

COMPUTING TECHNIQUE IN CONTACT FATIGUE

R. Halama*, J. Lenert*

Summary: *This article analyses some computational methods for the solution of cyclical point contact in the area of contact fatigue. The three-dimensional elastic-plastic rolling contact stress analysis was solved by Ansys 7.0 software. The Hertzian pressure distribution was assumed for the normal surface contact load. The task of solutions was the assessment of influence for the considered cyclic plasticity model. The applied method was compared with the computation using surface-surface contact elements. Results show hysteresis loops, which were used for the calculating the number of cycles to failure by the three chosen criteria of multiaxial fatigue.*

1. Úvod

Jev kontaktní únavy se objevuje v řadě oblastí inženýrské praxe a tudíž se řešení této složité problematiky věnuje mnoho vědeckých pracovišť na celém světě. Při valivém kontaktu dochází k opakujícímu se místnímu zatížení povrchu, tedy dochází k únavě materiálu a příslušné poškození povrchu nazýváme kontaktní únavou. Základním rysem kontaktní únavy je výrazně trojosá napjatost. V posledních letech výzkum pokročil zejména v oblasti valivého kontaktu s uvažováním vzniku plastických deformací a bylo prokázáno, že u některých kovových materiálů při odvalování může dojít k cyklickému nárůstu plastické deformace (ratchetting).

S rozvojem hardware počítačových systémů se objevují nové možnosti pro řešení problematiky kontaktní únavy pomocí numerických metod. Autoři se zaměřili na dva tradiční způsoby numerického řešení, které aplikovali na případ připravovaného experimentu. Stejně problematické jako numerické řešení úlohy je odhad počtu cyklů do iniciace trhliny pomocí kritérií multiaxiální únavy nebo zjišťování okamžiku vzniku mikrotrhlin při experimentu. Článek se zabývá pouze prvními dvěma tématy. Experiment bude obsahem dalších studií.

* Ing. Radim Halama, prof. Ing. Jiří Lenert, CSc.: Katedra pružnosti a pevnosti, Fakulta strojní, VŠB-TU Ostrava; 17. listopadu 15; 708 33 Ostrava-Poruba; tel.: +420.597 323 495; e-mail: radim.halama@vsb.cz, jiri.lenert@vsb.cz

2. Numerické řešení

Kontaktní problémy lze v komerčních programech řešit v zásadě dvěma způsoby. První možností je použití kontaktních prvků. Této oblasti řešení problému se prozatím mnoho článků v odborných časopisech nevěnuje, výjimkou je například článek (Telliskivi et al., 2000). Důvodem je zřejmě to, že výsledky jsou značně závislé na kvalitě sítě elementů v kontaktní oblasti. Přesto má tento přístup budoucnost. Největší výhodou je zkrácení času pro vytvoření modelu a není nutno znát okrajové podmínky v kontaktní oblasti. Problémy s konvergencí s sebou však také přinášejí obtížnost simulace dopředného odvalování (tj. odvalování pouze v jednom směru). Dopředné odvalování lze modelovat jen pomocí maker, protože je nutné uvést odvalující se těleso do původní polohy po každém přejezdu.

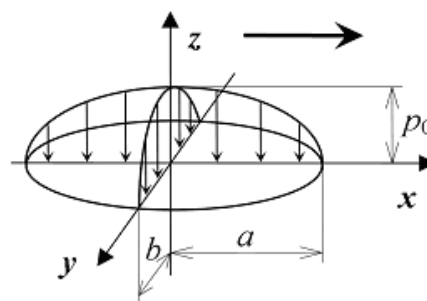
U druhého způsobu řešení valivého kontaktu se modeluje pouze jedno těleso a odvalování je simulováno posouváním povrchového tlaku. Výhodou této metodiky řešení je kratší čas výpočtu a zejména snadnější simulace dopředného odvalování (Jiang et al., 2002). Normálový tlak na povrchu lze zadávat například v Hertzově tvaru

$$p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}, \quad (1)$$

kde p_0 je největší hodnota normálového tlaku působícího na kontaktní plochu ve tvaru elipsy s poloměry a , b (Obr. 1). Průběh tlaku lze také zadat podle experimentu či předchozího numerického výpočtu. U problémů se zahrnutím vlivu tření se většinou smykové napětí na okraji předpokládá jako proporcionální k normálovému tlaku. Obvykle je uvažováno Coulombovo tření, a tedy třecí napětí je dáno vztahem

$$\tau = \eta \cdot p, \quad (2)$$

kde η je koeficient tření. Skutečný průběh se však značně liší, pokud se uvažuje prokluz. Velikost třecích sil má na výsledky značný vliv. Podrobněji se tomu věnuje článek (Jiang et al., 2002), kde lze nalézt také zajímavé srovnání výsledků 2D a 3D úlohy při uvažování okrajových podmínek dle (1) a (2).



