

THE COMPUTATIONAL MODELLING OF THE DYNAMICAL PROPERTIES OF THE LAVAL'S ROTOR WITH THE SQUEEZE DAMPER USING THE DATABASE OF ADDITIONAL EFFECTS

J. Muller^{*}, E. Malenovský^{*}, F. Pochylý^{*}

Abstract. One of the possibility, how to reduce amplitude of transversal vibration of rotors is to put together their rotating and no-rotating part by the squeeze film damper. This system add to vibrating shaft added effect, namely added mass and added damping. And they must be included to the solution of the rotor system. In this contribution are this effects determined through a new access, which is based on Navier-Stoke's equation. Using suitable substitution is possible to solve moving of the rigid body and the liquid separately. Added effect are included to the solution of the model rotor system.

1 Úvod

Jednou z možností jak snížit amplitudu příčného kmitání rotorů, je vložit mezi jejich rotující a nerotující část hydrodynamický olejový tlumič, jenž je zařazen mezi vnější kroužek valivého ložiska a skříň motoru. Radiální mezera bývá poměrně malá, pouze několik desetin milimetru. Takový hydrodynamický systém se ve vztahu ke kmitajícímu hřídeli projevuje přidavnými účinky, a to přidavnou hmotností a tlumením. Tyto účinky nemůžeme pro jejich velikost zanedbat a musíme je zahrnout do řešení rotorové soustavy.

V literatuře je analýza tlumičů poměrně podrobně a často publikována např.[1]-[3]. Teoretický základ všech analýz vychází z Reynoldsovy rovnice. Pohyb tekutiny v obvodovém směru, v prostoru mezi vnitřním a vnějším kroužkem, je analyzován jako jednodimenzionální proudění po přímce s délkou rovnou obvodu vnitřního kroužku, je uvažován konstantní tlak v radiálním směru olejové vrstvy. Navíc je nutné dělat předpoklad na tvar trajektorie. Jsou analyzovány případy **krátkých** a **dlouhých**, kavitujících a nekavitujících olejových ložisek a hydrodynamických tlumičů.

Zde je prezentován nový přístup navrhovaný F. Pochylým a E. Malenovským, který je na **obecnější úrovni**. Výchozími rovnicemi jsou zde **Navier Stokesova rovnice** a rovnice kontinuity plus okrajové podmínky. Do analýzy je zahrnut, oproti Re rovnici, obvodový směr

^{*} Ing Jan Muller, VUT FSI Brno, Technická 2, 616 69 Brno, Tel.: +42054114 2335, e-mail: janmuller@centrum.cz

^{*} Doc. Ing. Eduard Malenovský, CSc., VUT FSI Brno, Technická 2, 616 69 Brno, Tel.: 4114 2855, e-mail: malenov@umtn.fme.vutbr.cz

^{*} Prof. Ing. František Pochylý, CSc., VUT FSI Brno, Technická 2, 616 69 Brno, Tel.: 4114 2335, e-mail: pochyly@khzs.fme.vutbr.cz

proudění tekutiny, proměnný tlak v radiálním směru, hustota oleje (olej je hmotný) není rovněž nutno dělat předpoklad na tvar trajektorie středu hřídele.

Tento nový přístup, který byl vymyšlen a rozpracován na VUT FSI, spočívá v možnosti separace pohybu tělesa a tekutiny. Vlastní algoritmus analýzy dynamických vlastností rotorových soustav se tak skládá ze dvou samostatných kroků. Nejdříve se ve vhodném programovém prostředí, zaměřeném na analýzu tekutinových systémů, provede analýza samotného vazebného elementu. Následně se v programovém prostředí, vhodném pro analýzu dynamických vlastností rotorových soustav, provede analýza rotorové soustavy se zahrnutím výsledků získaných z předchozího řešení. Teoretický přístup k řešení je uveden zejména v [4]-[6]

Vhodnou substitucí lze tedy od sebe separovat a následně řešit pohyb tělesa a tekutiny, přičemž k analýze pohybu tekutiny je použita metoda kontrolních objemů. K analýze dynamických vlastností tekutiny je použito Bezierovo těleso a řešení je provedeno v křivočarých souřadnicích. Bezierovo těleso je použito rovněž pro popis geometrické konfigurace, i pro aproximaci rychlostní a tlakové funkce [7]. Uvedená teorie se stala základem pro softwarové zpracování v programu MATLAB.

