



Národní konference s mezinárodní účastí
INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

**SIMULACE NELINEÁRNĚ-ELASTICKÝCH ORTOTROPNÍCH VLASTNOSTÍ TEPNY
POMOCÍ IZOTROPNÍCH KONEČNÝCH PRVKŮ**

Michal VAJDÁK, Jiří BURŠA *

***Summary:** This report analyses the possibility of the computational modeling of nonlinear elastic orthotropic materials in FEM system ANSYS, which does not have any finite elements dealing with a nonlinear elastic orthotropic material model. The computational analysis of those materials is demonstrated on a segment of an artery. Stiffeners in the axial direction create a composite structure which models orthotropic nonlinear material properties. The axial stiffening is modeled by finite elements, by a modification of the wall structure and by the modification of material properties of the stiffeners. This composite model of the arterial provides an idea about the influence of orthotropic properties on its deformation and stress state. The results show a disagreement with a model using the homogeneous isotropic nonlinear elastic material behaviour. The explanation may be found in an invalidity of the superposition principle under large displacements of the nonlinear elastic material.*

Klíčová slova: Arterie, ortotropie, materiálová nelinearita, kompozitní materiál.

1. ÚVOD

Rozšíření kompozitních materiálů zaznamenává v poslední době výrazný vzrůst a to nejen v úzce specializovaných oblastech, ale i v běžném spotřebním průmyslu. Mezi používanými materiály se mohou vyskytovat případy materiálů s ortotropními vlastnostmi, vykazující v běžném provozu výrazné deformace přesahující 10% délkových přetvoření vzhledem k původnímu rozměru. Takovéto materiály navíc vždy vykazují více či méně výraznou nelinearitu závislosti napětí-deformace při jejich zatěžování. V oblasti biomechaniky lze narazit na tento problém při modelování napěťově-deformačních stavů tepen a jejich spojů s cévním náhradami. Jak přirozené cévy, tak umělé cévní náhrady vykazují anizotropii, hysterezi a nelineární závislosti mezi napětími a přetvořeními, která jsou řádu až desítek procent. V pracích [3], [4], [5] byl používán model izotropního nelineárně elastického materiálu, který se nejvýrazněji liší od skutečnosti zanedbáním neizotropních vlastností. Poměr mezi moduly pružnosti pro podélný a obvodový směr může být 1,5 až 2, takže je žádoucí použít model ortotropního nelineárně elastického chování. Zde však narážíme na možnosti MKP systému ANSYS, který umožňuje výpočty pouze s izotropními nelineárně elastickými materiálovými modely. Pro ortotropní výpočty ANSYS nabízí jen lineárně elastický materiálový model. Cílem práce bylo otestovat možnosti využití různých kombinací nelineárně elastických izotropních prvků pro modelování nelineárně elastického ortotropního materiálu. Testy byly prováděny na modelu

* Ing. Michal Vajdák, Ing. Jiří Burša, Ph.D., Ústav mechaniky těles, FSI VUT Brno, Technická 2, 616 69 Brno, E-Mail: vajdy@email.cz, bursa@umt.fme.vutbr.cz, tel.: +420.5.41142869, fax: +420.5.41142876

úseku tepny, modelovaného jako část válcové nádoby pomocí různých nelineárně elastických izotropních konečných prvků.

2. MOŽNOSTI VÝPOČTOVÉHO MODELOVÁNÍ NELINEÁRNĚ-ELASTICKÉHO ORTOTROPNÍHO MATERIÁLU

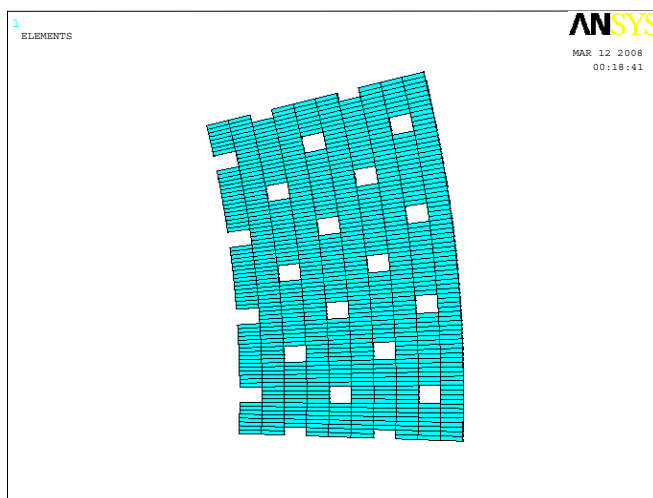
Neizotropní chování za velkých deformací bývá záležitostí vnitřní nehomogenní struktury materiálu. Bývá však obtížné získat údaje o topologii a geometrii jednotlivých komponent modelované struktury. Navíc je u cév tato struktura tak komplikovaná, že vytvoření realistických výpočtových modelů je zatím prakticky nemožné. Takový model by umožňoval posouzení napjatosti přímo v jeho struktuře, což by bylo potřebné pro posuzování některých mezních stavů. Někdy však dostačuje získat alespoň orientační informaci o vlivu ortotropie na “průměrnou” deformaci či napjatost (tj. stav odpovídající homogennímu ortotropnímu materiálu), v porovnání s izotropním homogenním výpočtovým modelem stejné součásti. Nejčastěji se k modelování napjatosti a deformace nelineárně elastických neizotropních vlastností používá materiálových modelů založených na hustotě energie napjatosti, a to v různých tvarech. V [1], [2] jsou popsány materiálové modely navržené různými autory pro popis vlastností materiálu cévní stěny ve tvaru

