Národní konference s mezinárodní účastí

INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

PARAMETRICKÁ OPTIMALIZACE PŘEVODOVKY Z HLEDISKA KMITÁNÍ V REZONANCÍCH

V. Zeman, Z. Hlaváč*

Abstract: *A parametric optimization of the gearbox in steady vibration excited by gear kinematics transmission errors is presented. The process is based on the gearbox decomposition into two subsystems – the interior rotating subsystem and gear housing – joined by rolling-element bearing couplings. The condensed mathematical model of the gearbox in state-space is used for the calculation of complex conjugate modal values and for formulation of the nonlinear multiple objective function in the feasible domain. The method is applied to the car gearbox to decrease vibration in resonances.*

Key words: *gearbox vibration, modal synthesis method, parametric optimization*

1 Úvod

Převodovky ve vozidlech jsou vedle vnějších zdrojů buzeny vnitřními zdroji generovanými v záběrech ozubených kol. Ozubená kola jsou zpravidla čelní se šikmými zuby a lze proto předpokládat jako dominantní zdroj buzení kinematické úchylky ozubení (kinematics transmission errors). Lze je vyjádřit ve tvaru Fourierovy řady

$$\Delta_z(t) = \sum_k \Delta_{z,k} e^{ik\omega_z t}, \tag{1}$$

kde $\Delta_{z,k}$ je komplexní amplituda k-té harmonické složky úchylky ozubení v zubovém záběru z a ω_z je příslušná zubová frekvence. Vzhledem k širokému rozsahu provozních otáček, variantnosti systému v důsledku přeřazování rychlostních stupňů a hustému spektru vlastních čísel převodovky, nepřichází v úvahu spektrální přelaďování jako metoda snižování dynamické odezvy.

Východiskem pro optimalizaci je model převodovky [1], dekomponovaný na subsystémy „s“ a kondenzovaný z $n \sim 10^5 \div 10^6$ na $m \sim 10^2 \div 10^3$ stupňů volnosti, ve tvaru

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) + \left(\mathbf{B} + \mathbf{V}^T \mathbf{B}_C \mathbf{V}\right)\dot{\mathbf{x}}(t) + \left(\mathbf{\Lambda} + \mathbf{V}^T \mathbf{K}_C \mathbf{V}\right)\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}^T \mathbf{f}(t). \tag{2}$$

Jeho souřadnice $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_s(t)]$, tzv. hlavní modální souřadnice subsystémů, jsou se zobecněnými souřadnicemi subsystémů vázány modálními transformacemi

* Prof. Ing. Vladimír Zeman, DrSc., Doc. RNDr. Zdeněk Hlaváč, CSc., Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň, e-mail: zemanv@kme.zcu.cz, hlavac@kme.zcu.cz

$$\mathbf{q}_s(t) = {}^m\mathbf{V}_s \mathbf{x}_s(t), \quad s = 1,2,.. \ . \tag{3}$$

Matice $\mathbf{V} = diag({}^m\mathbf{V}_s)$ je blokově diagonální a $\mathbf{\Lambda} = diag({}^m\mathbf{\Lambda}_s)$ diagonální. Jsou sestaveny z modálních ${}^m\mathbf{V}_s \in R^{n_s, m_s}$ a spektrálních ${}^m\mathbf{\Lambda}_s \in R^{m_s, m_s}$ submatic netlumených a navzájem rozpojených subsystémů, kde n_s je počet stupňů volnosti subsystému s a m_s je počet jeho vlastních vektorů (tzv. hlavních) zařazených do ${}^m\mathbf{V}_s$. Modální matice hlavních vlastních vektorů každého subsystému musí splňovat podmínku $\mathbf{M}_s$ - normy ${}^m\mathbf{V}_s^T \mathbf{M}_s {}^m\mathbf{V}_s = \mathbf{E}_{m_s}$, kde $\mathbf{M}_s$ je matice hmotnosti s-tého subsystému a $\mathbf{E}_{m_s}$ jednotková matice řádu m_s. Z modální analýzy s-tého subsystému musí tedy vystupovat $\mathbf{M}_s$ - kolmé vlastní vektory a to i pro případ násobných vlastních čísel [2].

Matice $\mathbf{K}_C$, $\mathbf{B}_C$ vyjadřují vliv vazeb mezi subsystémy a vektor $\mathbf{f}(t) = [\mathbf{f}_s(t)]$ popisuje buzení. Je-li tlumení subsystémů uvažováno proporcionální, pak

$$\mathbf{B} = diag({}^m\mathbf{V}_s^T \mathbf{B}_s {}^m\mathbf{V}_s) = 2\, diag(.....D_\nu^{(s)} \Omega_\nu^{(s)}.....) \ , \tag{4}$$

kde $D_\nu^{(s)}, \Omega_\nu^{(s)}, \nu = 1,2,..,m_s$, $s = 1,2,..$ jsou poměrné útlumy a vlastní frekvence rozpojených subsystémů.

2. Dekompozice převodovky

Vazební matice tuhosti $\mathbf{K}_C$ (resp. tlumení $\mathbf{B}_C$) má tvar podle způsobu rozdělení převodovek na subsystémy. Přístup je možný dvojí.

