



Národní konference s mezinárodní účastí INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

STABILITA ROTOROVÉ PŘÍZE

Monika Vyšanská¹, Zdeněk Kalousek²

Abstrakt:

Při rotorovém dopřádání vzniká příze procesem utahování svinuté ploché stužky původně prakticky rovnoběžných vláken. Příspěvek se snaží vytvořit model popisující mechanické vlastnosti utahované stužky tak, aby se jeho vlastnosti co nejvíce blížily skutečné rotorové přízi. To znamená především, že vytvořená struktura by měla být stabilní – nesmí mít tendenci vracet se do původního stavu ploché stužky – a navíc by měla mít obdobné mechanické vlastnosti jako skutečná příze.

Model je založen na představě vícevrstvé struktury, ve které během utahování působením vnější osově síly postupně přecházejí jednotlivá vlákna z vnější vrstvy do vrstev vnitřních.

Prostředkem k nalezení geometrie vláken v utažené stužce je určení deformační energie vláken (konkrétně energie ohybové, tahové a krutné) a následně minimalizace deformační energie utahovaného útvaru.

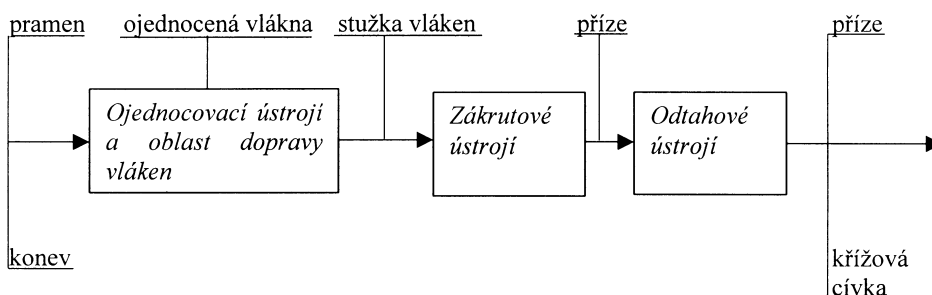
Přestože je vytvořený model velmi elementární a obsahuje značná zjednodušení, dává zajímavé výsledky, mezi nimiž dominuje existence stabilní válcové struktury, jejíž geometrie (zaplnění, poloměr, sklon vláken) je velmi blízká skutečným přízím. Velmi dobrou shodu vykazují rovněž porovnání tahových křivek modelové a reálné příze.

Klíčová slova: rotorová příze, utahování vlákenné stužky, minimalizace deformační energie

1. Bezvřetenové dopřádání - rotorový sprádací systém

Rotorový způsob předení (tzv. „open end“ princip) je nejrozšířenějším z nekonvenčních bezvřetenových způsobů tvorby příze. Zatím jako jediný z nich je využíván v průmyslové výrobě.

Postup tvorby je zřejmý z blokového schématu - obr. 2. [1]



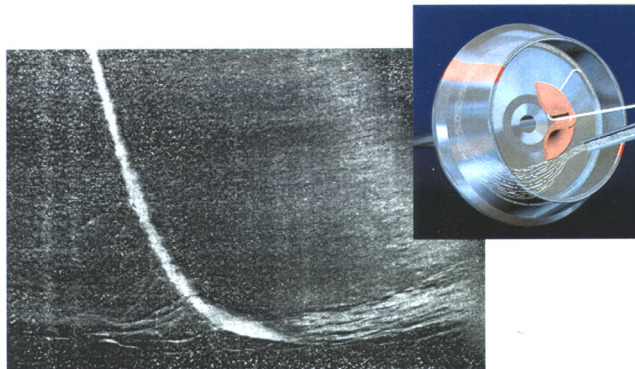
Obr. 1: Blokové schéma bezvřetenového sprádacího systému

¹ Ing. Monika Vyšanská - Katedra textilních struktur, TUL, Hálkova 6, 461 17,
monika_vysanska@hotmail.com

² RNDr. Zdeněk Kalousek, CSc. - Laboratoř pro matematické modelování technologických
procesů, TUL, Hálkova 6, Liberec, 461 17,
zdenek.kalousek@vslib.cz

Ojednocovací ústrojí rozvolňuje předkládaný pramen na malá kvanta vláken, ideálně na jednotlivá, která dodává do spřádací komory.