exponenciálním
$$W = \frac{1}{2} \cdot c [e^Q - 1] \text{ kde } Q = c_1 \varepsilon_t^2 + c_2 \varepsilon_z^2 + 2 \cdot c_3 \varepsilon_t \varepsilon_z$$

logaritmickém
$$W = -c \ln(1 - Q) \text{ kde } Q = \frac{1}{2} c_1 \varepsilon_t^2 + \frac{1}{2} c_2 \varepsilon_z^2 + c_3 \varepsilon_t \varepsilon_z$$

či polynomickém
$$W = b_1 \varepsilon_t^4 + b_2 \varepsilon_t \varepsilon_z + b_3 \varepsilon_z^2$$

Tyto matematické formule popisují funkční závislosti hustoty energie napjatosti na dvou hlavních složkách tenzoru přetvoření. Takové modely umožňují matematicky exaktní způsob modelování neizotropních nelineárně elastických vlastností. Systém ANSYS sice teoreticky umožňuje zadání vztahů pro energii napjatosti do hyperelastických materiálových modelů, v praxi se však naráží na řadu pro nás zatím neschůdných problémů (viz.[6]), takže jsme tento postup nemohli použít. Proto jsme se pokusili o modelování ortotropních nelineárně elastických vlastností pomocí vyztužení izotropní struktury pomocí prvků o vyšší tuhosti, orientovaných v požadovaném směru.



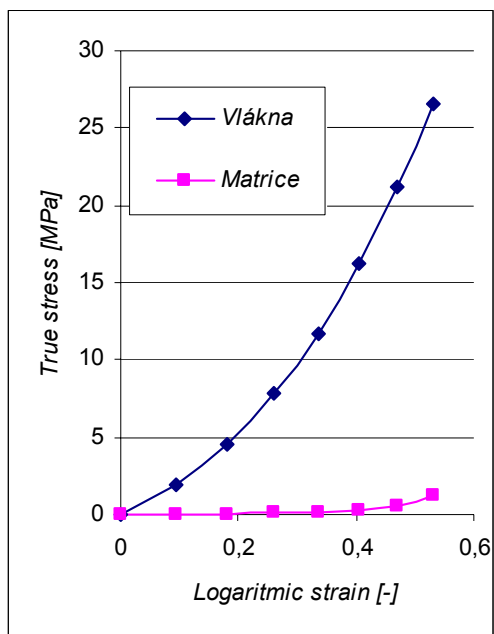
Obr1. Řez maticí modelu úseku tepny.