První přístup je založen na dekompozici převodovky pouze na dva subsystémy – rotující vnitřní vestavbu převodovky (rotorová část) a skříň (statorová část). Vazby mezi subsystémy jsou pouze ložiskové. Předpokládáme, že kontakt mezi vnitřním (součástí příslušného uzlu hřídele vnitřní vestavby) a vnějším (součástí skříně) kroužkem každého ložiska je v jistém počtu bodů. Tuhost (tlumení) ložiska nahrazujeme lineárními pružinami s paralelně řazenými tlumiči v každém dotykovém bodě v radiálním a axiálním směru. Výsledná matice $\mathbf{K}_C$ je součtem matic $\mathbf{K}_{C_{ij}}$ příslušejících všem ložiskům i a dotykovým bodů j. Každá matice $\mathbf{K}_{C_{ij}}$ je velkého řádu n. Zaplněné jsou však pouze čtyři submatice pořadových čísel řádků a sloupců odpovídajících pořadovým číslům netorzních souřadnic uzlu hřídele, na němž je nasazen vnitřní kroužek a pořadovým číslům posuvů bodů na skříni odpovídajícím dotykovým bodům na vnějším kroužku. Konkrétní tvar matic $\mathbf{K}_{C_{ij}}$ je popsán v [1] a závisí kromě jiného na geometrických parametrech ložisek. Matice $\mathbf{B}_C$ má shodný tvar s $\mathbf{K}_C$ s tlumícími koeficienty místo tuhostí.

Druhý přístup spočívá v dekompozici rotující vnitřní vestavby ještě dále na jednotlivé hřídele. Vazby mezi skříní a hřídeli zůstávají ložiskové. Navíc přibývají zubové vazby mezi jednotlivými hřídeli. Matice tuhosti zubových vazeb je dána součtem matic velkého řádu n odpovídajících jednotlivým zubovým záběrům z. Tuhost (tlumení) ozubení je modelováno lineární pružinou o tuhosti k_z a paralelně řazeným tlumičem o koeficientu tlumení b_z ve směru normály k bokům zubů v záběrovém bodě.

Ve vazební matici každé zubové vazby jsou zaplněny pouze čtyři submatice pořadových čísel řádků a sloupců odpovídajících pořadovým číslům (všech) souřadnic uzlů hřídelů, na nichž jsou nasazena kola v záběru – hnací pastorek *P* a hnané kolo *K*. Matice $\mathbf{K}_{C_z}$ pro *z*-tý zubový záběr má tvar

$$\mathbf{K}_{C_z} = k_z \begin{bmatrix} & \vdots & & \vdots & \\ \cdots & \boldsymbol{\delta}_z^P \left(\boldsymbol{\delta}_z^P\right)^T & \cdots & -\boldsymbol{\delta}_z^P \left(\boldsymbol{\delta}_z^K\right)^T & \cdots \\ & \vdots & & \vdots & \\ \cdots & -\boldsymbol{\delta}_z^K \left(\boldsymbol{\delta}_z^P\right)^T & \cdots & \boldsymbol{\delta}_z^K \left(\boldsymbol{\delta}_z^K\right)^T & \cdots \\ & \vdots & & \vdots & \end{bmatrix}, \tag{5}$$

kde šestičlenné vektory $\boldsymbol{\delta}_z^P$ a $\boldsymbol{\delta}_z^K$ závisí na geometrických parametrech kol a ozubení [3]. Matice $\mathbf{B}_{C_z}$ mají analogický tvar s tlumícími koeficienty ozubení b_z místo tuhostí k_z .

Dekomponujeme-li převodovku na vnitřní rotující vestavbu (subsystém $s = R$) a skříň převodovky (subsystém $s = S$), buzení kinematickými úchylkami všech ozubení nacházejících se v silovém záběru je v modelu (2) popsáno vektorem

$$\mathbf{V}^T \mathbf{f}(t) = \sum_z \sum_k \begin{bmatrix} {}^m\mathbf{V}_R^T \mathbf{c}_z \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Delta_{z,k} \left(k_z + ik\omega_z b_z\right) e^{ik\omega_z t} \; . \tag{6}$$

Každému ozubení je přiřazen vektor $\mathbf{c}_z$ dimenze n_R (počet stupňů volnosti subsystému *R*), pro který platí

$$\mathbf{c}_z^T = \left[\ldots\ldots - \left(\boldsymbol{\delta}_z^P\right)^T \ldots\ldots \left(\boldsymbol{\delta}_z^K\right)^T \ldots\ldots \right]^T . \tag{7}$$

Vektory $\boldsymbol{\delta}$ jsou na pozicích odpovídajících souřadnicím uzlů, v nichž jsou nasazena kola v *z*-tém záběru.