Spřádací ústrojí je tvořeno spřádacím rotorem, který je vlastním zákrutovým orgánem. Ve spřádacím rotoru na tzv. sběrném povrchu se vytváří z vlákného toku stužka vhodná k zakroucení - obr. 2, 3.



Obr. 2: Fotografický snímek svinování stužky [2] Obr. 3: Princip tvorby příze ve spřádacím rotoru

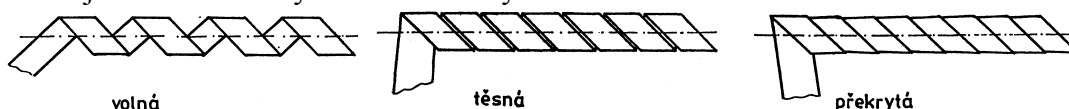
Daný děj je vlastním počátkem tvorby příze, začínají se objevovat pevné mezivláknenné kontakty.

Principem ukládání zákrutu do příze je absolutní rotační pohyb sběrného bodu (bod tvorby příze) ve smyslu rotace spřádacího rotoru a odtah příze odtahovou osovou silou z rotoru pevným bodem v ose rotace.

2. Modely struktury příze

Pozorování spřádacího procesu v rotoru i povrchové struktury příze ukázala, že vzniklý produkt má, strukturu svinutého pásu. Hearle [6] uvádí poznatek, že se plochý zákrut nebo pásková forma zákrutu vytváří za podmínek malého napětí.

Hearle ve své teorii příze struktury svinutého pásu rozeznává v zásadě tři formy vinutí jako možné stavy nebo mezistavy - obr. 4.



Obr. 4: Tři formy vinutí

Lze konstatovat, že v jistých mezích mohou být vypředeny příze všech tří forem.

Příze vzniká v počáteční fázi jako velmi volný svinutý útvar, na který postupně působí vyšší úroveň osového napětí (při odtahování příze z rotoru jeho středem - viz obr. 3 - je nutno překonat odstředivé síly), takže se utahuje a vlákna nabývají těsnějších kontaktů. Tím se postupně vyrovnává hustota vláken v příčném řezu příze. Zaniká tak i v počátečním stavu se rýsující osová dutina vinuté formy, což je patrné ze schémat na obr. 4. [2]

Použitý model procesu utahování svinuté stužky byl inspirován [3] Vychází z představy, že útvar prochází při svém vzniku postupně třemi stavy a dvěma ději:

0. „Výchozí stužka“ - výchozí vlákna vytvářejí plochou stužku a jsou v podstatě rovnoběžná
- a) „Svinutí stužky“ - výchozí stužka se působením krutného momentu svíjí na povrchu rotoru.

1. „Trubka“ - výsledkem svinování stužky je válcový dutý útvar - trubka.

Všechna vlákna leží na šroubovicích se stejnými parametry.

b) „Protažení trubky“ - osově protahování trubky. Předpokládá se, že přechod vláken do jiných poloměrů je energeticky výhodnější než jejich prodloužení.

2. „Válec“ - vznikne uzavřením vnitřní dutiny trubky*.

Ve skutečnosti musí uvažované děje probíhat současně, resp. ve vzájemném časovém překrytí.

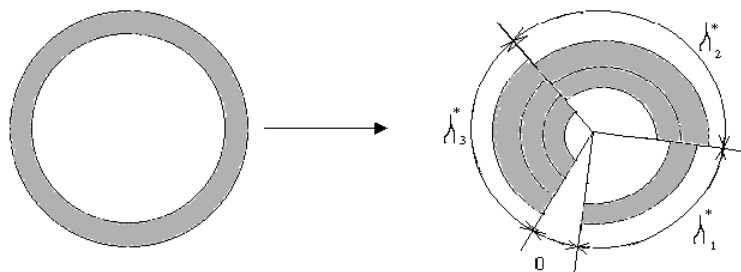
3. Geometrie modelu utahování svinuté vlákenné stužky

Při tvorbě strukturního modelu utahované svinuté stužky se vycházelo ze dvou předešlých. Model byl doplněn o další zjednodušení, která se týkají hlavně procesu utahování.

