

STOCHASTIC SIMULATION OF CREEP CRACK GROWTH IN TEST SPECIMENS

Jan Korouš, Jan Masák *

Summary: Creep of metallic materials causes damage of many components in power and chemical industry. The process results in crack initiation, its growth and final fracture. The creep crack growth can be determined using the C^* -integral. The evaluation of the C^* -integral is described in R5 assessment procedure. However, calculation inputs (load, dimensions, material properties) show variation and can be considered as random variables. This paper is focused on stochastic simulation of creep crack growth. The Monte Carlo method was employed to determine distribution functions of time which is necessary for growth to given crack size. The procedure was applied to some test specimens (CT, MT) but it can be used for creep crack simulation in real structures, for example in piping.

Key words: Creep crack growth, Monte Carlo method.

1. Úvod

Technická díla bývají během svého provozu vystavena podmínkám, vedoucím k postupné degradaci materiálu a závažné poruše, která může nastat podstatně dříve, než je očekávaná životnost zařízení. Mezi procesy, které vedou k poškození konstrukcí patří koroze, únava a u zařízení, která pracují za vysokých teplot, též creep kovových materiálů.

Degradace má několik fází. První je etapa iniciace trhliny, kdy po mikrostrukturních změnách dochází ke vzniku trhliny, která má schopnost dále růst. A právě podkritický růst trhliny představuje další etapu degradačního procesu. Pokud dosáhne defekt kritických rozměrů, dojde k jeho nestabilnímu šíření, k lomu. U některých zařízení může mít lom katastrofální následky a způsobit ztráty na životech, nebo ohrozit životní prostředí.

Jelikož parametry, které vstupují do výpočtu zbytkové životnosti vykazují náhodný charakter a lze je popsat pomocí distribučních funkcí, popř. histogramů, je třeba stav zařízení a jeho zbytkovou životnost posuzovat pravděpodobnostními metodami. Výsledkem je tedy např. pravděpodobnost iniciace trhliny, jako funkce času, nebo pravděpodobnost dosažení hloubky trhliny v daném čase.

Předložený příspěvek se zabývá pravděpodobnostním popisem etapy podkritického růstu trhliny v podmínkách creepu. Model popisující růst defektu je použit v případě, kdy se současně předpokládá náhodný charakter několika vstupních parametrů úlohy.

2. Model růstu trhliny v podmínkách creepu

Základní úlohou je nalezení závislosti hloubky trhliny a na čase t . Použitý postup se opírá o metodiku R5 (British Energy Generation Ltd, 2003). Modelový příklad použití tohoto postupu lze nalézt např. v (Ainsworth and Colemann, 1987) a metodika byla též použita při řešení praktických problémů (Korouš and Biela, 2002).

*Ing. Jan Korouš, Ph.D., Ing. Jan Masák, BiSAFE s.r.o., Malebná 1049, 149 00 Praha 4, Tel: 267 913 337, e-mail: korous@bisafe.cz

Rychlost růstu trhliny $\dot{a}$ creepovými procesy lze vyjádřit rovnicí (British Energy Generation Ltd, 2003):

$$\dot{a} = \frac{da}{dt} = A_c (C^*)^q, \quad (1)$$

kde A_c a q představují materiálové parametry. Hodnota q se pohybuje kolem jedné a konstantu A_c lze odhadnout ze vztahu:

$$A_c = \frac{D}{\epsilon_m}. \quad (2)$$

Pokud se délka trhliny měří v metrech, pak hodnota D se pohybuje v rozmezí od 0,3 pro případ rovinné napjatosti do 15 pro případ rovinné deformace. Veličina ϵ_m je mezní deformace při creepu v procentech.

Parametr C^* ve vztahu (1) je tzv. C^* -integrál. Jde o analogii k J -integrálu pro oblast creepu. Pro jeho stanovení je možno použít přibližný vztah (British Energy Generation Ltd, 2003):

$$C^* = \sigma_{ref} \dot{\epsilon}_{ref} R, \quad (3)$$

kde $R = (K_I / \sigma_{ref})^2$, σ_{ref} je referenční napětí, $\dot{\epsilon}_{ref}$ je rychlost creepové deformace pro referenční napětí σ_{ref} a K_I je součinitel intenzity napětí.