Pro N-S rov. existují dva modely tlumičů dlouhý a krátký. Pro **dlouhý** tlumič platí $\partial p / \partial \phi \gg \partial p / \partial z$ a lze ho tedy řešit jako rovinou úlohu. V této práci je analyzován **krátký**, nekavitující tlumič, pro nějž platí $\partial p / \partial z \gg \partial p / \partial \phi$, což vede na prostorovou úlohu. U této prostorové úlohy N-S rovnice rozlišuje dvě okrajové podmínky na čelech tlumiče. A to buď nulové tlaky nebo nulové rychlosti, tzn. buď je tlumič otevřený ($p=0$) a nebo těsně uzavřený ($c=0$).

V tomto příspěvku jsou stanoveny přídatné účinky pomocí Navier-Stokesovy rovnice, pro modelový tlumič o délce 5cm a poloměru 1.5 cm. A tyto přídatné účinky jsou pak zahrnuty do řešení přechodového kmitání Lavalova rotoru (s hydrodynamickým tlumičem). Důraz je zde kladen zejména na sledování rozdílů mezi jednotlivými okrajovými podmínkami na čelech tlumiče, tedy $p=0$, $c=0$. V budoucnu budou tyto výsledky srovnány s výsledky, získanými na modelové rotorové soustavě v laboratoři.

2. Aplikace Navier-Stokesovy rovnice

Kapalina je uvažována jako reálná, nestlačitelná, předpokládáme laminární proudění a malé kmity tělesa. V tomto případě má pohybová rovnice tekutiny (Navier Stokesova), rovnice kontinuity a okrajové podmínky následující tvar :

$$\rho \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \eta \text{rot} \text{rot} \vec{c} + \text{grad} p = \vec{0} \quad (1)$$

$$\text{div} \vec{c} = 0 \quad (2)$$

$$S: \vec{c} = \vec{v}^{\square}$$

$$\Gamma: \vec{c} = \vec{0} \quad (3)$$

$$P: p = 0, (\vec{c} = \vec{0})$$

$$K: p = 0, (\vec{c} = \vec{0})$$

kde $\vec{c}$ - rychlost kapaliny, $\vec{v}$ - rychlost vnitřního kroužku tlumiče, ρ - hustota kapaliny, η - dynamická viskozita kapaliny, p – tlak Nyní přejdeme k metodě kontrolních objemů a obě rovnice (1) a (2) integrujeme přes zvolený kontrolní objem ΔV . Podrobně je tento nový

přístup publikován např. v [1]-[3]. Zde jsou z úsporných důvodů uvedeny pouze základní vztahy.

3. Transformace rovnic tekutiny

Eliminace rychlosti pohybu tělesa z rovnic lze docílit na základě následujících transformačních vztahů

$$\begin{aligned}\tilde{c}_i &= \int_0^t \alpha_{ij}(t-\tau) v_j^{\square}(\tau) d\tau \\ p &= \int_0^t \beta_i(t-\tau) v_i^{\square}(\tau) d\tau\end{aligned}\quad (4)$$

Uvedenou substitucí se obecně v prostoru 3D zavádí místo tří složek rychlosti a tlaku devět složek α_{ij} a tři složky β_i . To ovšem umožní využitím Diracovy funkce vyloučit z okrajových podmínek rychlost tělesa $\dot{v}_m$. Úlohu není tedy nutné řešit jako vázanou. A přídavné účinky jsou pouze funkcí polohy středu čepu v tlumiči. Nejsou funkcí rychlosti ani zrychlení čepu. Za předpokladu malých vychylek.

