

THE EFFECT OF ELECTRIC DRIVE PARAMETERS ON VIBRATIONS IN MACHINE AGGREGATE

J. Mudrik

Summary. *Under notation of machine aggregate we understand a rotational system composed of a electric motor and loading machine. The effect of stiffness of the speed-torque characteristics upon the transient and steady-state motion (vibrations) of the system is investigated.*

1. Úvod

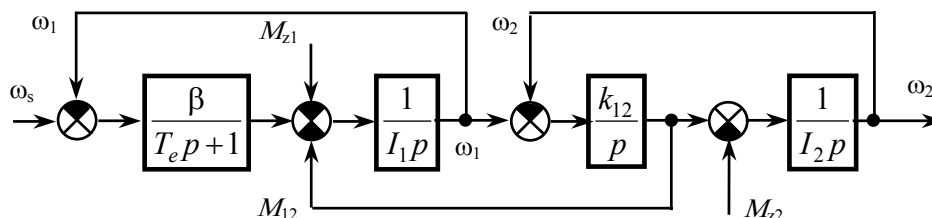
Strojový agregát predstavuje dynamický systém určený pre pohon pracovného mechanizmu stroja a súčasne pre riadenie technologického procesu (Mudrik, 2000). Pri prenose dynamických síl v strojovom agregáte vzniká ako vedľajší produkt kmitanie (vibrácie) (Mudrik, 2000; Mudrik et al., 1998). V praxi sa snažíme tento nežiadúci efekt spôsobujúci výrazné zvýšenie dynamického zaťaženia ovplyvniť. Zotrvačné hmotnosti mechanickej časti sústavy a tuhosti väzieb sú spravidla nemenné. Z uvedeného vyplýva, že dynamické vlastnosti strojového agregátu je možné ovplyvniť zmenou niektorých parametrov elektropohonu. Jednou z možností je zmena tuhosti mechanickej (momentovej) charakteristiky elektromotora β (Mudrik, 1992). Elektromotor sa stáva základnou a najdôležitejšou časťou pohonu strojového agregátu. Od jeho vlastností závisí kvalita pohonu a následne presnosť vykonávaných technologických operácií, ale aj dynamické zaťaženie mechanických častí.

2. Formulácia úlohy

Za predpokladu, že strojový agregát považujeme za pružnú dvojkotúčovú sústavu a pri uvažovaní dynamickej momentovej charakteristiky elektromotora v tvare lineárnej diferenciálnej rovnice

$$T_e \frac{dM}{dt} + M = \beta(\omega_s - \omega_1), \quad (1)$$

možno pre strojový agregát (elektromechanickú sústavu) zostaviť štruktúrny model agregátu.



Obr. 1 Štruktúrny model strojového agregátu s elektromotorom

kde I_1, I_2	- redukované momenty zotrvačnosti motora resp. hnaného člena,
ω_1, ω_2	- mechanické uhlové rýchlosti rotora a hnaného hriadeľa,
φ_1, φ_2	- uhlové výchylky hriadeľov,
ω_s	- uhlová rýchlosť voľnobehu,
M	- hnací elektromagnetický moment,
M_{z2}	- zaťažujúci moment,
M_{z1}	- odporový moment,
$M_{12} = k_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)$	- moment pružnej väzby,
β	- modul tuhosti statickej charakteristiky,
k_{12}	- tuhosť pružnej väzby,
T_e	- elektromagnetická konštanta,
$T_{M1} = I_1/\beta$	- elektromechanická časová konštanta,
$\mu = (I_1 + I_2)/I_1 = I_\Sigma/I_1$	- pomer výsledného redukovaného momentu zotrvačnosti, k momentu zotrvačnosti hnacieho člena,
$T_M = I_\Sigma/\beta = \mu T_{M1}$	- elektromechanická časová konštanta strojového agregátu,
$p = d/dt$	- operátor.

Vyšetrovaná elektromechanická sústava je štvrtého rádu s charakteristickou rovnicou

$$\mu \nu p^4 + \mu T_{M1} p^3 + \mu (1 + \nu^2) p^2 + \mu T_{M1} p + 1 = 0, \quad (2)$$

kde $\nu = T_e T_{M1} \Omega_0^2 = (\Omega_0^2)/(\omega_{rez}^2)$ je pomer kvadrátov vlastnej kruhovej frekvencie netlmenej sústavy

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k_{12}(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}. \quad (3)$$

a elektromechanickej rezonančnej kruhovej frekvencie ω_{rez} (Mudrik, 2000).