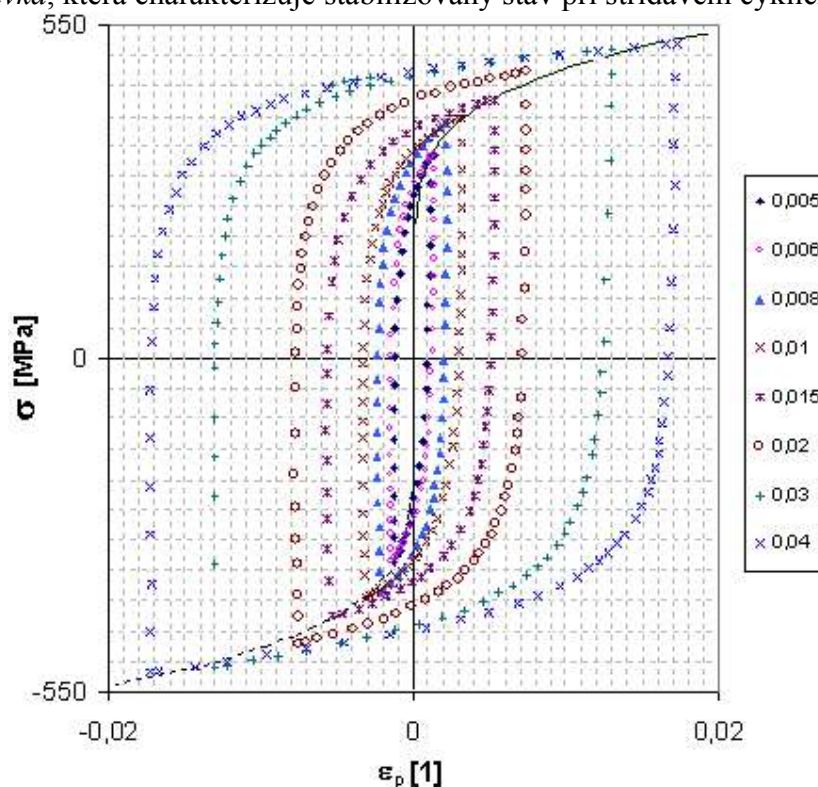
Obrázek 1 Průběh tlaku dle Hertze

3. Další možnosti simulace valivého kontaktu

Z důvodu časové náročnosti výpočtu při použití klasických softwarových MKP produktů se často používají analytické a tzv. semianalytické metody nebo také metoda hraničních prvků (MHP). Aplikaci MHP pro valivý kontakt provedli např. (Dong & Bonnet, 2002), kde řešili kontakt tělesa na polorovině pro případ rovinné deformace. Dalšími metodami, které byly vyvinuty pro řešení valivého kontaktu jsou Stationary Method (Dang Van & Maitournam, 1993) a Direct method (Sakae & Keer, 1997). Tyto semianalytické metody využívají různých zjednodušujících předpokladů. Výhodou semianalytických přístupů je hlavně značné zkrácení výpočetní doby, problémem však zůstává jejich naprogramování.

4. Modely zpevnění materiálu

Při numerickém řešení odvalování hraje velmi důležitou roli použitý model zpevnění pro popis chování materiálu v elastoplastické oblasti. Při cyklickém zatěžování dochází v počátečním stádiu v důsledku mikrostrukturních změn zároveň ke změně napětově-deformační odezvy i fyzikálních vlastností. Odpor materiálu vůči cyklické plastické deformaci může růst – *cyklické zpevňování*, klesat – *cyklické změkčování* nebo může dojít k superpozici obou procesů. Detekce změn mechanických vlastností se provádí na moderních zkušebních zařízeních, které umožňují udržovat v průběhu zatěžování konstantní amplitudu napětí (stress-controll test) nebo amplitudu celkové resp. plastické deformace (strain-controll test). Pro zkoumaný materiál 11523, z kterého je vyrobena zkušební kladka v připravovaném experimentu, byla provedena zkouška s konstantním rozkmitem deformace (obr.2). Aproximací bodů ve vrcholech ustálených hysterezích smyček vznikne tzv. *cyklická deformační křivka*, která charakterizuje stabilizovaný stav při střídavém cyklickém namáhání.