Dekomponujeme-li však převodovku na jednotlivé hřídele (subsystémy $s = R_i$ resp. R_j) a skříň (subsystém $s = S$), buzení v modelu (2) je popsáno vektorem

$$\mathbf{V}^T \mathbf{f}(t) = \sum_z \begin{bmatrix} \vdots \\ {}^m\mathbf{V}_{R_i} \mathbf{c}_z^P \\ \vdots \\ {}^m\mathbf{V}_{R_j} \mathbf{c}_z^K \\ \vdots \end{bmatrix} \sum_k \Delta_{z,k} \left(k_z + ik\omega_z b_z\right) e^{ik\omega_k t} \; . \tag{8}$$

Zde předpokládáme, že *z*-tý zubový záběr spojuje pastorek na hřídeli R_i s kolem na hřídeli R_j. Vektory $\mathbf{c}_z^P$ resp. $\mathbf{c}_z^K$ jsou dimenze n_{R_i} resp. n_{R_j} a mají tvar

$$\mathbf{c}_z^P = \left[\ldots\ldots - \left(\boldsymbol{\delta}_z^P\right)^T \ldots\ldots \right]^T \quad \text{a} \quad \mathbf{c}_z^K = \left[\ldots\ldots \left(\boldsymbol{\delta}_z^K\right)^T \ldots\ldots \right]^T . \tag{9}$$

Zaplněná místa odpovídají pořadí uzlu, v němž je nasazen pastorek na hřídeli R_i resp. kolo na hřídeli R_j.

3. Ustálená dynamická odezva

Systém (převodovka) v důsledku tlumení vazeb je silně nekonzervativní. Dynamickou odezvu proto vyjadřujeme na kondenzovaném modelu ve stavovém prostoru [3] $\mathbf{u}(t)=\left[\dot{\mathbf{x}}^T(t),\ \ \mathbf{x}^T(t)\right]^T$. Provedením modální analýzy modelu dimenze *2m* ve stavovém prostoru

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E}_m \\ \mathbf{E}_m & \mathbf{B}+\mathbf{V}^T\mathbf{B}_C\mathbf{V} \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}}\dot{\mathbf{u}}+\underbrace{\begin{bmatrix} -\mathbf{E}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Lambda}+\mathbf{V}^T\mathbf{K}_C\mathbf{V} \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}}\mathbf{u}=\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{V}^T\mathbf{f} \end{bmatrix} \tag{10}$$

získáme vlastní čísla $\lambda_\nu=-\alpha_\nu+i\beta_\nu$, $\lambda_{\nu+m}=-\alpha_\nu-i\beta_\nu$ a *N*-kolmé vlastní vektory $\mathbf{u}_\nu^T=\left[\lambda_\nu\mathbf{x}_\nu^T,\mathbf{x}_\nu^T\right]$, $\nu=1,...,2m$. Modální transformací

$$\mathbf{u}=\sum_{\nu=1}^{2m} z_\nu\mathbf{u}_z \Leftrightarrow \mathbf{x}=\sum_{\nu=1}^{2m} z_\nu\mathbf{x}_\nu \tag{11}$$

lze v nových souřadnicích $z_\nu(t)$ model (10) přepsat do tvaru jednotlivých diferenciálních rovnic

$$\dot{z}_\nu-\lambda_\nu z_\nu=\mathbf{x}_\nu^T\mathbf{V}^T\mathbf{f}\,,\quad \nu=1,..,2\mathrm{m}. \tag{12}$$

Buzení $\mathbf{V}^T\mathbf{f}$ je podle způsobu rozčlenění systému na subsystémy dáno v (6) nebo (8). Uvážíme-li pouze buzení *k*-tou harmonickou úchylkou ozubení záběru *z*, partikulární řešení rovnice (12) je

$$z_{z,k}^{(\nu)}(t)=\Delta_{z,k}\,\frac{\left(k_z+ik\omega_z b_z\right)\mathbf{x}_\nu^T\mathbf{d}_z e^{ik\omega_z t}}{ik\omega_z-\lambda_\nu}\,. \tag{13}$$

Zde, podle způsobu rozčlenění systému na subsystémy, je

$$\mathbf{d}_z=\begin{bmatrix} {}^m\mathbf{V}_R^T\ \mathbf{c}_z \\ \hdashline \mathbf{0} \end{bmatrix}\ \text{nebo}\ \ \mathbf{d}_z=\begin{bmatrix} \vdots \\ {}^m\mathbf{V}_{R_i}\mathbf{c}_z^P \\ \vdots \\ {}^m\mathbf{V}_{R_j}\mathbf{c}_z^K \\ \vdots \\ \hdashline \mathbf{0} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Přechodem přes transformace (11) a (3) pro partikulární řešení v zobecněných souřadnicích *s*-tého subsystému dostaneme

$$\mathbf{q}_{z,k}^{(s)}(t) = \Delta_{z,k}\left(k_z + ik\omega_z b_z\right)\sum_{\nu=1}^{2m} {}^{m}\mathbf{V}_s \mathbf{x}_\nu^{(s)} \frac{\mathbf{x}_\nu^T \mathbf{d}_z}{ik\omega_z - \lambda_\nu} e^{ik\omega_z t} \quad . \tag{15}$$