3. Dynamický model a jeho prenosové funkcie

Zaved'me bezrozmerový čas vzt'ahom

$$\tau = \Omega_0 t, \quad (4)$$

tomu odpovedá bezrozmerový operátor

$$p_* = \frac{d}{d\tau} = \frac{p}{\Omega_0}. \quad (5)$$

Prenosová funkcia elektromechanickej sústavy $H_{M12}(p)$, pre vstupný parameter $M = \beta \omega_s$ a zohľadnení vzt'ahov $k_{12}/I_1 = (\mu - 1)\Omega_0^2/\mu$; $k_{12}/I_2 = (\mu - 1)\Omega_0^2/\mu$; $I_2/\beta = (\mu - 1)T_{M1}$ vyjadrená pomocou bezrozmerového operátora (5)

$$H_{M12}(p_*) = \frac{(\mu - 1)T_{M1}^* p_*}{\mu \nu p_*^4 + \mu T_{M1}^* p_*^3 + \mu (1 + \nu^2) p_*^2 + \mu T_{M1}^* p_* + 1}, \quad (6)$$

kde $T_{M1}^* = T_{M1} \Omega_0$ - bezrozmerová elektromechanická konštanta motora.

Prenosová funkcia s ohľadom na zaťažujúce momenty M_{z1} na hriadeli motora (hnacieho člena)

$$H_{M_{12}}^{(1)}(p_*) = \frac{M_{12}(p_*)}{M_{z2}(p_*)} = -\frac{(\mu - 1)(T_{M_1^*} p_* + \nu p_*^2)}{Q(p_*)}, \quad (7)$$

$$H_M(p_*) = \frac{M(p_*)}{M_{z1}(p_*)} = -\frac{(\mu p_*^2 + 1)}{Q(p_*)}, \quad (8)$$

resp. M_{z2} na hriadelí hnaného člena

$$H_{M_{12}}^{(2)}(p_*) = -\frac{\nu p_*^2 + T_{M_1^*} p_* + 1}{Q(p_*)}, \quad (9)$$

$$H_{M_{12}}^{(2)}(p_*) = -\frac{1}{Q(p_*)}, \quad (10)$$

kde $Q(p_*)$ je mnohočlen sústavy patriaci menovateľovi vo vzťahu (6).

Z prenosových funkcií (6)-(10) jednoznačne vyplýva, že dynamické vlastnosti elektromechanickej sústavy (obr. 1) závisia od parametra μ , t.j. pomeru momentov zotrvačnosti, pomeru rezonančných kruhových frekvencií ν a elektromechanickej časovej konštanty $T_{M_1^*}$.

Z analýzy vzťahov pre netlmenú sústavu vyplýva, že korene jej charakteristickej rovnice sú $\pm i\Omega_0$, teda v danom prípade sa jedná jednoznačne o kmitajúcu sústavu. V prípade uvažovania lineárnej dynamickej charakteristiky pri $T_{M_1} \neq 0$ a $\mu > 1$, sledovaná elektromechanická sústava nemá komplexné korene a je dostatočne stabilná (všetky korene charakteristickej rovnice $Q(p_*) = 0$ sú reálne).

Pri uvažovaní vzájomného ovplyvňovania elektrickej a mechanickej časti pohonu (lineárna dynamická charakteristika) pôvodná dvojkotúčová kmitajúca sústava stráca vlastnosti konzervatívnej sústavy. To znamená, že lineárna závislosť momentu vyvodzovaného motorom od rýchlosti z mechanického pohľadu je analogická zavedeniu tlmenia do pôvodnej sústavy. Dochádza ku kmitaniu prúdu, v dôsledku čoho energia kmitania sa premieňa na teplo vo vinutiach motora.