Referenční napětí σ_{ref} je definováno vztahem (British Energy Generation Ltd, 2001):

$$\sigma_{ref} = \frac{F}{F_L(\sigma_K, a)} \sigma_K, \quad (4)$$

kde F představuje zatížení konstrukce (tlak, síla) a $F_L(\sigma_K, a)$ je mezní zatížení při plastickém kolapsu závislé pro danou konstrukci na délce trhliny a a mezi kluzu σ_K .

Při integraci vztahu (1) je tedy pro analyzovanou konstrukci s trhlinou nutno znát součinitel intenzity napětí K_I a mezní zatížení F_L jako funkce hloubky trhliny a . Tyto závislosti lze pro řadu typů trhlin najít v literatuře, např. (Anderson, 1995; Miller, 1988; Murakami, 1987).

Dále je též nutno znát rychlost creepové deformace $\dot{\epsilon}_{ref}$. Nejjednodušší je použití Nortonova vztah ve formě $\dot{\epsilon}_{ref} = K(\sigma_{ref})^n$. Pro případy řešené v tomto příspěvku byl použit komplexní model tečení, kdy byla rychlost creepové deformace odvozena od křivek tečení popsaných rovnicí (Bína et al., 2003):

$$\epsilon(t|\sigma, T) = \epsilon_0 \left(\frac{\epsilon_m}{\epsilon_0} \right)^{g[\pi(t)]}, \quad (5)$$

kde ϵ_0 je počáteční deformace v čase $t = 0$ hod, ϵ_m je mezní deformace a $g[\pi(t)]$ je funkce poškození $\pi(t)$. Creepové poškození $\pi(t)$ je definováno jako poměr doby expozice v podmínkách creepu vůči době do lomu t_r , která je funkcí napětí a teploty. Jelikož se referenční napětí σ_{ref} během výpočtu mění, je nutno použít vhodnou hypotézu přechodu mezi křivkami tečení při výpočtu $\dot{\epsilon}_{ref}$. V tomto případě bylo použita hypotéza Life-fraction rule, tj. přechod při konstantním poškození (viz např. (Penny and L., 1995)).

Závislost $a(t)$ se získá integrací rovnice (1) s použitím vztahů (3) až (5). Analytické řešení této úlohy je prakticky nemožné, proto se použije vhodná numerická metoda.

3. Stochastický popis růstu trhliny

Jak již bylo uvedeno výše, veličiny, které vstupují do výpočtu růstu trhliny, mají náhodný charakter. Potom lze nahlížet na růst trhliny jako na náhodný proces.

Při výpočtech bylo uvažováno, že náhodné veličiny jsou rozměry tělesa a materiálové vlastnosti. Pro charakteristický rozměr tělesa W bylo uvažováno Gaussovo rozdělení se střední hodnotou W_s a rozptylem δ_W .

Použije-li se popisu křivek tečení podle rovnice (5), pak se jejich náhodný charakter vyjádří pomocí distribučních funkce doby do lomu t_r a distribučních funkce mezní deformace ϵ_m .

Pro logaritmus doby do lomu t_r lze použít distribuční funkci ve tvaru (Korouš et al., 1997):

$$\log t_r = \mu(\sigma, T) + \Omega_r \delta_r, \quad (6)$$

kde $\mu(\sigma, T)$ je střední logaritmus doby do lomu jako funkce napětí σ a teploty T , Ω_r je náhodná veličina s normálním Gaussovým rozdělením $N(0, 1)$ a δ_r je směrodatná odchylka logaritmu doby do lomu.