Předpoklady:

- osy vláken mají po celou dobu utahování tvar šroubovic;
- na počátku je těsně nebo volně svinutá stužka;
- vlákna v řezu příže jsou po utažení ve dvou či více vrstvách (při protahování příže působením odtahové osově síly se zmenšuje poloměr energeticky nejvýhodnějších šroubovic tak, že v určité fázi se na něj už všechna vlákna nevejdou a jsou nucena putovat do vrstev vnitřních, kde opět zaujmou polohu s minimální energií);
- všechna vlákna v téže vrstvě mají totéž prodloužení i sklon;
- pro zjednodušení výpočtů je považován úhel zkrutu vláken v povrchové vrstvě α za konstantní, i po uvažované deformaci viz obr. 6, 7;
- poloměry sousedních vlákenných vrstev se liší nejméně o hodnotu průměru vlákna, hustší zaplnění průřezu příže vlákny (např. uspořádáním do trojúhelníkové sítě) není možné kvůli rozdílným délkám závitů šroubovic v různých vrstvách;
- vlákna kruhového průřezu mají v řezu příže tvar elipsy z důvodu zakroucení příže;

Skutečné zaplňování přízového tělesa vlákny působením osově odtahové síly probíhá s největší pravděpodobností mechanismem zakresleným na obr. 5. Daný fakt dokazují příčné řezy výslednou příží. Dle našich předpokladů dochází v průběhu utahování stužky vláken ke vzniku jakýchsi i -vrstevých vlákenných systémů, jejichž velikost je charakterizována úhly λ_i^* . Naznačený prázdný prostor umožňuje pohyb vláken v popisovaném procesu a zároveň se díky němu model více přibližuje reálné přízi.



Obr. 5: Předpokládané schéma zaplňování příže

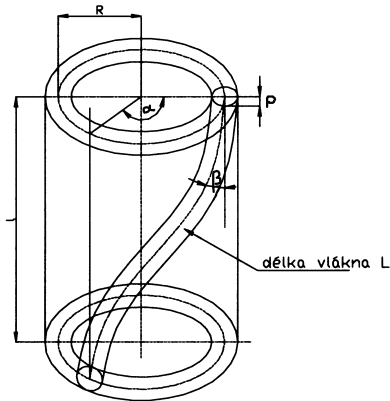
* Při přechodu šroubovic vláken z výchozího poloměru na poloměr menší je délka šroubovice při stejném zkrutu na menším poloměru kratší než délka do něj vtlačovaná. Proto se objeví jistý „přebytek délky“ na novém menším poloměru; ten je nutno kompenzovat zkrácením zkrutu.

Ze zmíněných předpokladů lze napsat podmínku:

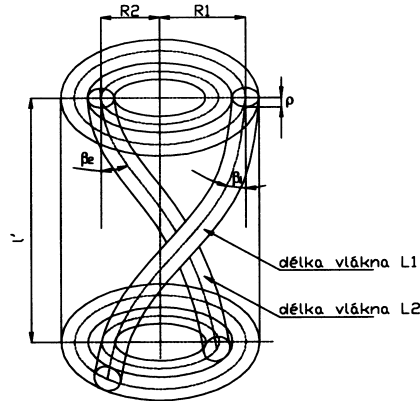
$$\sum_{i=0}^k \lambda_i^* \leq 2\pi \quad (1)$$

při

$$\lambda_i^* \geq 0, \lambda_2^* \geq 0, \dots, \lambda_k^* \geq 0 \quad (2)$$



Obr. 6: Schéma stužky
v počátečním stavu -
jednovrstvý útvar



Obr. 7: Schéma dvouvrstvého útvaru po
uvažované deformaci

3.1 Energetická bilance pro pružná vlákna

Při známých deformacích je možné napsat vztah pro výslednou energii jedné vrstvy vláken ve vybraném úseku příze:

$$w_i = n_i [(\text{protažení} + \text{ohyb} + \text{torze}) \text{ jednoho vlákna}], \quad (3)$$

kde n_i je počet vláken v jedné vrstvě.