3. TESTOVANÉ VÝPOČTOVÉ MODELÝ:

3.1. MODELOVÁNÍ TAHOVÝCH ZKOUŠEK ZA POUŽITÍ PRUTOVÝCH PRVKŮ

Tepna byla modelována jako část válcové nádoby o průřezu 20 mm s tloušťkou stěny 2 mm. Jeden z možných způsobů zahrnutí ortotropního chování je vyztužení elementů v jednom směru pomocí prutových prvků, které vytvářejí jakousi výztužnou strukturu provázanou v uzlech s prostorovými izotropními prvky. Model je vlivem silového zatížení deformován, čímž jsou deformovány i výztuže přebírající část zatížení v daném směru. Napětí v deformovaném modelu jsou pak dána deformací prostorových izotropních prvků a výztužné struktury současně. Je třeba brát ohled na to, že vyztužení realizované prutovými prvky není zahrnuto do napětí v prostorových prvcích, a “průměrné” napětí v kompozitním materiálu musíme určit jako součet sil působících na trojrozměrné i prutové výztužné prvky, vztažených na příčný průřez modelu. Použití prutových prvků jako výztuh v osovém směru sice možné, avšak jen při některých typech napjatosti. Například při simulaci tahové zkoušky se působící silové zatížení rozdělí mezi strukturu prutů a izotropní model tělesa. Při deformačním zatěžování úseku tepny v osovém směru (předepsání deformačních posuvů na konci úseku tepny) se osová reakční síla rovněž skládá ze složky, kterou přenáší izotropní materiál a ze složky síly, vyvolané vyztužnými pruty. Při vzniku víceosé napjatosti vlivem dalšího zatížení (např. při zatěžování úseku tepny vnitřním tlakem) se napětí v axiálním směru mění jen vlivem příčné kontrakce izotropního materiálu, která vliv vyztužných prutových prvků nerespektuje. Proto při následné deformaci v radiálním směru již nemají pruty na axiální napětí žádný vliv. V opačném případě, kdy výztuže by byly rozmístěny v obvodovém směru (v němž je zatížení pouze silové), by k tomuto zkreslení nedocházelo. Šlo by však o případ vyšší tuhosti v obvodovém směru oproti směru osovému zatímco v případě skutečné tepny je tomu naopak. Proto tento postup nelze použít.

3.2. MODELOVÁNÍ STĚNY TEPNY JAKO KOMPOZITNÍ STRUKTURY PRO SIMULACI JEDNOOSÝCH TAHOVÝCH ZKOUŠEK

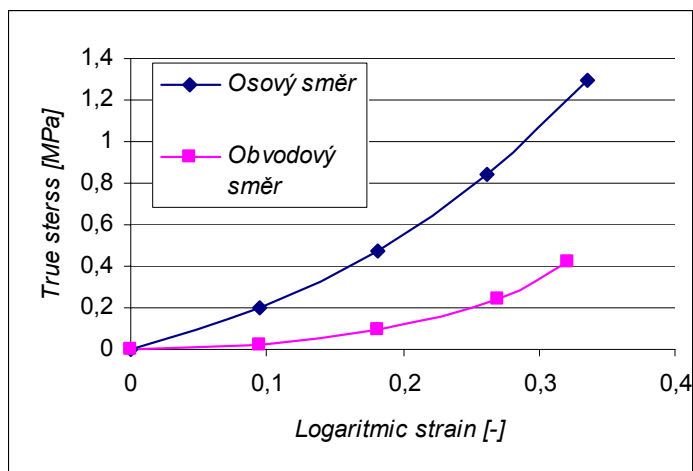


Obr.2. Použité materiálové charakteristiky pro vlákna a matrici.

Lepší vlastnosti vykazoval druhý model úseku tepny, který byl vytvořen jako prostorový, v němž jsou v axiálním směru rozmístěna vlákna (obr.1) z materiálu o vlastnostech odlišných od okolní matrice, modelovaná pomocí 3D prvků. Vlákna jsou součástí stěny tepny a stejně jako základní materiál stěny mají výrazně nelineární chování (obr.2). Stěna je tedy nehomogenní a je složena ze dvou komponent. Velikost a charakter deformací uvnitř struktury jsou výrazně ovlivněny geometrií a uspořádáním vláken v matrici a konvergence výpočtů i jejich maximálně dostažitelná celková deformace závisí na konkrétním uspořádání struktury. Na vytvořeném testovacím modelu, byla simulována jednoosá tahová zkouška pro osový a pro obvodový směr.