Obrázek2 Hysterezní smyčky pro různé hodnoty rozkmitu celkové deformace $\Delta\epsilon$

Uzavřenou hysterezi smyčku lze simulovat při použití vhodného kinematického modelu zpevnění. Pro popis chování materiálu při nesymetrickém cyklu (nebezpečí ratchettingu) není vhodný multilineární kinematický model, lze však využít například nelineární kinematický model upravený Chabochem (Lemaitre & Chaboche, 1990), který vychází z kritéria plasticity ve tvaru

$$f = J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - k, \quad (3)$$

kde k je mez kluzu určovaná z cyklické deformační křivky, $\boldsymbol{\sigma}$ je tenzor napětí a $\mathbf{X}$ je kinematický tenzor udávající posunutí středu plochy plasticity. Dle (Lemaitre & Chaboche, 1990) je výhodné kinematický tenzor vytvořit pomocí tří částí

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{X}_i, \quad (4)$$

kde pro evoluci každé části platí pravidlo

$$d\mathbf{X}_i = \frac{2}{3} C_i d\boldsymbol{\varepsilon}_p - \gamma_i \mathbf{X}_i dp \quad (5)$$

zavedené již v roce 1966 Armstrongem a Frederickem, v němž je $\boldsymbol{\varepsilon}_p$ tenzor plastické deformace a C_i , γ_i jsou materiálové konstanty, které lze určit například nelineární regresí cyklické deformační křivky. Jestliže uvažujeme superpozici tří kinematických tenzorů, z nichž pro poslední platí $\gamma_3 = 0$ (nelineární kinematické pravidlo přejde v lineární), pak je aproximační funkce dána relací

$$\sigma_a = k + \frac{C_1}{\gamma_1} \cdot \tanh(\gamma_1 \cdot \varepsilon_{ap}) + \frac{C_2}{\gamma_2} \cdot \tanh(\gamma_2 \cdot \varepsilon_{ap}) + C_3 \cdot \varepsilon_{ap}, \quad (6)$$

kde σ_a , ε_{ap} je amplituda napětí respektive amplituda plastické deformace a „tanh“ je hyperbolický tangens. Pro počáteční volbu hledaných parametrů je možno vycházet z bodů cyklické deformační křivky. Při nelineární regresí byla použita Newton-Gausova iterační metoda, která velmi rychle konverguje k řešení, je však citlivější na počáteční volbu parametrů. Získané hodnoty konstant Chabochova modelu jsou v tabulce 1.

Při identifikaci konstant Chabochova modelu je možno také vyjít z ustálené hysterezní smyčky (Bari & Hassan, 2000), případně kombinovat oba přístupy tak, aby chování materiálu bylo popsáno co nejpřesněji.

Velikost posledního parametru Chaboche doporučil $\gamma_3 = 0$, v takovém případě při jednoosém namáhání však nemůže nastat ratchetting, ale po určitém počtu cyklů se vytvoří stabilizovaná hysterezní smyčka. Pro mnohé materiály to ovšem neodpovídá realitě a při numerickém modelování lze konstantního nárůstu deformace dosáhnout právě vhodnou volbou velikosti parametru γ_3 . Jelikož autorům není pro materiál 11523 známo chování při nesymetrickém cyklu, byl zvolen parametr $\gamma_3 = 9$ obdobně jako v (Bari & Hassan, 2000). Z výsledků provedených výpočtů je patrné, že v případě odvalování nemá tento parametr na historii deformací tak velký vliv jako u jednoosého namáhání.

K zachycení efektu zpevnění materiálu nevystačí ani nelineární kinematický model navržený Chabochem. Jeho kombinací s nelineárním izotropním modelem lze již však simulovat stabilizaci napětí-ově-deformační odezvy velmi dobře (Lemaitre & Chaboche, 1990). V takovém případě přejde rovnice (3) na tvar

$$f = J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - R - k, \quad (7)$$

kde R je izotropní proměnná, jejíž změna se řídí rovnicí

$$dR = b(R_\infty - R)dp, \quad (8)$$

kde R_∞ , b jsou materiálové konstanty a dp je přírůstek akumulované plastické deformace. Velikost konstanty b , která určuje rychlost stabilizace hysterezní smyčky v případě zkoušky s konstantním rozkmitem deformace, lze stanovit buď ze vztahu

$$R = R_\infty (1 - e^{(-b \cdot p)}) , \quad (9)$$

jenž vznikne integrací rovnice (8) nebo přesněji z relace

$$\frac{\sigma_M - \sigma_{M0}}{\sigma_{MS} - \sigma_{M0}} \cong \frac{R}{R_\infty} = 1 - e^{(-b \cdot p)} \cong 1 - e^{(-2b \cdot \Delta \varepsilon_p \cdot N)}, \quad (10)$$

kde σ_{M0} , σ_{MS} je amplituda napětí u prvního, respektive stabilizovaného cyklu a σ_M je amplituda napětí v N -tém zátěžném cyklu. Konstantu R_∞ lze stanovit srovnáním relace pro monotónní zatěžování, která je u modelu definována

$$\sigma_a = k + \frac{C_1}{\gamma_1} \cdot \left(1 - e^{(-\gamma_1 \varepsilon_p)}\right) + \frac{C_2}{\gamma_2} \cdot \left(1 - e^{(-\gamma_2 \varepsilon_p)}\right) + C_3 \cdot \varepsilon_p + R_\infty \left(1 - e^{(-b \varepsilon_p)}\right) \quad (11)$$

s experimentálně zjištěnou závislostí (tahovou křivkou). Materiálové konstanty určené popsány způsoby pro materiál 11523 jsou uvedeny v tabulce 1.