Zde $\mathbf{x}_\nu^{(s)}$ je subvektor vektoru $\mathbf{x}_\nu$ odpovídající pořadí souřadnic subsystému s. Uvážíme-li pouze rezonující tvar kmitu, kdy $k\omega_z = \beta_\nu$, a jednotkovou amplitudu $\Delta_{z,k} = 1$, dostáváme z předchozího součtu jediný sčítanec. Pro jeho komplexní amplitudu platí

$$\mathbf{q}_{z,\nu}^{(s)} = \left(k_z + i\,\beta_\nu\, b_z\right)\frac{{}^{m}\mathbf{V}_s \mathbf{x}_\nu^{(s)}\, \mathbf{x}_\nu^T \mathbf{d}_z}{\alpha_\nu} . \tag{16}$$

V případě rozčlenění převodovky na skříň (s = S) a vnitřní vestavbu (s = R) dostáváme dosazením (14) do (16) a úpravou skalárního součinu $\mathbf{x}_\nu^T \mathbf{d}_z$

$$\mathbf{q}_{z,\nu}^{(s)} = \left(k_z + i\beta_\nu b_z\right)\frac{{}^{m}\mathbf{V}_s \mathbf{x}_\nu^{(s)}\left({}^{m}\mathbf{V}_R \mathbf{x}_\nu^{(R)}\right)^T \cdot \mathbf{c}_z}{\alpha_\nu} \quad . \tag{17}$$

Pokud navíc vnitřní vestavbu převodovky rozčleníme na jednotlivé hřídele $s = R_i$ resp. R_j, dostáváme dosazením druhého výrazu (14) do (16) analogicky

$$\mathbf{q}_{z,\nu}^{(s)} = \left(k_z + i\beta_\nu b_z\right)\frac{{}^{m}\mathbf{V}_s \mathbf{x}_\nu^{(s)}\left[\left({}^{m}\mathbf{V}_{R_i} \mathbf{x}_\nu^{(R_i)}\right)^T \mathbf{c}_z^P + \left({}^{m}\mathbf{V}_{R_j} \mathbf{x}_\nu^{(R_j)}\right)^T \mathbf{c}_z^K\right]}{\alpha_\nu} \quad . \tag{18}$$

Připomínáme, že vlastní vektory $\mathbf{x}_\nu$ dimenze m kondenzovaného modelu jsou komplexní. Vzhledem k transformaci (3) součiny

$$\mathbf{q}_\nu^{(s)} = {}^{m}\mathbf{V}_s \mathbf{x}_\nu^{(s)} \tag{19}$$

aproximují subvektory vlastních vektorů plného nekonzervativního modelu příslušející subsystémům s. Závislost na konkrétní harmonické složce k buzení se ve výrazech (17) a (18) již nevyskytuje.

Globální pohled na úroveň vibrací subsystému s při buzení jen jednou jednotkovou harmonickou složkou úchylky $\Delta_{z,k} = 1$ v ozubení jediného záběru z dává reálná veličina související s extrémem deformační energie subsystému

$$E_{z,k}^{(s)} = \frac{1}{2}\mathbf{q}_{z,k}^{(s)H}\ \mathbf{K}_s\ \mathbf{q}_{z,k}^{(s)} \ , \tag{20}$$

kde $\mathbf{K}_s$ je matice tuhosti izolovaného subsystému a $\mathbf{q}_{z,k}^{(s)}$ je komplexní amplituda odezvy subsystému na zmíněné buzení. Příspěvek rezonujícího tvaru kmitu do veličiny $E_{z,k}^{(s)}$ dostaneme dosazením vektoru $\mathbf{q}_{z,\nu}^{(s)}$ v (17) resp. (18) do (20) místo $\mathbf{q}_{z,k}^{(s)}$. Získáme veličinu, která vzhledem k (19) a k $\mathbf{M}_s$-kolmosti a normování vlastních vektorů konzervativních modelů subsystémů má pro případ rozdělení na skříň a rotorovou část tvar

$$E_{z,\nu}^{(s)} = \frac{\left|k_z + i\beta_\nu b_z\right|^2}{2\alpha_\nu^2} \mathbf{c}_z^T \, \overline{\mathbf{q}}_\nu^{(R)} \, \mathbf{x}_\nu^{(s)H} \mathbf{\Lambda}_s \, \mathbf{x}_\nu^{(s)} \left(\mathbf{q}_\nu^{(R)}\right)^T \mathbf{c}_z \, . \tag{21}$$

Pro případ rozdělení rotující vestavby na jednotlivé hřídele dostáváme

$$E_{z,\nu}^{(s)} = \frac{\left|k_z + i\beta_\nu b_z\right|^2}{2\alpha_\nu^2} \left[\left(\mathbf{c}_z^P\right)^T \overline{\mathbf{q}}_\nu^{(R_i)} + \left(\mathbf{c}_z^K\right)^T \overline{\mathbf{q}}_\nu^{(R_j)}\right] \cdot \mathbf{x}_\nu^{(s)H} \mathbf{\Lambda}_s \, \mathbf{x}_\nu^{(s)} \left[\left(\mathbf{q}_\nu^{(R_i)}\right)^T \mathbf{c}_z^P + \left(\mathbf{q}_\nu^{(R_j)}\right)^T \mathbf{c}_z^K\right] . \tag{21}$$

V těchto vztazích symbol H značí Hermitovsky sdruženou matici a pruh shora komplexně sdružený vektor.