4. VÝSLEDKY SIMULACE TAHOVÝCH ZKOUŠEK

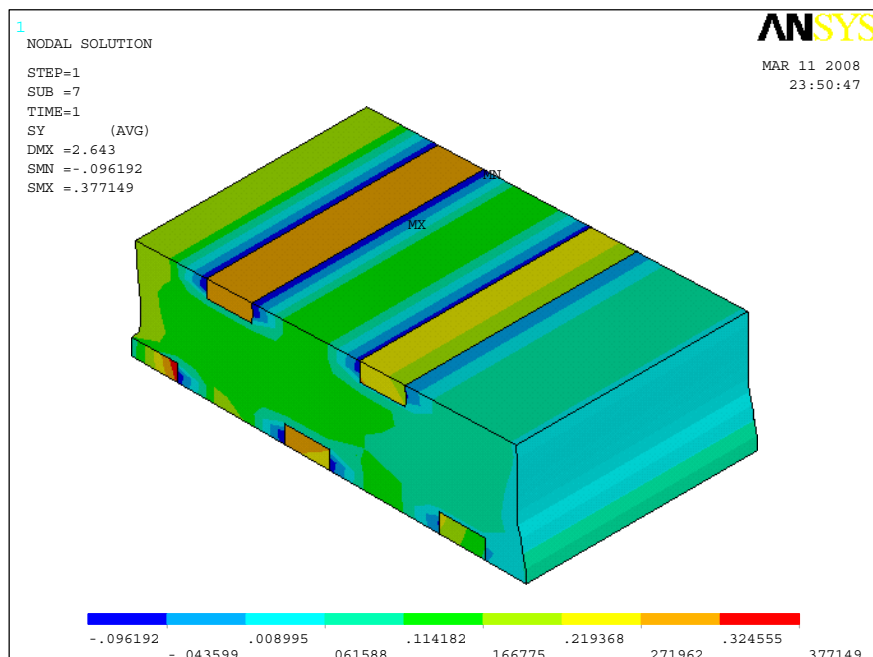
Pro představu o globálních elastických vlastnostech vytvořené ortotropní struktury byly ze simulovaných tahových zkoušek sestrojeny napětově-deformační charakteristiky pro jednotlivé hlavní materiálové směry, které byly následně přepočítány na hodnoty skutečných napětí a přetvoření zohledňujících velké deformace struktury (obr.3). Jejich charakter odpovídá známým výsledkům experimentů. Protože materiál popsán ortotropními nelineárně elastickými vlastnostmi podle obr.3. nedokážeme přímo modelovat, byl model segmentu stěny tepny vytvořen stejným způsobem jako model pro simulaci tahových zkoušek.



Obr.3. Vypočítané napětově-deformační charakteristiky z výsledků simulace ortotropních vlastností materiálu.

5. VERIFIKACE VYPOČÍTANÝCH MATERIÁLOVÝCH CHARAKTERISTIK POROVNÁNÍM S IZOTROPNÍM MODELEM

Dále jsme se pokusili aspoň o elementární verifikaci vytvořeného výpočtového modelu, simulujícího ortotropní vlastnosti stěny. Model byl zatížen vnitřním tlakem a definovaným axiálním protažením. Bylo provedeno několik výpočtů pro různé osově předepnutí tepny, i různé vnitřní tlaky. Rozložení obvodových napětí u jedné z variant je na obr.5, v detailu je ukazuje obr.4. Jednou z řešených variant okrajových podmínek byl i volný konec tepny v axiálním směru. Výsledné radiální posuvy pro různá osová předpětí a



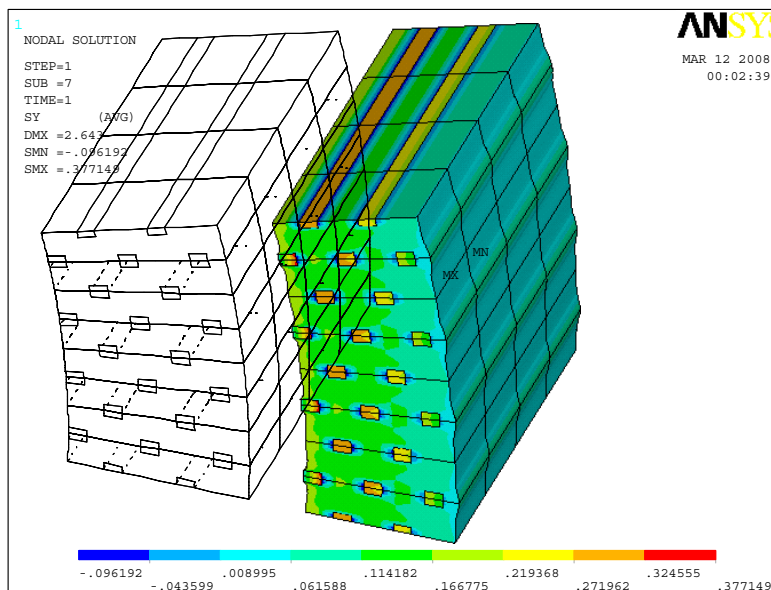
Obr.4. Modelovaný element tepny s výztužnými vlákny, grafické znázornění obvodového napětí v [MPa] při zatížení vnitřním tlakem 16kPa a bez předepnutí v ose.

vnitřní tlak 8kPa a 16kPa jsou uvedeny v tab.1. Zaznamenaná osová síla je celková síla, kterou působí modelovaná část stěny tepny v osovém směru na své vazby. Pro případ výpočtů úseku s volným koncem je tato síla nulová a dochází k axiálnímu zkrácení tepny.