Tabulka 1 Materiálové parametry stanovené pro ocel 11523

ZPEVNĚNÍ		Multilineární kinematické	Nelineární kinematické	Nelineární kinematické	Kombinované
VÝPOČET		1 (KIN), 5(S-S)	2 (CHAB)	3 (CHAB2)	4 (KOMB)
Elastické vlastnosti		E=210000MPa; $\mu=0,3$			
Elasto plastic ké vlastno sti	k	Zadáno 20 bodů cyklické deformační křivky	240	240	175
	$C_1; \gamma_1$		21814; 216	21814; 216	21814; 216
	$C_2; \gamma_2$		186356; 2150	186356; 2150	186356; 2150
	$C_3; \gamma_3$		4171; 0	4171; 9	4171; 0
	$R_\infty; b$		-	-	65; 10

5. Popis řešené úlohy

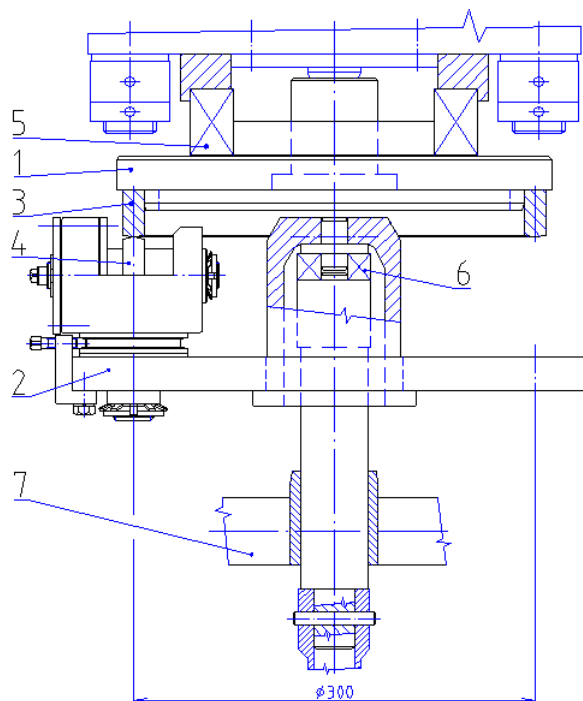
Realizovaný případ byl řešen metodou posouvání tlaku po povrchu a výpočtem s kontaktními prvky typu plocha-plocha v programu Ansys 7.0. V prvním případě byl průběh normálového tlaku a třecího napětí uvažován dle rovnic (1) a (2). Modelován byl případ dopředného odvalování zkušební kladky po kolejnici, které odpovídá připravovanému experimentu – obr.3. Pro úplnost je nutno poznamenat, že kladky jsou v experimentu tři a jsou rozmístěny rovnoměrně po obvodu kolejnice kruhového tvaru (po 120°). Simulováno bylo dopředné odvalování jako prostorová úloha s využitím symetrie kladky. Řešena byla jen její polovina. Radiální povrch kladky odpovídá kulové ploše o průměru 58mm. Síť konečných prvků byla použita stejná jako v článku (Halama & Frydrýšek, 2003). Jelikož není možné použít pro zjištění velikosti kontaktní plochy odpovídající požadované zátěžné síle hodnoty z analytického Hertzova řešení (pro elastický materiál), byly stanoveny poloměry kontaktní elipsy numerickým výpočtem pro přitlačení kladky na kolejnici silou $F=1000N$ při uvažování multilineárního kinematického zpevnění ($a=0,75mm$; $b=0,6mm$). Těmto hodnotám odpovídá pro $F=1000N$ maximální tlak $p_0=1,5F/S=1061MPa$, kde $S=\pi ab$ (obr.1).

Pro řešení problém byly provedeny čtyři výpočty metodou posouvání povrchového tlaku při zadání odlišných materiálových vlastností, patý výpočet byl proveden použitím kontaktních prvků plocha-plocha. První výpočet (dále označovaný KIN) byl proveden pro multilineární kinematický model. V druhém výpočtu (CHAB) byl uvažován nelineární kinematický model upravený Chabochem. Třetí výpočet (CHAB2) ukazuje vliv parametru γ_3 na výsledky řešení.

Velikost tohoto parametru byla zvolena $\gamma_3 = 9$ (viz tabulka 1). Výpočet čtvrtý (KOMB) byl proveden při uvážení superpozice nelineárního kinematického zpevnění a nelineárního izotropního zpevnění, která zachycuje zpevnění materiálu v prvních pojezdech. Poslední výpočet s kontaktními prvky (S-S) zahrnoval stejný model zpevnění jako první výpočet.