Mezní deformace ϵ_m je popsána vztahem (Korouš et al., 1997):

$$\epsilon_m = \exp \left\{ M_1 + M_2 \operatorname{tgh} \left[\frac{\ln t_r - M_3 - M_4 T}{M_5} \right] + \Omega_m \delta_m \right\} + 100 \frac{\sigma}{E(T)}, \quad (7)$$

kde M_1 až M_5 jsou materiálové parametry, Ω_m je náhodná veličina s normálním Gaussovým rozdělením $N(0, 1)$, δ_m je směrodatná odchylka logaritmu mezní deformace a $E(T)$ je modul pružnosti jako funkce teploty T .

Náhodné veličiny byly generovány pomocí metody Monte Carlo a podle postupu uvedeného v kap. 2. byla vypočtena buď hloubka trhliny, které je dosaženo v definovaném čase, nebo stanoven čas, za který trhlina doroste definované hloubky. Výsledky byly zpracovány tak, aby bylo možno zjistit kvantily pro zvolené veličiny, jako např. čas potřebný k šíření do předem definované hloubky.

4. Analyzovaná tělesa

Stochastický růst trhliny byl simulován pro dva typy zkušebních vzorků – CT vzorek a MT panel. Obr. 1 znázorňuje základní rozměry pro tyto vzorky. V obou případech byla uvažována shodná střední hodnota charakteristického rozměru $W_s = 20$ mm a konstantní tloušťka $B = 1$ mm. Výpočet probíhal pro stav rovinné deformace. Materiálové vlastnosti odpovídaly oceli 15 128 při teplotě 553 °C. V modelu pro růst trhliny (1) bylo uvažováno, že $D = 5$ a $q = 0,85$. Pro jednoduchost bylo předpokládáno, že všechny směrodatné odchylky nabývají stejné hodnoty 0,05. Jednotlivé vzorky se však lišily úrovní zatížení a počáteční délkou trhliny. Parametry byly zvoleny tak, aby se čas potřebný k růstu na zvolenou hloubku nelišil pro různé vzorky více než o řád.

4.1. CT – vzorek

Pro CT vzorek bylo uvažováno, že výchozí délka trhliny je $a_0 = 5$ mm a těleso je zatíženo silou $F = 200$ N.

Pro výpočet součinitele intenzity napětí K_I byl použit vztah podle (Anderson, 1995):

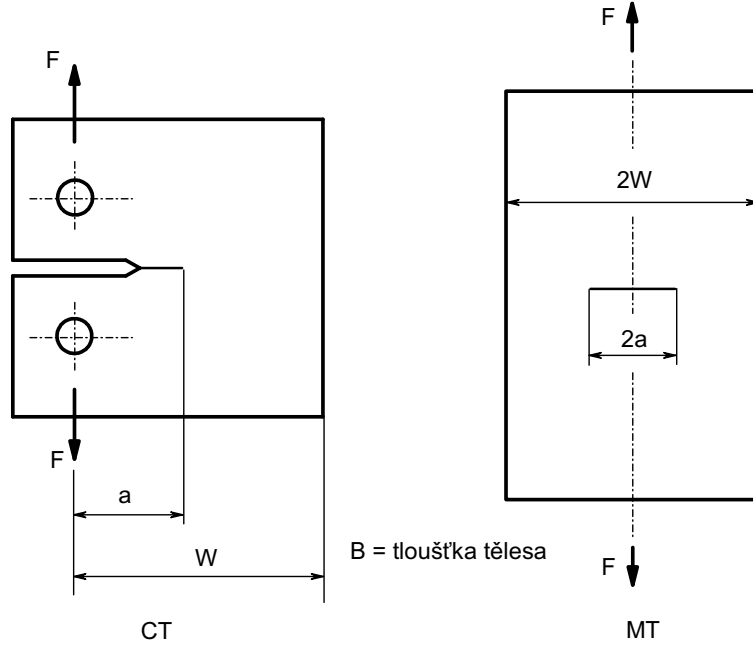
$$K_I^{CT} = \frac{F \left(2 + \frac{a}{W} \right)}{B \sqrt{W} \left(1 - \frac{a}{W} \right)^{\frac{3}{2}}} \left[0,886 + 4,64 \frac{a}{W} - 13,32 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 14,72 \left(\frac{a}{W} \right)^3 - 5,6 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right] \quad (8)$$