Krevní tlak		Axiální předeprnutí	Radiální posuv	Axiální síla	Axiální posuv	Radiální posuv pro
	[kPa]		[mm]	[N]	[mm]	Izotropní model [mm]
Diastolický	8	Volný konec	1,9	0	-0,059	0,62
Systolický	16	Volný konec	2,75	0	-0,085	1,25
Diastolický	8	Vetknuto - 0%	1,75	0,019	0	0,49
Systolický	16	Vetknuto - 0%	2,45	0,043	0	1,89
Diastolický	8	Vetknuto - 25%	0,35	0,431	0,25	-0,96
Systolický	16	Vetknuto - 25%	0,53	0,461	0,25	-0,775

Tab.1. Tabulka vypočítaných radiálních posuvů, celkových axiálních sil a osových posuvů, pro různé vnitřní tlaky a různé osově předeprnutí.

Izotropní model pro verifikaci byl vytvořen tak, že jako materiálová charakteristika do homogenního a izotropního výpočtového modelu byla dosazena vypočítaná napěťově deformační charakteristika pro obvodový směr ortotropního materiálu, která je méně strmá (poddajnější materiál) než ve směru axiálním. Tento model tedy obsahuje pouze jeden nelineárně elastický izotropní materiál a geometricky je totožný s ortotropním modelem. Takto navržený výpočtový model by proto měl vykazovat větší deformace, než model ortotropní. Výsledky jsou však s tímto předpokladem v rozporu, izotropní model se chová naopak méně poddajně než ortotropní. Při tlaku 16kPa a nulovém axiálním předeprnutí byla radiální deformace izotropního modelu 1.89 mm, ortotropní model vykazoval za stejných podmínek radiální posuv 2,45 mm. Příčinu této chyby vidíme v neplatnosti principu superpozice při nelineárních výpočtech. Nesrovnalosti při verifikaci tedy nepotvrdily možnost výpočtového modelování ortotropního chování úseku tepny výše popsáním modelem se zjednodušující strukturou vláken ve stěně tepny.



Obr.5. Modelovaný úsek tepny s vykreslením obvodových napětí v [MPa] při vnitřním tlaku 16kPa, bez osově předeprnutí.

6. ZÁVĚR

V příspěvku je popsána tvorba zjednodušeného modelu úseku tepny, který vyztužením stěny tepny pomocí vláken v osovém směru, modelovanými za použití 3D izotropních prvků zohledňuje ortotropní nelineárně elastické vlastnosti. Byly simulovány tahové zkoušky ve dvou na sebe kolmých směrech. Charakteristika napětí-deformace pro

obvodový směr v ortotropním modelu je méně strmá než pro osový směr a za účelem verifikace byla dosazena do nelineárně elastického izotropního modelu o stejné geometrii. Ten by měl vykazovat větší poddajnost než model ortotropní. Výpočty však vykazovaly opačný trend. Vysvětlení lze hledat v neplatnosti principu superpozice v nelineárně elastické oblasti výpočtů při modelování nehomogenního materiálu pomocí izotropních prostorových prvků. Z toho důvodu zřejmě neexistuje pro výpočtové modelování nelineárně elastických ortotropních vlastností jiná cesta, než prostřednictvím známých vztahů pro energii napjatosti, které však v programovém systému ANSYS dosud nejsou implementovány.

7. LITERATURA

- [1] **Matsumoto T., Hayashi K.:** Stress and Strain Distribution in Hypertensive and Normotensive Rat Aorta Considering Residual Strain. *Journal of Biomechanical Engineering*, February 1996, Vol. 118 / 73
- [2] **Burša J.:** Possibilities of using strain energy density functions to solve stress state in arteries. *Konference Biomechanika člověka, Olomouc, listopad 2000*, pp. 141-145.
- [3] **Burša J.:** Analýza napjatosti a deformace ve stěně tepny. *Inženýrská mechanika* 97, květen 1997, Svratka, Volume III, str.123 – 128.
- [4] **Burša J., Vajdák M.:** Stress-strain analysis of an overlapped connection of artery and vascular graft. *Engineering mechanics 2001, Svratka, Czech Republic, May 14 – 17, 2001*, p. 311 – 312
- [5] **Burša J., Vajdák M.:** Mechanical optimization of geometry of the system „Artery-vascular graft“. *Mechatronics robotics and biomechanics 2001, Třešť, Czech republic, 10.9 - 12.9, 2001*, p. 45-50
- [6] **Zapletal J.:** Posouzení možností implementace hustoty energie napjatosti cévy do systému ANSYS. *Diplomová práce FS VUT v Brně, 1998*.

Práce byla provedena v rámci Výzkumného záměru MŠMT č. CEZ:322/98:262100001