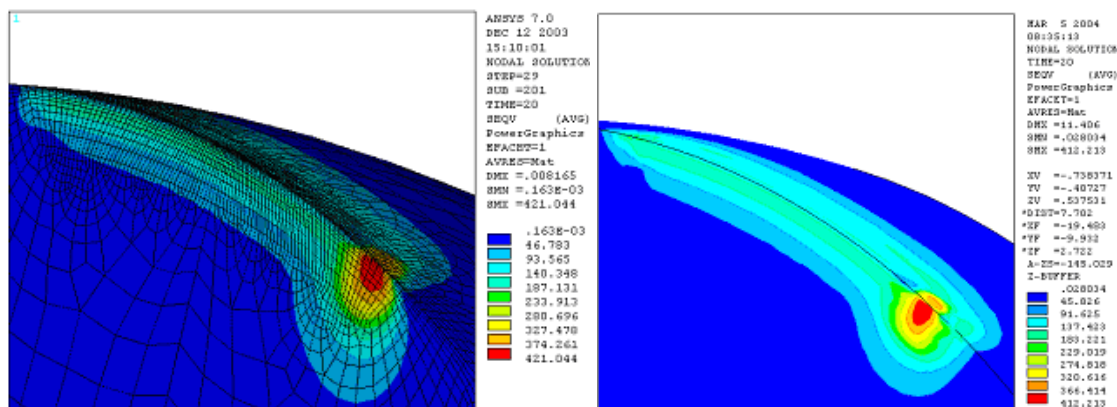
- 1 – horní unášec
- 2 – nosná deska
- 3 – kolejnice
- 4 – kladka
- 5 – přídavné axiální ložisko
- 6 – kulové ložisko
- 7 – pojistný příčník

Obrázek3 Zkušební zařízení pro zkoumání kontaktní únavy



6. Výsledky provedených výpočtů

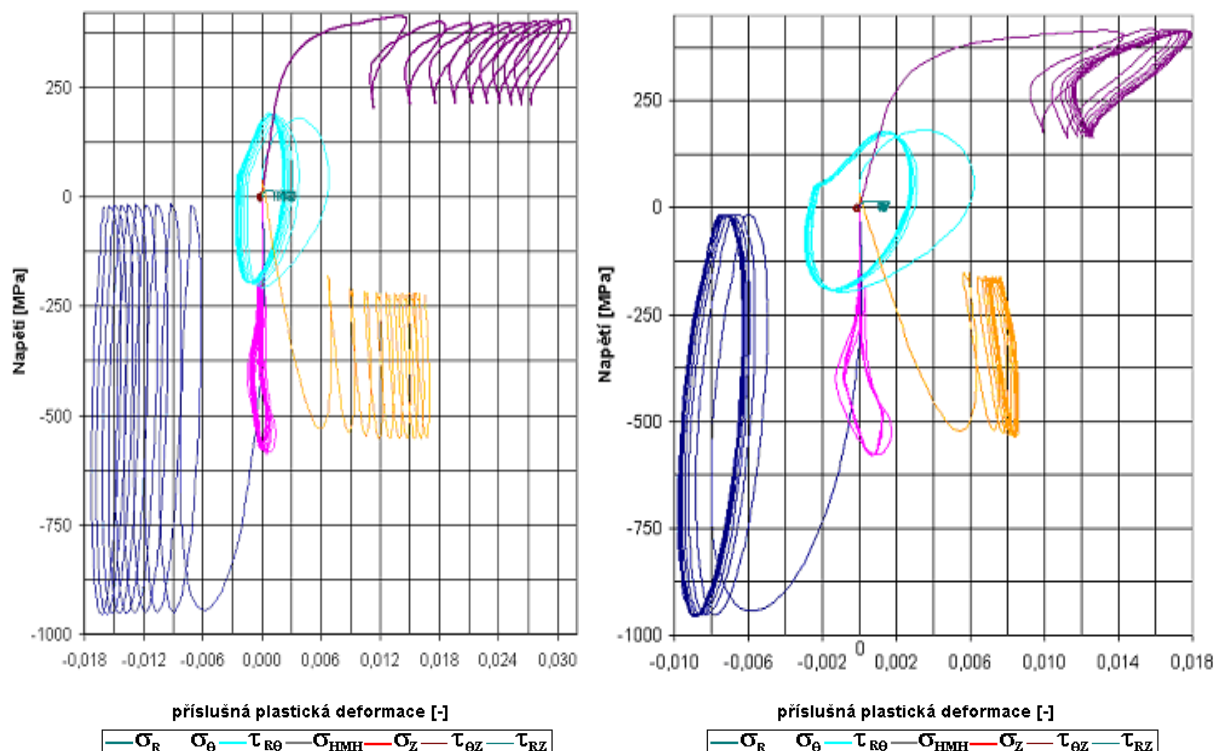
Každý výpočet byl proveden pro 10 cyklů zatížení. Po každém cyklu zatížení (posunutí tlaku z původní polohy o 12mm po obvodu) se změnila distribuce zbytkových napětí. Jejich průběh na konci výpočtů KIN a S-S je patrný z obr.4.