Mezní sílu F_L , potřebnou pro výpočet referenčního napětí, lze pro CT vzorek stanovit pomocí rovnice (Miller, 1988):

$$F_L^{CT} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_K W B \left[\sqrt{2,702 + 4,599 \left(\frac{a}{W} \right)^2} - 1 - 1,702 \frac{a}{W} \right] \quad (9)$$

4.2. MT panel

V případě MT panelu byla uvažována vyšší zátěžná síla i větší počáteční hloubka trhliny. Bylo předpokládáno, že $F = 1000$ N a počáteční délka trhliny $a_0 = 10$ mm



Obrázek 1: Charakteristické rozměry CT vzorku (vlevo) a MT panelu (vpravo)

Součinitel intenzity napětí pro MT panel lze stanovit podle rovnice (Anderson, 1995):

$$K_I^{MT} = \frac{F}{B\sqrt{W}} \sqrt{\frac{\pi a}{4W}} \sec \frac{\pi a}{2W} \left[1 - 0,025 \left(\frac{a}{W} \right)^2 + 0,06 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right] \quad (10)$$

Mezní síla F_L je dána vztahem (Miller, 1988):

$$F_L^{MT} = \frac{4}{\sqrt{3}} B(W - a) \sigma_K \quad (11)$$

5. Výsledky

Obr. 2 a 3 znázorňují výsledky provedených simulací. Z důvodu názornosti je znázorněn pouze omezený počet realizací náhodného procesu.

Vyhodnocován byl čas potřebný k růstu trhliny z počáteční hloubky a_0 na definovanou hloubku a_f . Je možný i postup, kdy se zadá koncový čas t_f a zjišťuje se distribuční funkce hloubky trhliny v čase t_f . U této varianty je však nutno vzít v úvahu fakt, že mohou nastat situace, kdy je rychlost růstu trhliny tak vysoká, že by mohla trhlina prorůst celý zbytkový průřez v čase menším než t_f . V takovém případě výpočet zkolabuje.

Ze znázorněných výsledků vyplývá, že s rostoucí konečnou délkou trhliny roste rozptyl výsledků. Po dosažení zadané hodnoty a_f byla vyhodnocena distribuční funkce času a stanoveny kvantily, které odpovídaly pravděpodobnostem 5%, 50% a 95 %. Tyto kvantily jsou pak vykresleny na obr. 2 a 3.

Výsledky pak lze interpretovat následujícím způsobem. V případě CT vzorku je např. hloubky trhliny $a_f = 10$ mm, tj. nárůst o 5 mm, dosaženo s pravděpodobností 5% v čase $t = 1319$ hod. U MT panelu je pak nárůstu na $a_f = 15$ mm dosaženo s pravděpodobností 5% v čase $t = 2227$ hod. Podobně lze stanovit i časy pro jinou hladinu pravděpodobnosti.