Pro ideálně pružná vlákna s lineární závislostí napětí na deformaci:

$$w_i = n_i \left[\frac{1}{2} C_1 \frac{(L_i - L)^2}{L} + \frac{1}{2} C_2 L \kappa_i^2 + \frac{1}{2} C_3 L (c_i - c_0)^2 \right], \quad (4)$$

kde L_i , L jsou skutečná a původní délka vlákna, c_0 je „přirozená“ (původní) torze výchozí šroubovice a κ_i , c_i jsou křivost a torze v aktuálním stavu. Koefficienty C_i závisejí na elastických vlastnostech materiálu. Dostupné experimentální výsledky uvádějí pro textilní materiály různé hodnoty „modulu pružnosti v tahu“ E_t a „modulu pružnosti v ohybu“ E_o ; z tohoto faktu budeme vycházet i přesto, že je v rozporu s lineární teorií pružnosti.

$$C_1 = \pi \rho^2 E_t \quad (5)$$

$$C_2 = \frac{1}{4} \pi \rho^4 E_o \quad (6)$$

$$C_3 = \frac{1}{2} \pi \rho^4 G \quad (7)$$

ρ je poloměr vlákna.

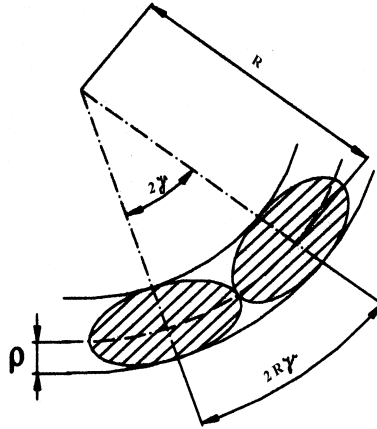
Pro křivosti lze napsat (viz obr. 6):

$$\kappa_i = \frac{\sin^2 \beta_i}{R_i} \quad (8)$$

$$c_i = \frac{\sin \beta_i \cos \beta_i}{R_i} \quad (9)$$

Na celkovou torzi má vliv i případná změna délky závitů šroubovice, na které vlákno leží. [4] Vztah pro celkovou deformační energii jedné vrstvy, ve kterém je zahrnut tento jev pak:

$$w_i = n_i \frac{\pi \rho^2 L}{2} \left[\frac{E_t}{L^2} (L_i - L)^2 + \frac{E_0 \rho^2 \sin^4 \beta_i}{4 R_i^2} + \right. \\ \left. + \frac{G \rho^2}{2} \left[\frac{\sin \beta_i (\cos \beta_i - 1)}{R_i} - \frac{\sin \beta (\cos \beta - 1)}{R} \right]^2 \right] \quad (10)$$



Obr. 8: Schéma dvou vláken v příčném řezu příze

Z obr. 8 vyplývá vztah pro počet vláken v jedné vrstvě:

$$n = \frac{\pi}{\gamma}, \quad (11)$$

kde 2γ je úhel mezi dvěma vlákny v řezu příze; při známé geometrii vláken a jejich trajektorii platí:

$$n_i = \frac{\pi}{\arcsin \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 \sin^2 \beta_i + R_i^2 \cos^2 \beta_i}}}, \quad (12)$$

Z geometrie šroubovic dále vyplývají vztahy mezi délkou l systému ve směru osy šroubovice a parametry R_i , β_i a délkou šroubovice L_i .

$$\cos \beta_i = \frac{l'}{L_i} \quad (13)$$

Je-li l' délka závitů šroubovic ve vnější vrstvě vláken, pak

$$R_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{L_1^2 - l'^2} \quad (14)$$

a pro další vrstvy vláken směrem od povrchu příze k její ose bude vždy

$$R_{i+1} = R_i - 2\rho \quad (15)$$

Celková deformační energie svinované stužky je součtem energií dílčích.