Obrázek4 Průběh ekvivalentních napětí σ_{HMH} u výpočtu KIN a S-S po 10-tém pojezdu

Pro další prezentaci výsledků výpočtu byly zvoleny závislosti složek napětí na příslušné deformaci, protože tato napětí odpovídají deformacím na stejných rovinách, kdežto u hlavních napětí a hlavních deformací tomu tak v plastické oblasti není. Se vznikem plastických deformací přestává platit kolineárnost směrů hlavních napětí a směrů hlavních deformací. Z důvodu efektivnějšího vyhodnocování výsledků byly hodnoty podstatných veličin přeneseny

do programu MS Excel. Souřadný systém pro výpis výsledků byl zvolen cylindrický s osou Z totožnou s osou rotace kladky a počátkem v jejím těžišti.



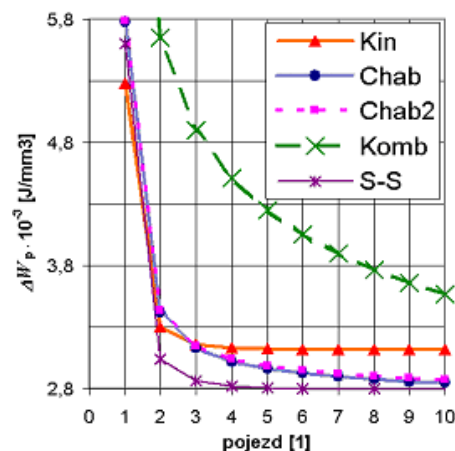
Obrázek 5 Napěťově deformační odezva u výpočtu CHAB (vlevo) a výpočtu KIN (vpravo)

Na obr.5 jsou uvedeny závislosti složek napětí $\sigma_R, \sigma_\theta, \sigma_Z, \tau_{R\theta}, \tau_{\theta Z}, \tau_{RZ}$ /MPa/ na příslušných celkových deformacích $\varepsilon_R, \varepsilon_\theta, \varepsilon_Z, \gamma_{R\theta}, \gamma_{\theta Z}, \gamma_{RZ}$ /1/ a závislost napětí dle von Misesa σ_{HMH} /MPa/ na celkové deformaci ε_{HMH} /1/ zjištěné v nejvíce zatíženém bodě kladky (uzel 6353 nacházející se 0,24mm pod povrchem) při použití kinematického modelu (KIN) a Chabochova modelu (CHAB). Indexy R, θ , Z značí radiální, tečný a podélný směr v cylindrickém souřadném systému. Ze srovnání těchto grafů je dobře patrný vznik cyklického tečení (ratchetting) při použití Chabochova modelu (CHAB). S každým pojezdem narostla plastická deformace v radiálním a axiálním směru kladky. Tvarová odlišnost křivek obou výpočtů na obr.5 je částečně způsobena také jiným měřítkem podélné osy.

Plocha hysterezních smyček v případě výpočtů KIN a S-S udává přímo velikost plastické práce

$$\Delta W_p = \int_{\text{cyklus}} \sigma d\varepsilon_p, \quad (12)$$

kterou je možno zvolit za určující veličinu pro predikci počtu cyklů do iniciace únavové trhliny (Garudovo kritérium – podrobněji v následující kapitole). Změna přírůstku plastické práce v závislosti na pojezdu kladky je pro všechny výpočty uvedena na obr.6, kde je zřetelná stabilizace odezvy materiálu pro jednotlivé modely zpevnění. Další důležité výsledky



Obrázek 6 Závislost přírůstku plastické práce na pojezdu

jsou shrnuty v tabulce 2. Ze čtvrtého řádku tabulky je patrné, že vliv parametru γ_3 na velikost přírůstku ekvivalentní plastické deformace za cyklus je při odvalování zanedbatelný.

Tabulka2 Výsledky (σ_{HMH} - největší zbytková napětí, $\delta\epsilon_p$ – přírůstek ekvivalentní plastické deformace von Mises za cyklus)

VÝPOČET →		KIN	CHAB	CHAB2	KOMB	S-S
$\Delta W_p \cdot 10^{-3}$ /J·mm ⁻³ /	Celkem	33,575	32,716	32,904	47,48	31,12
	10.cykly	3,116	2,846	2,871	3,566	2,794
σ_{HMH} /MPa/	Po 10.cyklu	168,5	229	243,9	204,8	166,4
$\delta\epsilon_p$ /1/	10.cykly	0	$9,54 \cdot 10^{-4}$	$9,54 \cdot 10^{-4}$	$10,51 \cdot 10^{-4}$	0

7. Použití kritérií multiaxiální únavy

Jelikož se v případě odvalování při bodovém styku těles vykytuje trojosý stav napjatosti, je nutno pro odhad životnosti použít kritéria multiaxiální únavy. V dostupné odborné literatuře lze nalézt velké množství kritérií (Macha & Sonsino, 1999). V poslední době jsou nejužívanější kritéria kritické roviny a energetická kritéria, z nichž bylo několik vybráno a aplikováno na řešený problém.