4. Amplitúdo-frekvenčné charakteristiky

Ustálený stav pri vynútených kmitoch názorne ukazujú amplitúdo-frekvenčné charakteristiky. Ak v (7) a (8) dosadíme za $p_* = i\omega_* = i(\omega/\Omega_0)$, kde ω je frekvencia budiacej zložky, dostaneme po úprave amplitúdo-frekvenčné charakteristiky s ohľadom na M_{z1} (zaťažujúci moment na hriadeli motora)

$$A_{M_{12}}(\omega_*) = \sqrt{\frac{(\mu - 1)^2 \omega_*^2 (T_{M_1^*}^2 + \nu^2 \omega_*^2)}{[1 - \mu(1 + \nu) \omega_*^2 + \mu \nu \omega_*^4]^2 + \mu^2 T_{M_1^*}^2 \omega_*^2 (1 - \omega_*^2)^2}}, \quad (11)$$

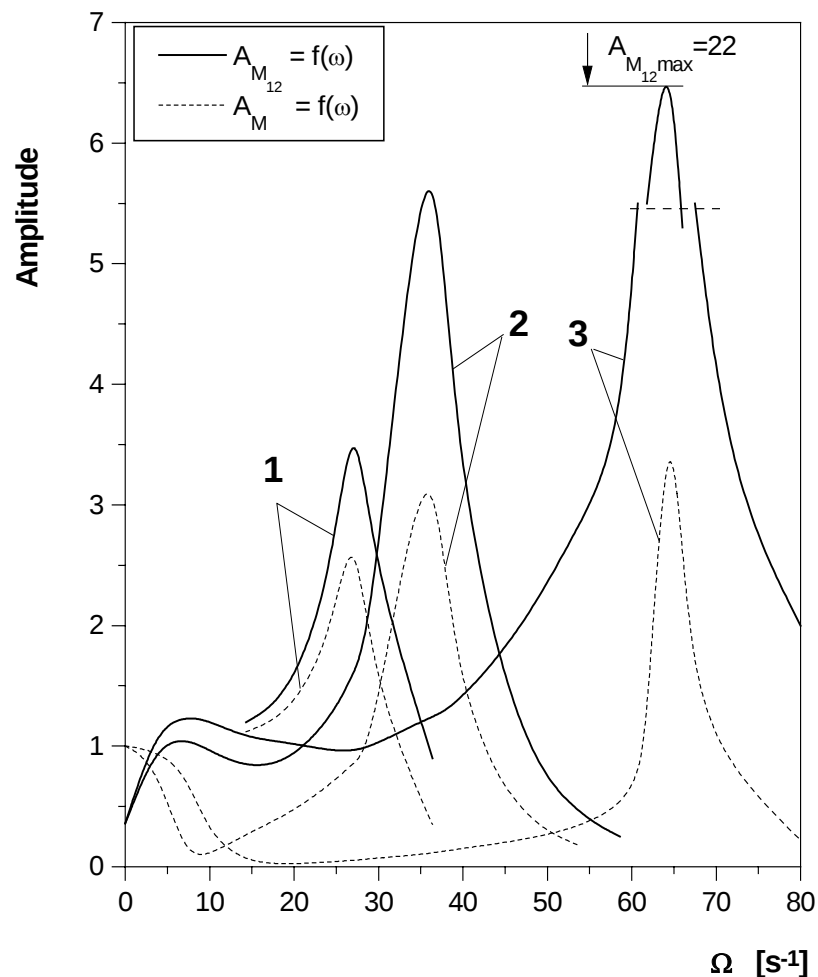
$$A_M(\omega_*) = \sqrt{\frac{(\mu\omega_*^2 - 1)^2}{[1 - \mu(1 + \nu)\omega_*^2 + \mu\nu\omega_*^4]^2 + \mu^2 T_{M1}^2 \omega_*^2 (1 - \omega_*^2)^2}}. \quad (12)$$

Na obr. 2 sú uvedené amplitúdo-frekvenčné charakteristiky podľa (11) a (12) pre $\mu = 10$; $T_{M1} = 0,02s$; $T_e = 0,1$ a rôzne Ω_0 (21; 31.4; 62.8 rad/s).