4. Aplikace Bézierova tělesa

Bézierovo těleso je použito pro popis geometrické konfigurace olejového filmu (stejně tak pro popis rychlostního a tlakového pole). K popisu dlouhého tlumiče, jenž se řeší jako rovinná úloha byla zvolena reálná Bézierova plocha a k popisu tlumiče krátkého Bézierovo těleso (5).

$$\mathbf{r}(u, v) = \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^p \omega_{ijk} \mathbf{r}_{ijk} B_i^n(u) B_j^m(v) B_k^p(w) \right) / \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^p \omega_{ijk} B_i^n(u) B_j^m(v) B_k^p(p) \right) \quad (5)$$

kde B jsou Bernsteinovy polynomy, u, v jsou parametry které nabývají hodnot (0,1).

5 Zahrnutí přídavných účinků do řešení rotorové soustavy

Jak bylo řečeno v předchozím tento nový přístup umožňuje separovat od sebe pohyb tělesa a tekutiny. Zavedeme **databázi přídavných účinků**, tzn. stanovíme matice přídavných účinků pro řadu poloh středu hřídele v tlumiči. Což by bylo velice časově náročné, podařilo se však ověřit platnost ortogonální transformace, díky které stačí pouze stanovit hodnoty přídavných účinků pro $\varphi=0$ a různou excentricitu (tedy od 0 po 0.99). Pro stanovení přídavných účinků pro jiná φ se použije následujících transformačních vztahů: $\mathbf{M}_2 = \mathbf{C}^T \mathbf{M}_1 \mathbf{C}$ (6), kde $\mathbf{M}_1$ je matice přídavných účinků v pevném souřadném systému 1 viz. obr.1 a matice $\mathbf{M}_2$ je matice přídavných účinků v natočeném systému 2. Matice přídavných účinků jsou řádu 2x2, C je transformační matice, která má následující tvar :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

Tzn. řešíme soustavu nelineárních diferenciálních rovnic

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{Q}(t) \quad (6)$$

6. Řešení modelových úloh

Posouzení vlivu hydrodynamického tlumiče, tedy přídavné hmotnosti a tlumení, na dynamické vlastnosti rotorové soustavy bylo provedeno analýzou Lavalova rotoru obr.2 na řadě modelových úloh. Hmotnost kotouče je 1 kg, přídavná tuhost 16 000 N/m, hustota oleje 885 kg/m^3 , dynamická viskozita 0.008 Pa.s, axiální délka tlumiče 0.015 m, poloměr vnějšího kroužku 0.015 m, radiální mezera 0.1;0.5 ;1 ;1.5 mm. Buzení bylo realizováno nevývahou 2g na kotouči o poloměru 0.05 m. Numerické výpočty a simulace byly realizovány v softwarovém prostředí MATLAB . Soustava dif. rovnic byla řešena newmarkovou metodou. Pozornost byla zaměřena na sledování rozdílů mezi okrajovými podmínkami nulových tlaků ($p=0$) a nulových rychlostí ($c=0$) na čelech tlumiče při přechodového kmitání, pro $\omega=100 \text{ rad/s}$ a na sledování reakce na rázovou sílu o velikosti 15 N.

Na obr. 3 a 4 jsou vyneseny přídavné hmotnosti pro N-S rovnici a okrajové podmínky $p=0$ a $c=0$, v závislosti na excentricitě. Z obr. Je zřejmé že přídavná hmotnost roste se zmenšující se radiální mezerou (viz. také obr.5), rovněž je vidět, že pro okrajovou podmínku $c=0$ jsou přídavné účinky několikanásobně vyšší. To, která okrajová podmínka více odpovídá realitě ukáže až experiment (bude to zřejmě individuální pro každou úlohu). Podmínka $p=0$ znamená otevřený tlumič, tzn. olej „stříká“ ven, zatímco podmínka $c=0$ znamená těsně uzavřený tlumič, proto také jsou přídavné účinky výrazně vyšší. Ovšem s rostoucí délkou tlumiče okr. podmínky ztrácejí vliv a výsledky jsou téměř totožné. Pro přídavná tlumení jsou grafy naprosto obdobné a je možné vyslovit tytéž závěry. Databáze přídavných hmotností pro různou polohu středu hřídele v tlumiči (mezera 0.5 mm) je vynesena na obr. 6 ($p=0$) a obr.7 ($c=0$) v závislosti na excentricitě a úhlu natočení souřadné systému φ (tzn. v závislosti na poloze středu hřídele v tlumiči). Pro přídavné tlumení jsou grafy obdobné, viz obr. 8, 9.