První kritérium zavedené *Lefebvrem* předpokládá, že hustota energie efektivních plastických deformací v jednom cyklu je parametrem ovlivňujícím iniciaci únavové trhliny (zjištěná jako malá trhlina, která je obvykle dána distorzí v hysterezní smyčce) při jednoosém či víceosém napětíovém stavu. Kritérium je dáno rovnicí

$$\Delta \bar{\sigma} \Delta \bar{\epsilon}^p = K N_f^c \quad (13)$$

Ve vztahu (13) jsou $\Delta \bar{\sigma}$ rozkmit efektivního napětí a $\Delta \bar{\epsilon}^p$ rozkmit efektivní plastické deformace. K a c jsou materiálové konstanty. Vlastně se jedná o přístup kritické roviny, kdy za kritickou rovinu považujeme rovinu oktaedrickou. U dalšího energetického kritéria, zavedeného *Garudem*, je zvolena za únavový parametr určující iniciační část životnosti hustota plastické deformační energie

$$\Delta W_{ij}^p = \int_{\text{cyklus}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p = A N_f^{-\beta} \quad (14)$$

která je rovna součtu ploch hysterezích smyček z devíti složek tenzoru napětí. A a β jsou materiálové konstanty. Toto kritérium zohledňuje také historii plastických deformací. První dvě kritéria jsou podrobněji popsána v (Macha & Sonsino, 1999).

V současné době nejužívanější kritéria jsou založena na koncepci kritické roviny, kdy je považována za únavový parametr virtuální hustota deformační energie na kritické rovině, která je určována dle autorů různě. Třetí použité kritérium (Chen & Xu & Huang, 1999) je založeno na úvaze, že k poškození přispívají všechny složky napětí a deformace na kritické rovině a dále možnosti šíření trhliny v módu I nebo II. Pro tahový typ (mód II) je potom kritérium dáno výrazem

$$\Delta \epsilon_1^{\max} \cdot \Delta \sigma_1 + \Delta \gamma_1 \cdot \Delta \tau_1 = 4 \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + 4 \sigma_f' \epsilon_f' (2N_f)^{b+c}, \quad (15)$$

kde $\Delta \varepsilon_1^{\max}$ je rozkmit největší hlavní deformace a $\Delta \sigma_1$, $\Delta \gamma_1$ a $\Delta \tau_1$ jsou rozkmity normálového napětí, smykové deformace a napětí na kritické rovině (rovina největší hlavní deformace) a σ'_f , ε'_f jsou koeficient únavové pevnosti a koeficient únavové tažnosti, b je exponent únavové pevnosti a c exponent únavové tažnosti. Za kritickou rovinu pro mód trhliny I (smykový typ) Chen zvolil rovinu maximální smykové deformace, i zde zahrnul vliv normálových složek napětí a deformace a dospěl ke kritériu

$$\Delta \gamma_{\max} \cdot \Delta \tau + \Delta \varepsilon_n \cdot \Delta \sigma_n = 4 \frac{\tau_f'^2}{G} (2N_f)^{2b_i} + 4 \tau_f' \gamma_f' (2N_f)^{b_i+c_i}, \quad (16)$$

kde $\Delta \gamma_{\max}$ je maximum rozkmitu smykové deformace a $\Delta \tau$, $\Delta \varepsilon_n$ a $\Delta \sigma_n$ jsou rozkmity smykového napětí, normálové deformace a normálového napětí na kritické rovině, dále τ'_f a γ'_f je koeficient únavové pevnosti ve smyku a koeficient únavové tažnosti ve smyku a nakonec b_i , c_i je exponent únavové pevnosti ve smyku respektive exponent únavové tažnosti ve smyku. V inženýrských aplikacích obecně není mód trhliny pro daný materiál znám, proto Chen doporučuje pro predikci počtu cyklů do iniciace trhliny použít odděleně rovnice (15), (16) a potom vzít ze získaných hodnot tu konzervativnější. Bohužel téměř všechna novější kritéria, stejně jako Chenovo, vyžadují experimentální data z krutové zkoušky pro určení parametrů τ'_f , γ'_f , b_i , c_i , která pro materiál 11523 nejsou autorům k dispozici. Pro takové případy se doporučuje vypočítat tyto hodnoty z jednoosého experimentu. Stanovené počty cyklů do iniciace únavové trhliny pro výpočet KIN jsou souhrnně uvedeny v tabulce 3.

