí 60-té vlastní frekvence desky 1 na jednotlivé vstupní parametry při hladině významnosti 2.5%. Z výsledků je vidět, že 60-tá vlastní frekvence desky 1 je nejvíce citlivá na změnu tloušťky desky a dále je pak citlivá na změnu rozměrů desky, změnu hustoty a změnu modulu pružnosti v tahu. Na změnu součinitele příčné kontrakce není tato vlastní frekvence příliš citlivá.



Obr. 9 Empirické distribuční funkce vypočtených FZV

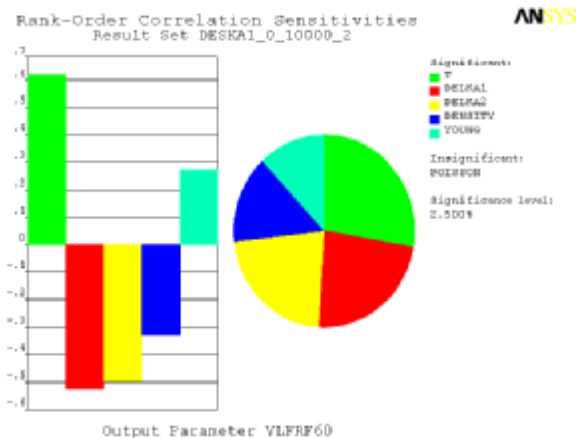


Obr. 10 Faktor ztráty vazby mezi ohybovým subsystémem desky 1 a ohybovým subsystémem desky 2

8. Závěr

V příspěvku byl popsán postup při stanovení faktorů ztrát vazeb u modelů SEA pomocí duální modální formulace. Hlavní výhodou tohoto postupu je, že umožňuje stanovit FZV pouze na základě modální analýzy oddělených subsystémů s odpovídajícími okrajovými podmínkami. Nevyžaduje, jako u numerické simulace metody PIM na MKP modelu (Švancara 2003a) řešení pohybových rovnic, což výrazně snižuje výpočetní nároky. Použití MKP pro stanovení potřebných modálních parametrů umožňuje aplikaci uvedeného postupu i na tvarově komplikované subsystémy.

Tento postup byl aplikován pro určení FZV mezi ohybovými subsystémy dvou tyčí spojených svými konci a dvou ocelových desek spojených do L. Srovnání výsledků s FZV získanými analyticky prokázalo funkčnost této metody. Tento postup umožňuje také stavení statistických parametrů FZV a určení statistických citlivostí na jednotlivé konstrukční a materiálové parametry pomocí metody Monte Carlo.



Obr. 11 Vypočtené statistické 60-té vlastní frekvence desky 1 na jednotlivé parametry MKP modelu

9. Poděkování

Tento příspěvek vznikl za podpory výzkumného záměru MSM 262100001: Výpočtové a fyzikální modelování problémů inženýrské termofluidní mechaniky, mechaniky těles a fázových přeměn

10. Literatura

- Craik, J.M. (1996) *Sound transmission through buildings using SEA*. Gower, Hampshire, England.
- Lyon, R.H., DeJong, R.G. (1995) *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*, Butterworth-Heinemann, Boston, USA.
- Maxit, L., Guyader, J. L. (2001a) Estimation of SEA coupling loss factors using a dual formulation and FEM modal information, Part I: Theory, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239(5), pp. 907-930.
- Maxit, L., Guyader, J. L. (2001b) Estimation of SEA coupling loss factors using a dual formulation and FEM modal information, Part II: Numerical applications, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239(5), pp. 931-948.
- Švancara, P. (2003b) Determination of SEA coupling loss factors using finite element method, *konf. Inženýrská mechanika 2003, Svratka*.
- Švancara, P. (2003a) Stanovení faktorů ztrát vazeb u modelů SEA pomocí duální modální formulace a modální analýzy metodou konečných prvků, *konf. Interakce a zpětné vazby 2003, ÚT AV ČR, Praha*, pp.179-188.