4. Formulace cílových funkcí

Jako možnou variantu cílové funkce uveďme

$$\Psi_1(\mathbf{p}) = \sum_z \sum_\nu g_{z\nu} \frac{\left|k_z + i\beta_\nu b_z\right|}{\alpha_\nu} \left|\mathbf{x}_\nu^T \mathbf{d}_z\right| . \tag{22}$$

Jednotlivá kritéria této funkce přiřazujeme rezonančním stavům, kdy k-tá harmonická zubová frekvence záběru z je v rezonanci s ν-tou vlastní frekvencí systému. Pokud subsystémy jsou slabě tlumené a za optimalizační parametry nejsou vybrány parametry zubových záběrů, lze formulovat jednodušší cílovou funkci ve tvaru

$$\Psi_2(\mathbf{p}) = \sum_z \sum_\nu g_{z\nu} \left|\mathbf{x}_\nu^T \mathbf{d}_z\right| . \tag{23}$$

Třetí variantou cílové funkce může být

$$\Psi_3(\mathbf{p}) = \sum_s \sum_z \sum_\nu g_{z\nu} E_{z,\nu}^{(s)} . \tag{24}$$

Jednotlivá kritéria jsou příspěvky do energie napjatosti subsystému s při rezonanci k-té harmonické zubové frekvence záběru z s ν-tou vlastní frekvencí systému. Pomocí nezáporných váhových koeficientů g preferujeme silové zubové záběry z a rezonance ν, které se v dynamickém zatížení startovacího stavu parametrů modelu v zadaném provozním rozsahu (např. otáček vstupního hřídele) nejvíce projevují.

Přípustnou oblast podmíněné optimalizace definujeme jako

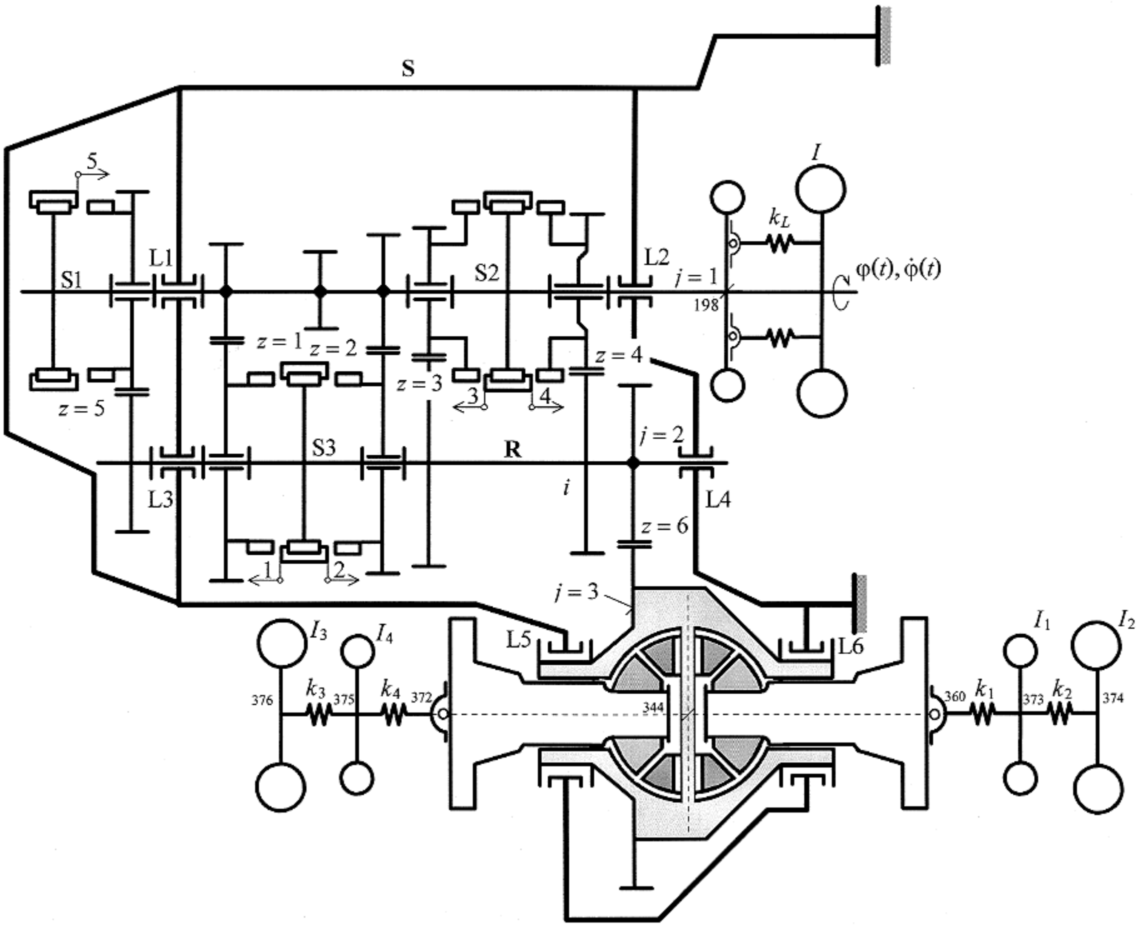
$$P_o = \mathop{X}_{i=1}^{s} < p_i^d \, , \; p_i^h > \cap \, P \, , \tag{25}$$

tedy průnik s-rozměrného kvádru, jímž jsou definována triviální omezení na rozsahy optimalizačních parametrů, a množiny P, definované pomocí netriviálních nerovnicových omezení. Za netriviální omezení obvykle volíme méně významná kritéria typu kritérií v cílové funkci, která ovšem do ní nezahrnujeme. V průběhu optimalizace požadujeme, aby hodnota příslušných kritérií nepřevýšila zvolený násobek jejich startovací hodnoty.