Tabulka3 Odhad počtu cyklů do iniciace únavové trhliny při zátěžné síle $F=1000N$

kritérium	<i>Lefebvr (1989)</i>	<i>Garud (1981)</i>	<i>Chen (1999)</i>
$N_f[1]$	23240	16300	32420

8. Závěr

V článku je prezentován navržený postup pro řešení kontaktní únavy aplikovaný na případ odvalování kladky a kolejnice z připravovaného experimentu. Numerické řešení úlohy bylo provedeno metodou posouvání povrchového tlaku pro čtyři různá nastavení materiálových modelů a výpočtem s kontaktními prvky plocha-plocha. Oba způsoby řešení dávají srovnatelné výsledky, přičemž výpočetní čas u úlohy s kontaktními prvky při použití metody Lagrangeových multiplikátorů je téměř dvojnásobně delší.

Z výsledků je zřejmé, že použitý model zpevnění má značný vliv na historii deformací. Zejména je nutno upozornit na cyklický nárůst deformace (ratchetting) při uvážení nelineárního kinematického modelu zpevnění (výpočty CHAB, CHAB2) i u jeho kombinace s nelineárním izotropním zpevněním (KOMB). Posledně jmenovaný model má vliv na stabilizaci napěťově-deformačních stavů kladky a z obr.6 je zřejmé, že pro zjištění ustáleného stavu by bylo nutné provést výpočet pro větší počet cyklů. Multilineární kinematický model (KIN) vykazuje efekt plastického přizpůsobení (plastic shakedown), kdy vzniknou uzavřené hysterezní smyčky (obr.5). Je důležité upozornit na to, že Chabochoův model byl navržen již v roce 1985 a dává větší deformační odezvu při multiaxiálním ratchettingu ve srovnání s experimenty, novější matematické modely však prozatím nejsou v programu Ansys implementovány. Na výsledky má značný vliv kvalita použité sítě konečných prvků, časová diskretizace a další faktory. Analytické řešení problému v elastop-plastické oblasti zatím není

pro případ kladky a kolejnice k dispozici, proto ověřování získané napětově deformační odezvy z tohoto a dalších výpočtů může být provedeno až díky experimentům prováděným například na zařízení stručně popsáném v kapitole 5.

Ze získaných výsledků numerického řešení byl pomocí tří zvolených energetických kritérií multiaxiální únavy odhadnut počet cyklů do iniciace trhliny při zátěžné síle $F=1000\text{N}$. Použitelnost dalších kritérií bude dále zkoumána, obzvláště s ohledem na ratchetting zjištěný při analýze s nelineárním kinematickým modelem. Získané predikce počtu cyklů do iniciace trhliny budou ověřeny připravovaným experimentem.

9. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory grantu CEZ J17/98:272300009.

10. Literatura

- Bari, S. & Hassan, T (2000) *Anatomy of coupled constitutive models for ratcheting simulations*. In: International Journal of Plasticity, Vol. 16, pp. 381-409.
- Dang Van, K. & Maitournam, M.H (1993) *Steady-state flow in classical elastoplasticity: Applications to repeated rolling and sliding contact*. In: Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 41, pp. 1691-1710.
- Dong, C. & Bonnet, M (2002) *An integral formulation for steady-state elastoplastic contact over coated half-plane*. In: Computational Mechanics, Vol. 28, pp. 105-121.
- Halama, R. & Frydryšek, K(2003) *Contact Fatigue Solved via FEM*. In: Applied Mechanics 2003. Jaworzynka, Politechnika Śląska Gliwice, pp. 75-78.
- Chaboche, J. & L. Lemaitre, J (1990) *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Chen, X. & Xu, S. & Huang, D (1999) *A critical plane-strain energy density criterion for multiaxial low-cycle fatigue life under non-proportional loading*. In: Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 22, pp. 679-686.
- Jiang, Y. & Xu, B. & Sehitoglu, H (2002) *Three-Dimensional Elastic-Plastic Stress Analysis of Rolling Contact*. In: Journal of Tribology, Vol.124, pp. 699-708.
- Macha, E. & Sonsino, C. M (1999) *Energy criteria of multiaxial fatigue failure*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 22, 12, pp. 1053-1070.
- Sakae, C. & Keer, L.M (1997) *Application of direct method for a nonlinear kinematic hardening material under rolling/sliding line contact: constant ratchetting rate*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 45, pp. 1577-1594, 1997
- Telliskivi, T. & Olofsson, U. & Selgren, U. & Kruse, P (2000) *A tool and a method for FE analysis of wheel and rail interaction*. In: Proceedings ANSYS Conference in Pittsburgh, Pennsylvania.