Na obr. 10 a 11 je vynesen přechodový děj pro tlumič s radiální mezerou 0.5mm, pro $\omega=100 \text{ rad/s}$ + reakce na rázovou sílu 15N. Jelikož pro okrajovou podmínku $c=0$ je přídavné tlumení řádově vyšší než pro $p=0$ děj se mnohem dříve utlumí. Na obr. 12, 13 jsou fourierova spektra pro tyto děje. Ve spektrech jsou výrazné dvě frekvence a to otáčková (100 rad/s, což odpovídá 16 Hz) a vlastní frekvence. Pro okr. podmínku $p=0$ je vl. frekvence 20 Hz a pro $c=0$ je menší , protože přídavná hmotnost pro $c=0$ je výrazně vyšší, asi 13Hz. Na dalších dvou obr. 13, 14 jsou orbity pro tyto děje. Na posledních obr. 15 a 16 je vidět rozdíl v odezvě pro $c=0$ a mezery 1 mm a 1.5mm. V prvním případě jsou výchylky menší a děj se rovněž dříve utlumí, protože pro menší radiální mezeru přídavné tlumení dosahuje větších hodnot.

7. Závěr

V příspěvku je uveden nový teoretický přístup k analýze dynamických vlastností tuhého rotujícího hřídele v reálné tekutině. Přístup vychází z Navier-Stokesovy pohybové rovnice tekutiny. Vhodnou substitucí lze od sebe separovat pohyb tělesa a tekutiny. K analýze dynamických vlastností tekutiny je použito Bézierovo těleso, přičemž řešení je provedeno v křivočarých souřadnicích. Řešení na základě Navier-Stokesovy rovnice umožňuje sestavení databáze přídavných účinků. Uvedená teorie se stala základem pro softwarové zpracování v prostředí MATLAB.

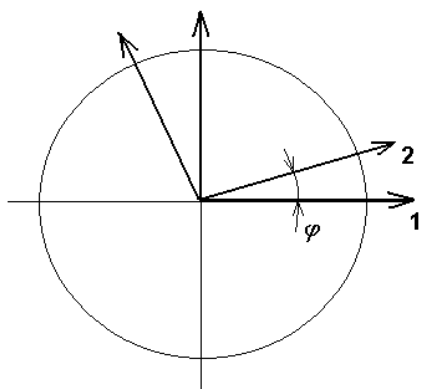
Na modelové úloze je ukázán rozdíl mezi okrajovými podmínkami $p=0$ a $c=0$. V dalším pak bude provedeno srovnání tohoto numerického modelu s experimentem provedeným v laboratoři na modelové rotorové soustavě se stejnými parametry a s Reynoldsovou rovnicí.

8. Poděkování

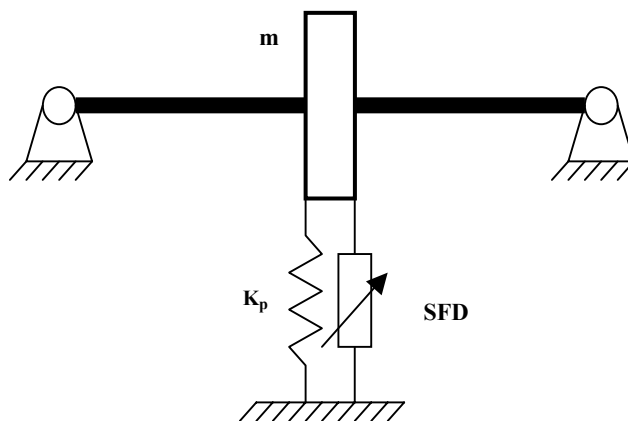
Práce byly vykonány na základě finanční podpory Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy, výzkumným záměrem CEZ: MSM 262100001