5. Záver

Z obr. 2 vyplýva, že pri dostatočne veľkej hodnote elektromagnetickej konštanty $T_e = 0,1s$ a frekvenciách blízkyh Ω_0 dochádza k prudkému rezonančnému nárastu amplitúd, pričom veľkosť amplitúdy rastie s veľkosťou Ω_0 . To možno vysvetliť zoslabením elektromechanickej väzby v závislosti od zväčšenia frekvencie pri danom T_e , čo vyplýva zo vzťahu pre dynamickú tuhosť charakteristiky

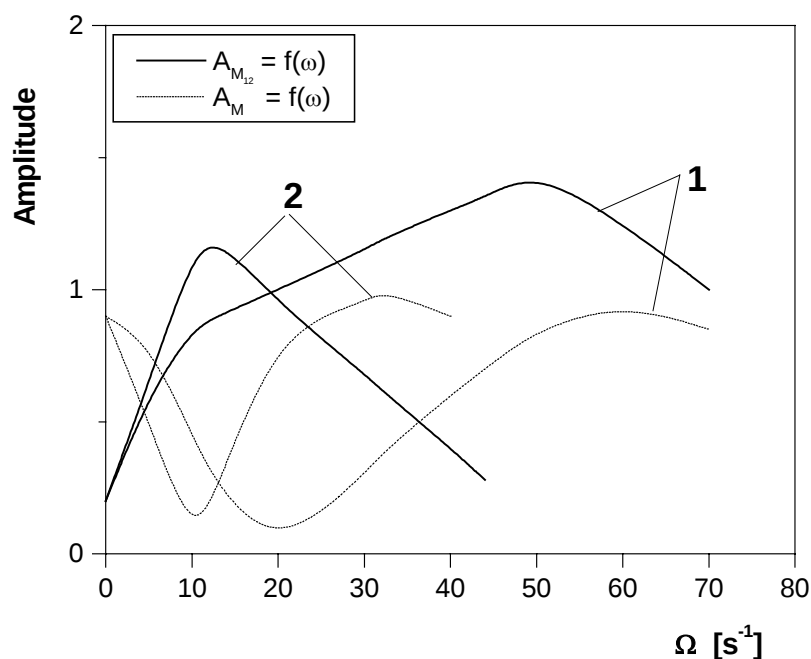
$$\beta_d = -\frac{\beta}{1 + T_e p}. \quad (13)$$



Obr. 2 Amplitúdo-frekvenčné charakteristiky
1 - $\Omega_0 = 21$ rad/s; 2 - $\Omega_0 = 31,4$ rad/s; 3 - $\Omega_0 = 62,4$ rad/s .

S rastom frekvencie tuhosť mechanickej charakteristiky klesá a prejavuje sa fázový posuv, ktorý znižuje zložku momentu motora zodpovedajúcu viskóznemu tlmeniu. Okrem toho s rastom frekvencie dochádza k znižovaniu amplitúdy uhlovej rýchlosti rotora motora. Tieto faktory spôsobujú pri náraste Ω_0 zväčšovanie amplitúdy momentu pružnej väzby, pričom amplitúdy hnacieho momentu a prúdu motora zostávajú v oblasti rezonancie na pôvodnej úrovni.

Hlavnú úlohu v danom prípade zohráva elektromagnetická konštanta T_e . Pri $T_e = 0$ rezonančné úkazy prakticky zanikajú (obr. 3) v dôsledku rastu tlmenia.



Obr. 3 Amplitúdo-frekvenčné charakteristiky pre $T_e = 0$

Práca vznikla vďaka finančnej podpore MŠ SR v rámci projektu MVTS "Pohony a prenosy", úlohy MVTS-RF/CR/SR/2 a úlohy VEGA č. 1/9102/2 - „Dynamická analýza a syntéza rotačných strojových agregátov“.

6. Literatúra

- Mudrik, J. (2000) Rezonančné javy v elektromechanickej sústave s uvažovaním vôle v ozubení. *Inženýrska mechanika*, Roč. 7, č. 4, str. 299-308.
- Mudrik, J. & Labašová, E. & Nad', M. (1998) Vplyv parametrov elektropohonu na kmitanie v elektromechanickej sústave, in: *Zborník konferencie s medzinárodnou účasťou Akademická Dubnica '98*. Dubnica nad Váhom, str. 133-138.
- Mudrik, J. (1992) The effect of the speed torque characteristics upon the steady-state motion of the machine aggregate, in: *Proceedings VIth International conference on theory of machines and mechanisms*, Liberec, pp. 199-204.