Výraz pro deformační energii lze po dosazení z (10) upravit tak, že v něm budou materiálové konstanty β , ρ , G , E_b , E_0 , L , l , charakteristika prodloužení l' , a dále parametry L_i , které nepředstavují veličinu, kterou by bylo možno v průběhu utahování změřit. Z fyzikálních důvodů lze předpokládat, že jejich hodnoty budou takové, aby celková energie byla minimální - jde o standardní úlohu hledání minima funkce více proměnných, tedy řešení soustavy rovnic pro i -vrstvý systém i proměnných.

$$f_k(L_1, \dots, L_i) = \frac{\partial w(L_1, \dots, L_i)}{\partial L_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, i \quad (16)$$

Úloha se řeší Newtonovou metodou; v minimu energie je matice soustavy rovnic

$$A = \frac{\partial f}{\partial L} \text{ s prvky } a_{ik} = \frac{\partial^2 w}{\partial L_i \partial L_k} \text{ pozitivní. Všechny derivace jsou počítány numericky.}$$

Výsledkem je energie vícevrstvého útvaru, který je protažený z původní délky l na délku l' . Celý systém se ovšem skládá z částí, které mají různý počet vrstev, jak bylo uvedeno v předchozím textu.

Úhly λ_i byly nalezeny, za podmínky minimální deformační energie i -vrstvého systému, metodou lineárního programování. Při výpočtu je nutno zachovat celkový počet vláken v řezu přízi $N = \sum \frac{\lambda_i}{2\pi} n_i$ a hledáme minimum funkce $w_c = \sum \frac{\lambda_i}{2\pi} n_i w_i$, kde w_i je průměrná deformační energie jednoho vlákna v i -vrstvě systému. Navíc musí být splněny vztahy (1) a (2).

Popsaným postupem lze získat všechny informace o geometrii útvaru při okamžité délce l' . Navíc lze přímo určit osovou sílu, která v úseku příze působí, ze vztahu:

$$\frac{dw_c}{dl'} = F_{os.}, \quad (16)$$

4. Používaný přízový materiál

Zkoumaný materiál přízi vyrobený na stroji BD 200 poskytl VÚB - Ústí nad Orlicí.

<i>specifikace příze</i>	<i>příze A</i>	<i>příze B</i>
materiál	100% PESs Fioco	100% VSs Lezzig
jemnost příze [tex]	20	14,5
zákrut [m ⁻¹]	882	1 160
odtahová rychlost [m min ⁻¹]	113,4	77,6
otáčky rotoru [min ⁻¹]	100 000	90 000
průměr rotoru [mm]	34	34
průměr příze [mm]	0,21	0,17

Tab. 1

Laboratorně byly zjišťovány strukturní parametry (průměr příze, sklon vláken k ose příze, průměr vláken) - viz tab. 1 a mechanické vlastnosti (pevnost - tahové křivky) rotorových přízí. Geometrické vlastnosti byly využity pro potřeby matematického modelu, tahové křivky pak pro ověření správnosti modelu.

5. Numerický experiment

Reálné materiály, které byly testovány, mají při tahové deformaci chování značně odlišné od lineárního. Proto bylo nutné pozměnit výchozí vztah (10) v části náležející tahové deformaci vláken. Původní lineární předpoklad byl zaměněn za vztah aproximovaný z tahových křivek vlákna pro konkrétní používané materiály (polyester, viskóza).

Aproximace byly zvoleny ve tvaru:

$$\text{pro PES: } \sigma = a\varepsilon + c\varepsilon(\varepsilon - x_1)^2(\varepsilon - x_2), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{kde } a &= 2,05 \text{ GPa} \\ c &= -340 \text{ GPa} \\ x_1 &= 0,125 \\ x_2 &= 0,30 \end{aligned}$$

$$\text{pro VS: } \sigma = a\varepsilon + b\varepsilon e^{-d\varepsilon}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{kde } a &= 1,80 \text{ GPa} \\ b &= 4,07 \text{ GPa} \\ d &= 25 \end{aligned}$$

Byly použity tahové křivky z literatury. [5] Vztahy (17) a (18) vyjadřují rovnice závislosti tahového napětí na prodloužení. Jejich integrací byly získány vztahy pro deformační energii vláken.