9. Literatura

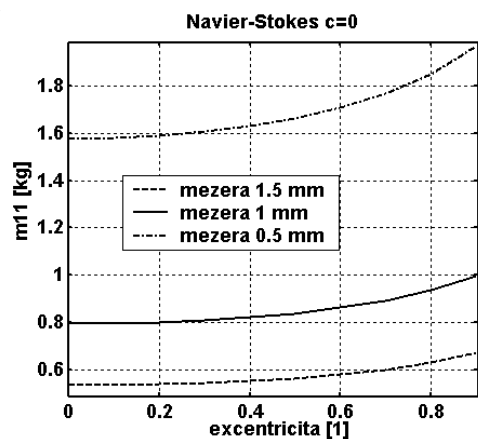
- [1] El-Shafei A., Crandall S. H.: Fluid inertia forces in squeeze film dampers, ASME Rotating machinery and vehicle dynamics, DE-vol.35, 1991, pp.219-228
- [2] Kramer E.: Dynamics of Rotor and Foundations, Springer-Verlag, Berlin, 1993
- [3] El-Shafei, A.: Dynamics of rotor incorporating SFD, Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1988
- [4] Malenovský E., Pochylý F.: "The rigid body interaction with real liquid. Colloquium „DYNAMICS OF MACHINES 2000“, Institute of termomechanics ASCR, Prague, 2000 Czech republic, pp 121-128
- [5] Malenovský E., Pochylý F.: Computational Modeling of Velocity and Pressure Fields of Squeeze Film Dampers Using Navier-Stokes Eq., Proceedings Part III., Section No 9. Applied Mechanics, pp. 590-595
- [6] Pochylý, F., Malenovský, E., Hlavoň, P.: The nonstationary Motion of the Rigid Body in Real Liquid. 3rd Int. Conference Engineering Aero-Hydroelasticity, Prague, 1999, pp. 346-351
- [7] Malenovský E.: Využití Bézierových entit v mechanice, Inženýrská mechanika , roč.7, 2000, č. 6, str 401-424



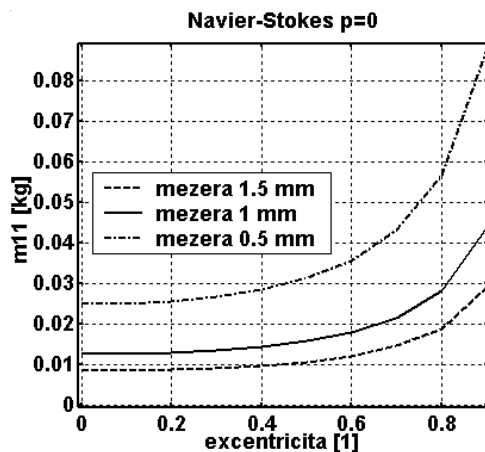
Obr.1 Použitý souřadnicový systém



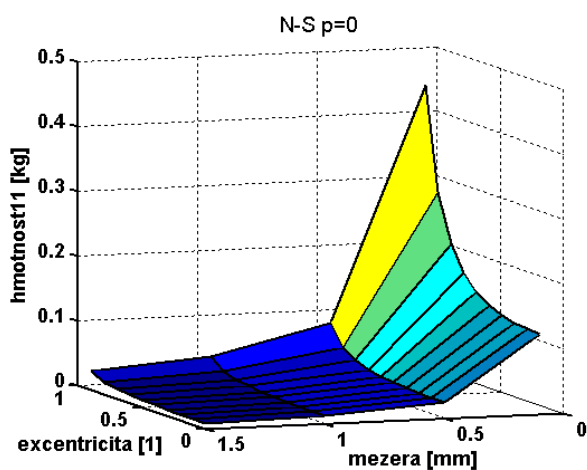
Obr.2 Schéma rotorové soustavy pro PC simulaci