Pokud množina všech (v úvahu přicházejících) optimalizačních parametrů, z nichž vybíráme parametry $\mathbf{p}^T = [p_1, ..., p_S]$ pro konkrétní úlohu, neobsahuje žádné parametry modelů některých subsystémů (obvykle to bývá skříň), provede se konzervativní modální analýza a výběr hlavních tvarů těchto subsystémů pouze jednou na začátku optimalizačního procesu.

5. Ověření metodiky optimalizace

Ověření metodiky bylo provedeno na modelu pohonu automobilu (obr. 1). Jednalo se o model převodovky rozšířený na hnací straně o torzní vazbu jádra spojky prostřednictvím lamel se setrvačníkem motoru (kde byl předpokládán rovnoměrný pohyb) a na hnané straně o vazby přírubových hřídelů diferenciálu s koly automobilu a kol s válci zkušebního zařízení. Rotorová část se skládala z hnacího a hnaného hřídele propojených zubovými vazbami. Silová vazba je vždy ta, jež odpovídá zařazenému převodovému stupni.



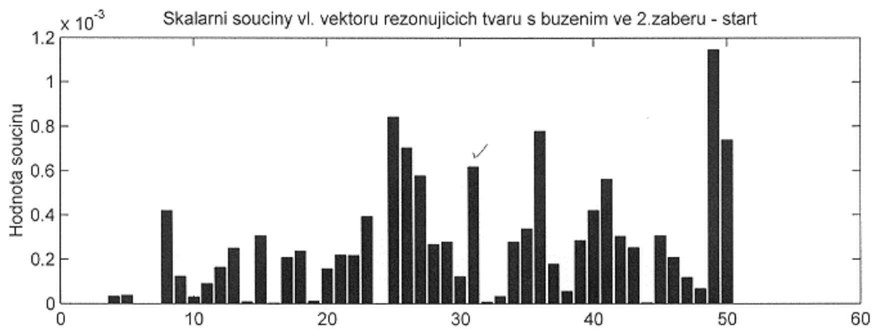
Obr. 1 Převodovka v hnacím ústrojí automobilu

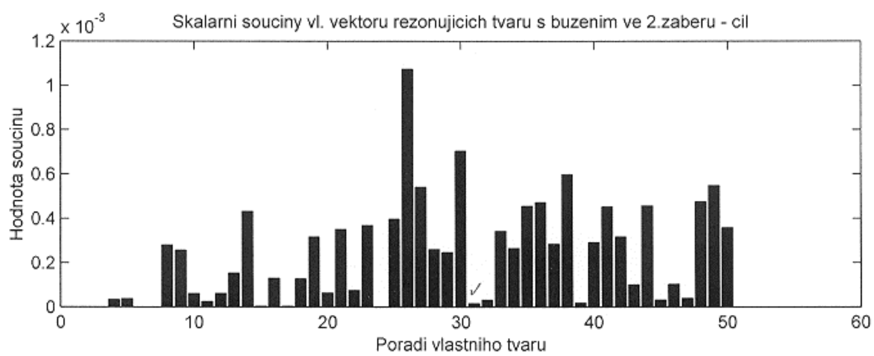
Hnaný hřídel je se skříní diferenciálu propojen zubovou vazbou stálého převodu ($z = 6$). Model rotorové části měl $n_R = 376$ stupňů volnosti a byl modelován v prostředí MATLAB [5]. Model statorové části byl sestaven v prostředí ANSYS užitím čtyřuzlových čtyřstěnů a osmiuzlových solid-prvků a měl $n_S = 166\,816$ stupňů volnosti [1]. Propojení rotorové a statorové části bylo prostřednictvím šesti valivých ložisek $L1$ až $L6$. Z hlediska hodnoty třetí harmonické nejvyšší zubové frekvence pro maximální otáčky vstupního hřídele bylo po modální analýze skříně rozhodnuto redukovat počet stupňů volnosti skříně na $m_S = 150$. Z hlediska únosných chyb v amplitudových charakteristikách výchylek a sil v zubech byla stanovena redukce počtu stupňů volnosti vnitřní vestavby na $m_R = 80$.