6. Konfrontace modelu a skutečné příze

Byl sestaven program, který simuloval průběh utahování stužky podle popsaného modelu. Vzhledem k tomu, že parametry výchozí trubky nejsou známy, byly testovány jejich různé hodnoty s cílem získat v průběhu simulace systém, jehož geometrie by co nejlépe odpovídala reálné přízi. Jako vstupní parametry programu byly použity některé údaje získané měřením na přízi (např. průměrný počet vláken v řezu, poloměr vlákna).

K získání průběhu modelové tahové křivky (viz grafy 1 - 5) byly použity následující vstupní parametry:

<i>parametry</i>	<i>Příze A</i>	<i>příze B</i>
počet vláken v řezu	106	129
modul pružnosti vláken v „ohybu“ [GPa]	7,7	10
modul pružnosti vláken v krutu [GPa]	0,92	1,12
tažnost vláken [%]	25	15
úhel sklonu povrchových vláken [°]	(42,4)	(45)
počáteční délka závitů [mm]	(0,88)	(0,7)

Tab. 2

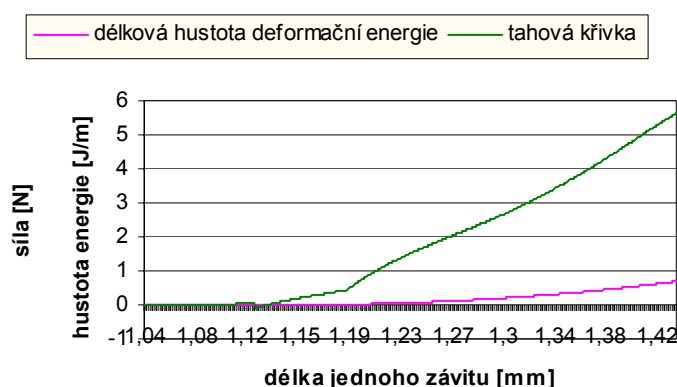
Poslední dva parametry charakterizují výslednou trubku, a je potřeba je náležitě optimalizovat, abychom nakonec dostali útvar blízký skutečné přízi.

Ukázalo se, že utahování trubky má téměř při všech technologicky rozumných hodnotách parametrů překvapující průběh – svinutý útvar, který má malý počet vrstev, je nestabilní a má tendenci se samovolně prodlužovat. To je pravděpodobně způsobeno snahou minimalizovat ohybovou deformaci vláken ve stavu, kdy v poměrně volném uspořádání mohou zaujmout polohu se zanedbatelnou délkovou deformací. Teprve při vzniku téměř zaplněného systému (při počtu vláken v přízi kolem 100 to bývá pětivrstvá, výjimečně šestivrstvá struktura) začne být další protahování energeticky nevýhodné. Takovýto stav je tedy stabilní a nejeví tendenci ke zpětnému rozvolňování ani v případě, že na útvar přestanou působit odtahové osově síly.

V některých případech se v průběhu dalšího protahování příze objevilo další energetické minimum. Vysvětlení tohoto jevu bude vyžadovat podrobnější sledování geometrie a energetických bilancí jednotlivých částí vlákenného systému.

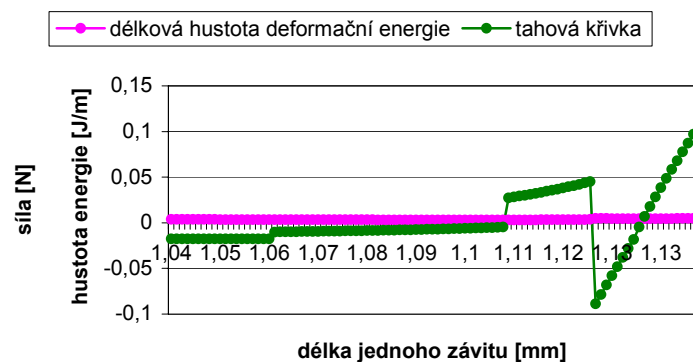
Při přechodu mezi oběma popsány stavy lokálního minima deformační energie je nutno překonat mezilehlé lokální energetické maximum. To je však dost nízké a síly potřebné na jeho přechod nejsou vysoké v porovnání s běžnou velikostí odtahových sil působících v ose příze. (Technologie výroby je kvůli maximální produktivitě volena tak, aby osově napětí sice téměř jistě nedosáhlo úrovně meze pevnosti příze, ale jinak aby bylo co největší.)