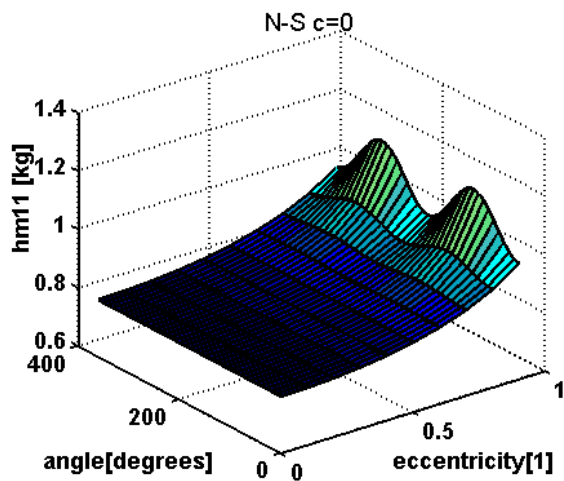
Obr.3 Závislost m_{11} na excentricitě, pro N-S $c=0$



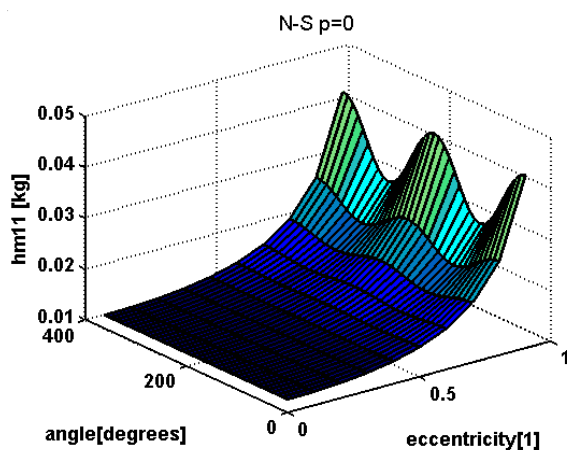
Obr.4 Závislost m_{11} na excentricitě pro N-S $p=0$



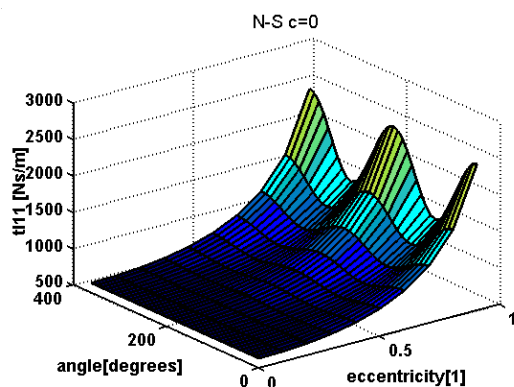
Obr.5 m_{11} v závislosti na excentricitě a radiální mezeře



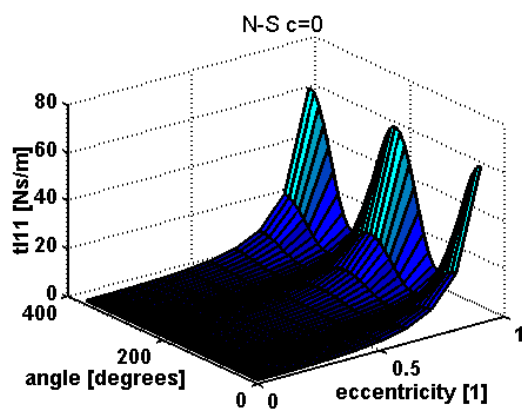
Obr.6 Přídavná hmotnost m_{11} v závislosti na poloze hřídele v tlumiči, pro N-S $c=0$