Ve startovacím stavu byla dominantní rezonance v okolí $n = 3500$ ot/min vstupního hřídele, kdy je při zařazeném druhém převodovém stupni v rezonanci zubová frekvence stálého převodu ($z = 6$) s 15. vlastní frekvencí a zubová frekvence 2. převodového stupně ($z = 2$) s 31. vlastní frekvencí systému. Při optimalizačních parametrech definovaných jako radiální tuhosti všech šesti ložisek byla řešena optimalizační úloha pro cílovou funkci

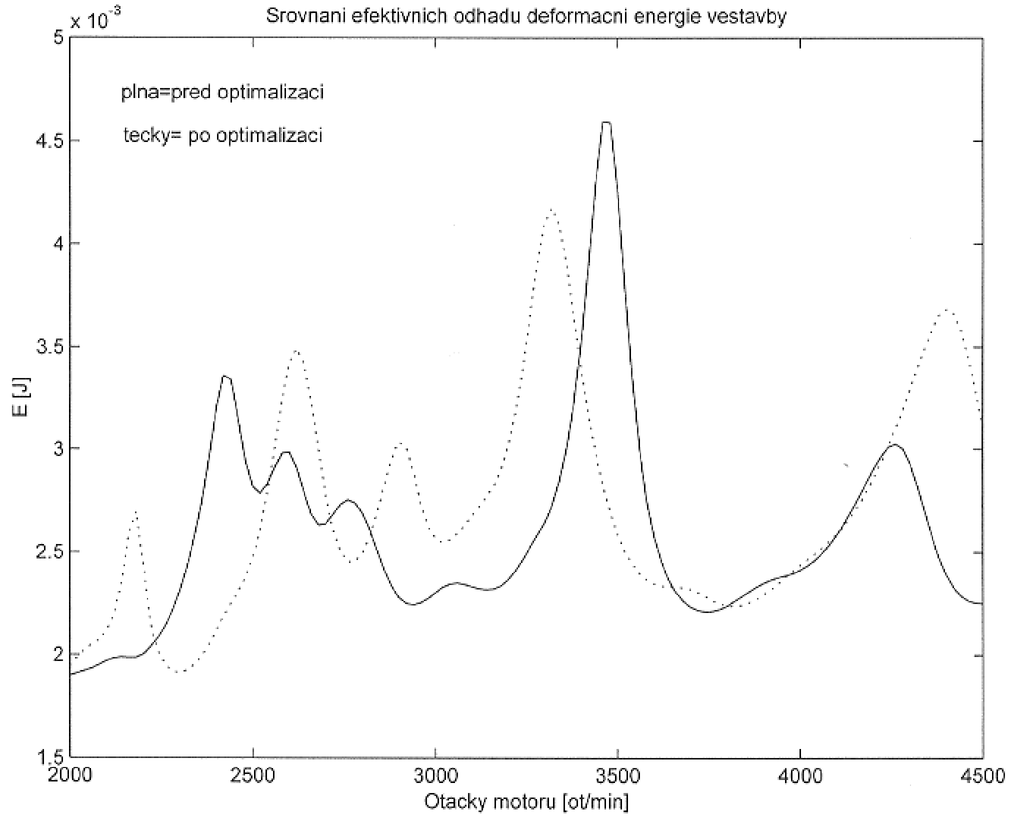
$$\Psi_2(\mathbf{p}) = \left|\mathbf{x}_{31}^T \mathbf{d}_2\right| \tag{26}$$

za splnění pouze triviálních omezení $p_i^d = 0{,}5 p_{io}$; $p_i^h = 2 p_{io}$ $(i = 1,2,\dots,6)$, kde p_{io} jsou startovací hodnoty radiálních tuhostí ložisek. Metodou pružného simplexu při relativní přesnosti 5% v prostoru optimalizačních parametrů a 1% v prostoru hodnot cílové funkce bylo po 55 vyčísleních cílové funkce nalezeno optimum. Cílová funkce byla snížena cca na 2,7 % původní hodnoty. Skalární součiny rezonujících vlastních vektorů ${}^m\mathbf{V}_R\ \mathbf{x}_\nu^R$ s vektorem $\mathbf{c}_2$ reprezentujícím buzení ve druhém záběru jsou znázorněny na obr. 2 před optimalizací (horní obr.) a po optimalizaci (dolní obr.).