Modelové křivky pro přízi A



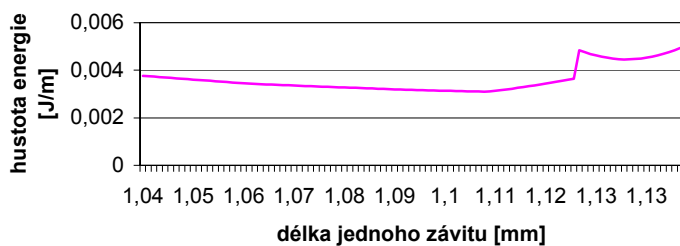
Graf 1.

Detail modelových křivek pro přízi A



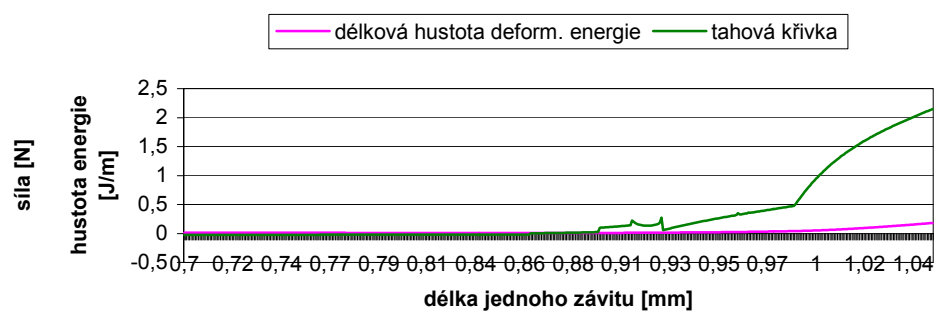
Graf 2.

Detail křivky délkové hustoty deformační energie



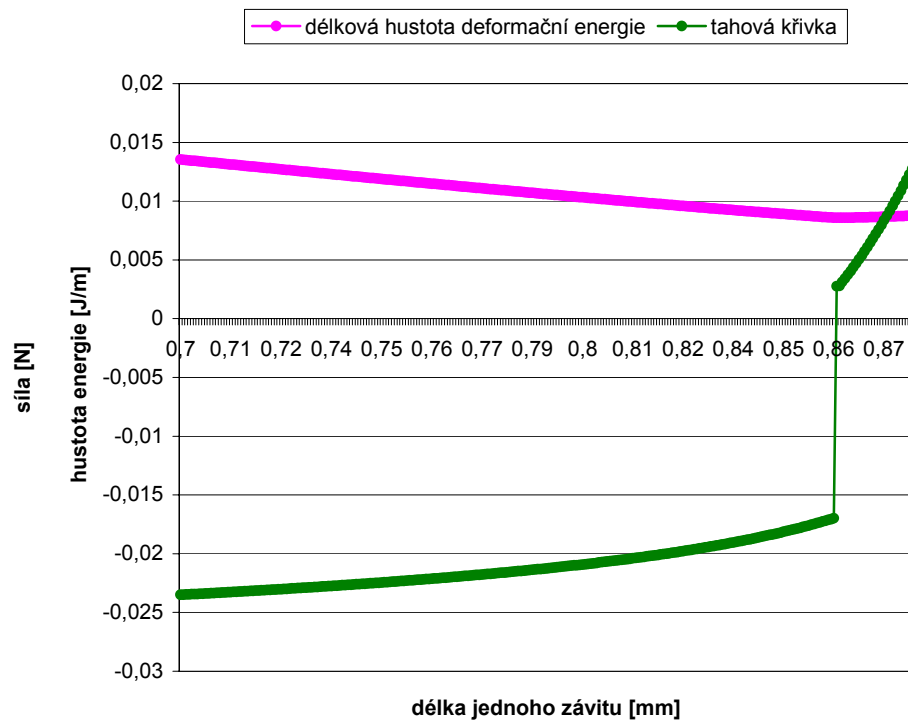
Graf 3.