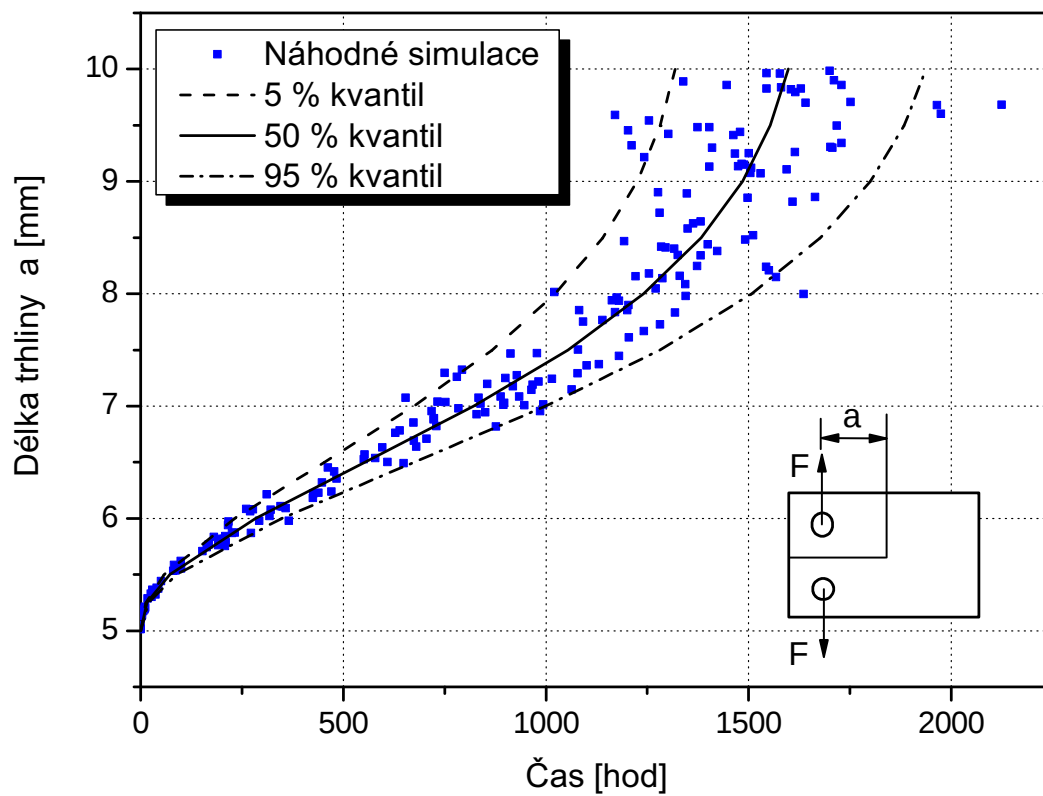
6. Závěr

Byla provedena řada výpočtů za účelem simulace náhodného charakteru růstu trhliny procesy tečení a vyhodnoceny kvantily času nutného pro dosažení trhliny definované hloubky, přičemž postup umožnil uvažovat variability vstupních parametrů úlohy. Výpočet byl proveden pro dva typy zkušebních vzorků, ale lze ho modifikovat i pro růst trhlín v jiných tělesech, např. v trubkách. V těchto modelových případech byly uvažovány shodné směrodatné odchylky náhodných veličin. Výpočet však lze realizovat i pro jiné hodnoty, které je třeba vyhodnotit z experimentálních dat, popř. je možno použít jiné typy distribučních funkcí.