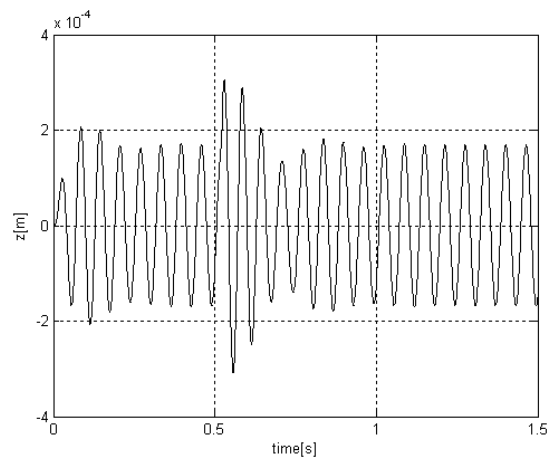
Obr.7 Přídavná hmotnost m_{11} v závislosti na poloze hřídele v tlumiči, pro N-S $p=0$



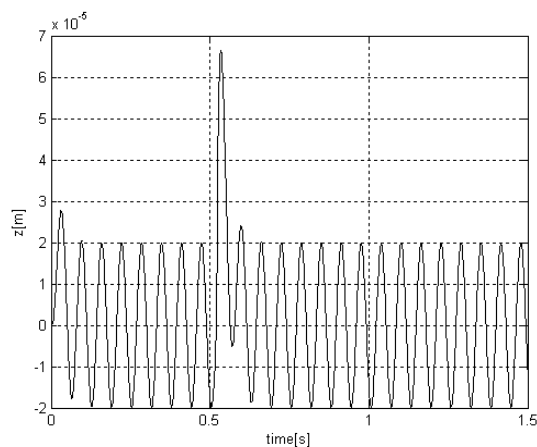
Obr. 8 Přídavné tlumení b_{11} v závislosti na poloze hřídele v tlumiči, pro N-S $c=0$



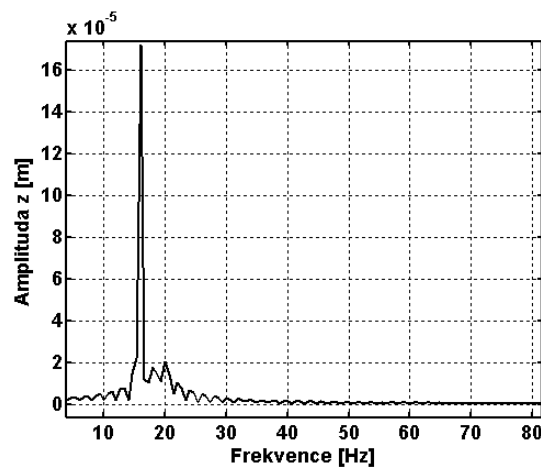
Obr. 9 Přídavné tlumení b_{11} v závislosti na poloze hřídele v tlumiči, pro N-S $p=0$



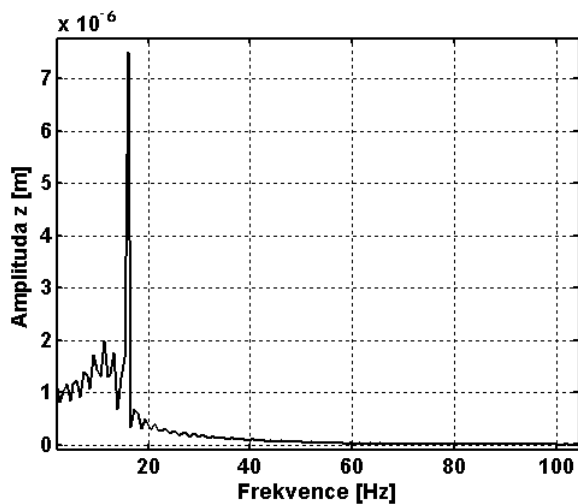
Obr.10 Časový průběh odezvy pro N-S $p=0$