Modelové křivky pro přízi B



Graf 4.

Detail modelových křivek pro přízi B



Graf 5.

Při uvolnění odtahových sil po ukončení dopřádacího procesu lze tudíž očekávat, že příze zaujme rovnovážný stav s vyšší hodnotou prodloužení. Parametry výchozí trubky byly voleny tak, aby nalezená stabilní rovnováha výsledného systému odpovídala zákrutu, který měly příze kontrolní. Při sledování průběhu tahových deformačních křivek se zjistilo, že jejich průběh při daném zákrutu v rovnovážném stavu už závisí na počátečních parametrech vlákenné trubky zanedbatelně (relativní odchylky v napětí i v celkové tažnosti nepřesáhly 10^{-4}).

Při modelování vlastností viskóзовé příze byl nalezen jeden stabilní rovnovážný stav, u polyesterové příze byly rovnovážné stavy dva – grafy 1 – 5. Na obou tahových křivkách se za stabilním rovnovážným stavem objevuje ještě jeden významný společný jev, a tím je bod, ve kterém má závislost napětí na deformaci nespojitou derivaci – viz grafy. Tento bod je důležitý z hlediska porovnávání tahových křivek modelu a skutečné příze – kdybychom umístili počáteční bod tahových křivek do něj, budou namodelované a skutečné tahové křivky velmi blízké, pro viskóзовou přízi dokonce téměř totožné, včetně meze tažnosti. Příčinu uvedené nespojitosti se prozatím nepodařilo objasnit, ale vzhledem k její významné poloze bude dále předmětem sledování.

7. Závěr

Vytvořený model dává výsledky, které opravňují jeho existenci, i když je zřejmé, že v některých ohledech bude nutné ho ještě vylepšit. Porovnání tahových křivek modelové a reálné příze vyznívá optimisticky, je ovšem na místě připomenout, že aproximace deformačních křivek vlákenného materiálu mohou být dost hrubé a zdroj, ze kterého byly křivky získány, vyhlíží poměrně vágně. Rovněž naše znalosti ohybových vlastností vláken nejsou pravděpodobně příliš přesné.

Model značně zjednodušuje geometrii problému a neuvažuje jiné než pružné deformace, což může být určitým nedostatkem. Jedním z rozhodujících mechanismů přenosu sil mezi vlákny v přízi je tření, jehož započítání by vneslo do modelu prvky plasticity. Viskoelastické chování vláken nebo celého systému by mohlo vést k posunutí stabilního rovnovážného stavu do bodu blízkého bodu nespojitosti derivace závislosti napětí na prodloužení a tím dosáhnout věrné shody chování modelu a reálné příze.

Práce vznikla v rámci výzkumného záměru MSM 245100303 a za podpory grantu GAČR 106/01/0565.

Literatura:

- [1] Ursíny P.: *Teorie předení II.*, skriptum TU, Liberec, 1992
- [2] Rohlena V. a kolektiv: *Bezvřetenové předení*, SNTL, Praha, 1974
- [3] Neckář B., Kovářová A.: *Struktura příze - Fyzikální model vnitřní struktury*, Výbor z výzkumných prací SVÚT, Liberec, 1980
- [4] Kalousek Z.: *The helical model of twist of second order*, Sborník konference – Textile science, TU, Liberec, 1998
- [5] Bobeth W., Berger W., Faulstich H., Fischer P., Heger A., Jacobasch H., Mally A., Mikut I.: *Textile Fasestoffe*, Berlin, 1993
- [6] Hearle, J. W. S., Grosberg, P., Backer, S.: *Structural Mechanics of Fibers, Yarn and Fabrics, Vol. I*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1969