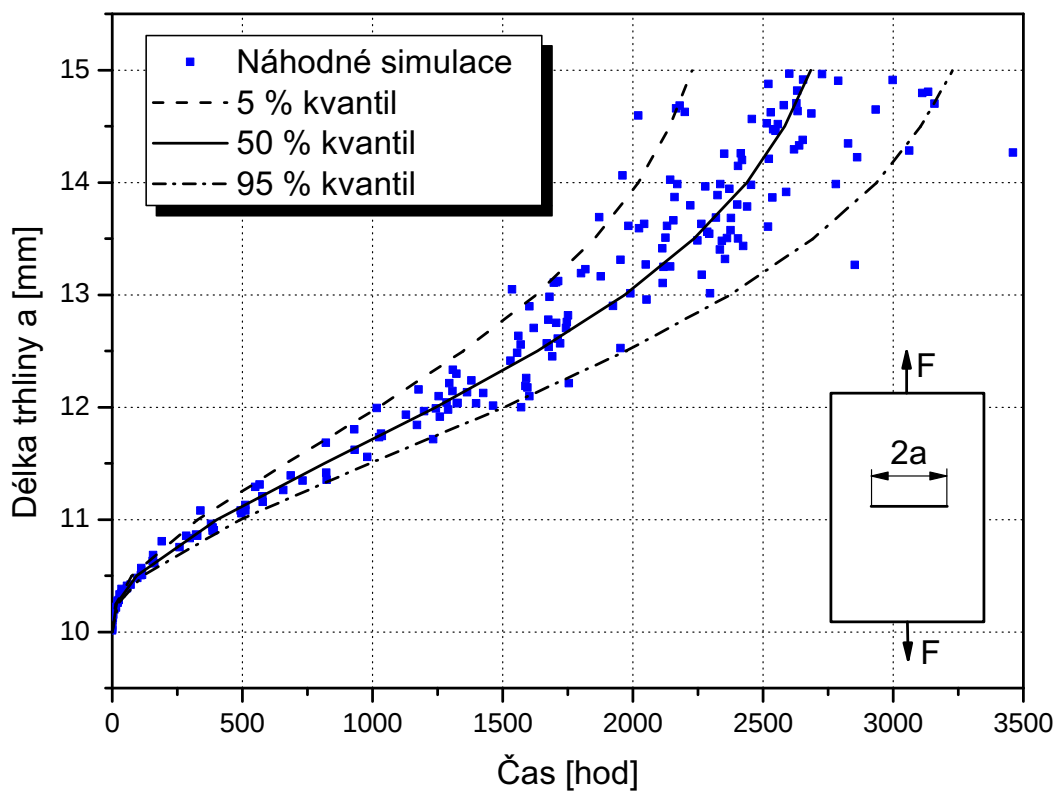
Uvedený postup představuje dílčí krok v analýze zbytkové životnosti zařízení pracujících v creepové oblasti. Je ho třeba doplnit posouzením, zda je trhlina, která narostla o jistou délku, stále přípustná a nehrozí nebezpečí náhlého porušení. Použije-li se opět pravděpodobností formulace problému, pak je možno získat závislost pravděpodobnosti lomu na čase. Vývoj modulu pro posouzení kritické velikosti defektu proto představuje úkol pro nejbližší budoucnost.

References

- Ainsworth, R. A. and Colemann, M. C. (1987). Example of an Application of an Assessment Procedure for Defects in Plant Operating in the Creep Range. *Fatigue Fracture Engng. Mater. Struct.*, 10(2):129–140.
- Anderson, T. L. (1995). *Fracture Mechanics – Fundamentals and Application*. CRC Press, Inc., 2000 Corporate Blvd., N.W., Boca Raton, Florida 33431, 2. edition.
- Bína, V., Bielak, O., and Sobotka, J. (2003). Constitutive Equations for The Creep Strenght and Strain Characteristic of The 0,5Cr0,5Mo0,3V Steel in Dependence on The Yield and Ultimate Strenght. *Engineering Mechanics*, 10(2):83–98.
- British Energy Generation Ltd (2001). Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects, R6 – Revision 4. British Energy Generation Ltd.
- British Energy Generation Ltd (2003). An Assessment Procedure for the High Temperature Response of Structures, Issue 3,. British Energy Generation Ltd.
- Korouš, J. and Bielak, O. (2002). Podkritický růst trhliny ve svarovém spoji mezi komorou a parovodem kotle výkonu 230 t/h. In Houfek, L., Hlavoň, P., and Krejčí, P., editors, *Engineering Mechanics 2002, National Conference with International Participation*, Svratka. Institute of Mechanics of Solids, University of technology, Brno. CD-ROM.
- Korouš, J., Bína, V., and Bielak, O. (1997). Analýza redistribuce napětí a životnosti Y-kusu při stochastickém pojetí procesu tečení. In Náprstek, J. and Minster, J., editors, *Engineering Mechanics '97, National Conference with International Participation*, volume III – Fracture Mechanics, Reliability of Structures, Biomechanics, pages 23–28, Svratka. Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic.
- Miller, A. G. (1988). Review of Limit Loads of Structures Containing Defects. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 32:197–327.
- Murakami, Y. (1987). *Stress Intensity Factors Handbook*. Pergamon Press, New York.
- Penny, R. K. and L., M. D. (1995). *Design for Creep*. Chapman & Hall.



Obrázek 2: Výsledky simulací pro CT vzorek



Obrázek 3: Výsledky simulací pro MT panel