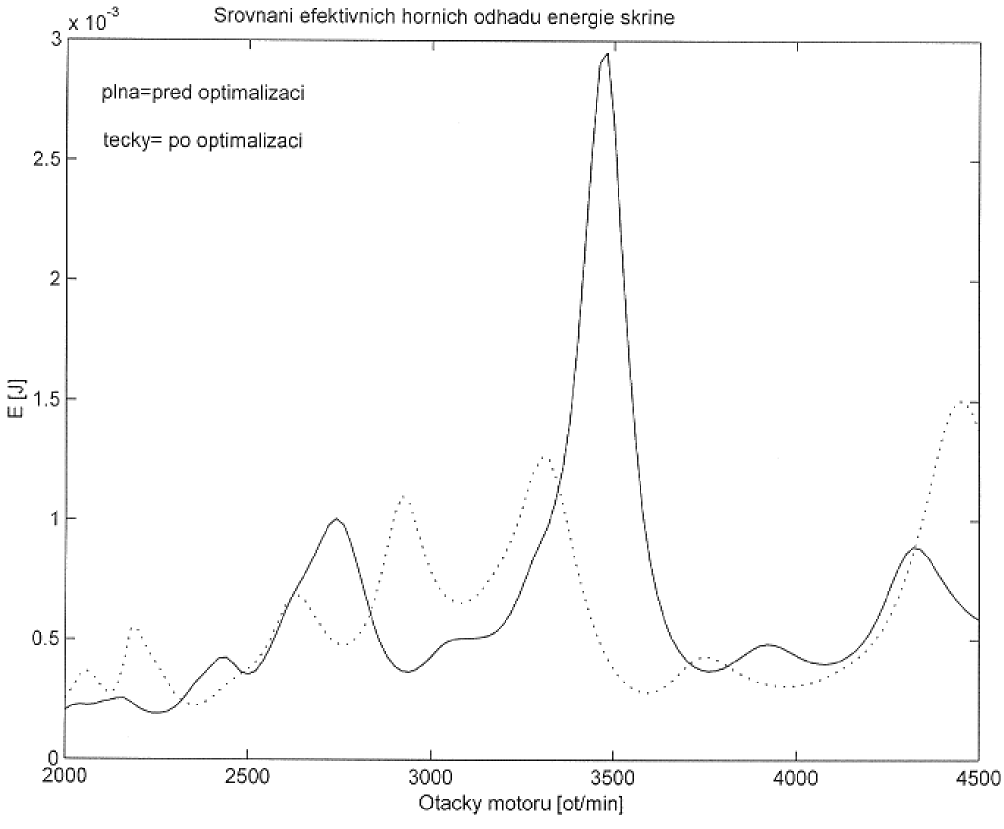




Obr. 2 Skalární součiny rezonujících vlastních vektorů subsystému R s vektorem $\mathbf{c}_2$



Obr. 3 Horní efektivní odhad deformační energie rotující vnitřní vestavby převodovky před optimalizací a po optimalizaci



Obr. 4 Horní efektivní odhad deformační energie skříně převodovky před optimalizací a po optimalizaci

Srovnání amplitudových charakteristik deformační energie subsystémů $\hat{E}^{(s)} = \sqrt{\sum_z \sum_k \left(E_{z,k}^{(s)}\right)^2}$, $s = R, S$ při uvažování kinematických úchylek $\Delta_{2,1} = 2{,}05$, $\Delta_{2,2} = 1{,}025$, $\Delta_{2,3} = 0{,}683$ $[\mu m]$ v zubovém záběru druhého převodového stupně $(z = 2)$ a $\Delta_{6,1} = 3{,}14$, $\Delta_{6,2} = 1{,}57$, $\Delta_{6,3} = 1{,}05$ $[\mu m]$ v zubovém záběru stálého převodu $(z = 6)$ v závislosti na otáčkách motoru před a po optimalizaci vyplývá z obr. 3 a 4. Cílový stav vykazuje hlavní rezonanci n = 3370 ot/min, kdy je zubová frekvence 2. záběru v rezonanci s 30. vlastní frekvencí. Je zřejmé, že kmitání v nejvýraznější rezonanční oblasti bylo potlačeno a to zejména u skříně.

Závěr

Metoda umožňuje optimalizovat vybrané návrhové parametry rozsáhlých nekonzervativních systémů z hlediska ustálených polyharmonicky buzených kmitů v rezonancích. Je aplikována na převodovku buzenou kinematickými úchylkami ozubení při respektování interakce mezi hřídelovou soustavou s ozubenými koly a skříní přes valivá ložiska. Výhodou metody je nezávislé modelování a řešení neúplného problému vlastních hodnot konzervativních modelů navzájem rozpojených subsystémů – hřídelové soustavy a skříně – a řešení úplného problému vlastních hodnot na kondenzovaném modelu převodovky o výrazně nižším počtu stupňů volnosti. Není nutná přesná znalost harmonických složek kinematických úchylek ozubení, ale jen jistota jejich výskytu. Spektrální a modální matice subsystémů neobsahujících optimalizační parametry jsou v optimalizačním procesu neměnné. Optimalizační proces rozsáhlých modelů o $10^5 \div 10^6$ stupňů volnosti dekomponovaných na subsystémy lze po kondenzaci lze realizovat programem MATLAB na PC.

Příspěvek byl vypracován v rámci výzkumného záměru MSM 23520003 katedry mechaniky Fakulty aplikovaných věd ZČU v Plzni.

Literatura

[1] Zeman, V. – Dupal, J. – Hlaváč, Z. – Kovář, L. – Voldřich, J.: Vibration Analysis of the Car Gear-Box. Engineering of Mechanics 2001, Institute of Thermomechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Prague 2001, pp. 297-298.

[2] Hlaváč, Z.: Kondenzace soustav s násobnými vlastními čísly. Sborník Výpočtová mechanika 2001, ZČU v Plzni 2001, s. 83 – 88.

[3] Zeman, V.: Optimization of Large Dynamic mechanical Systems. Dynamics of Machines 2002, Ústav termomechaniky AV ČR, Praha, 2002, pp. 205-212.

[4] Slavík, J. – Stejskal, V. – Zeman, V.: Základy dynamiky strojů. Vydavatelství ČVUT, Praha, 1997.

[5] Zeman, V. – Dupal, J. – Hlaváč, Z. - Voldřich J.: Verifikační výpočty matematického modelu převodovky MQ200. Výzkumná zpráva č. 52120-01-02, ZČU v Plzni, 2002 (omezená distribuce).