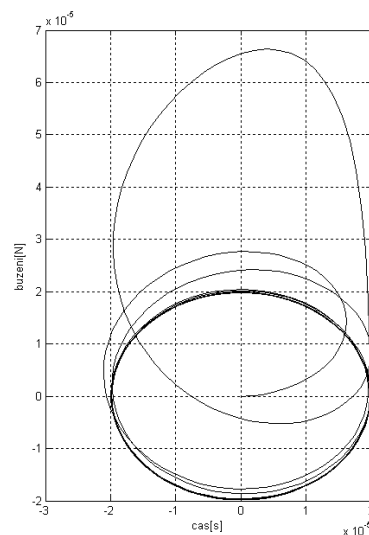
Obr.11 Časový průběh odezvy pro N-S $p=0$



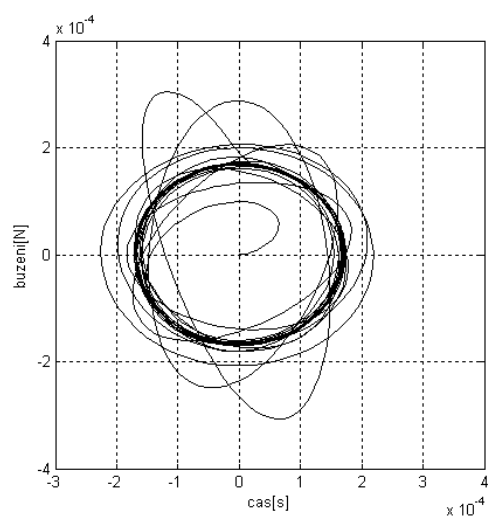
Obr. 12 Amplitudové spektrum odezvy (N-S $c=0$)



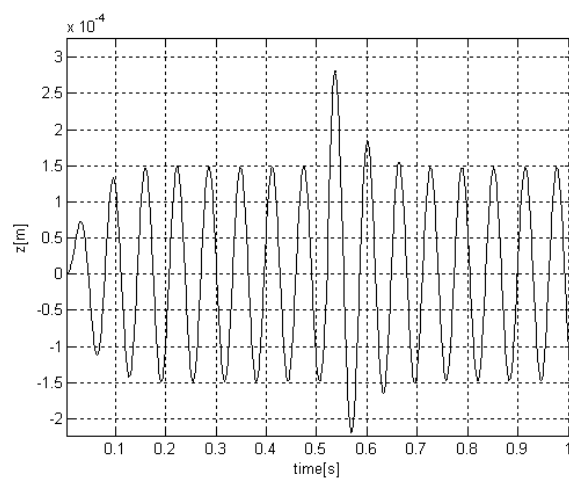
Obr. 13 Amplitudové spektrum odezvy (N-S $c=0$)



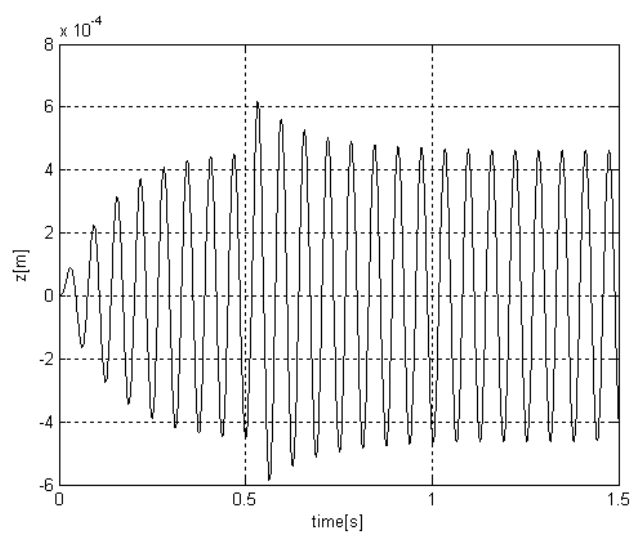
Obr. 14 Orbit středu hřídele (N-S $c=0$)



Obr. 14 Orbit středu hřídele (N-S $p=0$)



Obr. 15 Časový průběh odezvy pro N-S $c=0$,
radiální mezera 1 mm



Obr. 15 Časový průběh odezvy pro N-S $c=0$,
radiální mezera 1 mm