Národní konference s mezinárodní účastí

INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

URČOVÁNÍ PARAMETRŮ MODELU SEA POMOCÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Pavel ŠVANCARA •

Summary: *Correct determination of individual SEA parameters is necessary to build a reliable SEA model. Especially for subsystems with complex geometry and material may be desirable to use experimental or numerical methods to identify their parameters. In this paper is Finite Element Method (FEM) used for determination of modal density and FEM in combination with Power injection method for evalation of coupling loss factor. Methodology is illustrated on several examples.*

Key words: *vysokofrekvenční hluk a vibrace, statistická enrgetická analýza, metoda konečných prvků, faktor ztráty vazby, faktor tlumení, metoda vstřikování výkonu*

1. ÚVOD

Výpočtové modelování je účinným nástrojem při redukci hluku a vibrací strojních zařízení. Pro modelování hluku a vibrací v nízkofrekvenční oblasti se dnes používají převážně deterministické metody -metoda konečných prvků (MKP) a metoda hraničních prvků (MHP). Obě tyto metody jsou závislé na počtu prvků, na něž rozdělíme řešenou oblast, s čímž souvisí nároky na čas a náklady výpočtu při zvyšující se počítané frekvenci. Tyto metody vykazují také velkou citlivost, na malé změny v materiálových vlastnostech, geometrii, a okrajových podmínkách.

Pro vysokofrekvenční oblast je proto je vhodné použít metody statistické. Dominantní, a lze říci, v současnosti jediná použitelná pro rozsáhlá průmyslově vyráběná zařízení, je statistická energetická analýza (SEA). Při použití této metody, je třeba do výpočtového modelu zadat parametry jednotlivých subsystémů a vazeb mezi nimi, jako jsou faktory ztrát vazeb FZV, faktory tlumení FT a modální hustoty. V komerčních programových balících, určených pro metodu SEA (AutoSEA, SEADS), se tyto parametry počítají pomocí analytických vztahů, na základě typu subsystémů, geometrie a materiálových charakteristik. Nebo je možno zadat vlastní hodnoty. Především pro tvarově a materiálově komplikovanější subsystémy a vazby není možné použít pouze analytické vztahy a je třeba tyto parametry stanovit na základě měření, nebo s využitím numerických metod [7,8] .

V příspěvku je analyzována možnost využití MKP pro určení modálních hustot subsystémů a faktorů ztrát vazeb mezi jednotlivými subsystémy.

• Ing. Pavel Švancara, Ústav mechaniky těles, FSI, VUT v Brně, Technická 2, Brno, 616 69, tel. 0608/624 648, e-mail: pavel.svancara@email.cz

2. STATISTICKÁ ENERGETICKÁ ANALÝZA – SEA

Metoda SEA je založena na rovnováze toku výkonů mezi jednotlivými subsystémy, na něž je rozdělen analyzovaný vibroakustický systém. Subsystémy jsou definovány jako skupiny stejných modů v základních tělesech (skořepiny, desky, pruty apod.), na které rozdělíme analyzovanou soustavu. Stejné mody jsou takové, které mající stejné tvary kmitů -ohybové, podélné apod. v daném frekvenčním pásmu. Dynamické vlastnosti jednotlivých subsystémů a vazeb mezi nimi jsou určeny na základě populace podobných subsystémů.

Předpoklady použití metody SEA jsou [4]:

1. Buzení jednotlivých subsystémů má charakter „rain-on-the-roof", tedy je prostorově rozložené a vzájemně nekorelované
2. Energie jednotlivých subsystémů a toky výkonů mezi nimi jsou průměrované přes frekvenční pásma a budící síly jsou v těchto pásmech konstantní.
3. Každé frekvenční pásmo obsahuje dostatečný počet rezonančních modů.
4. Subsystémy jsou proporcionálně tlumené.
5. Vazby mezi jednotlivými subsystémy jsou konzervativní a slabé. Slabé znamená, že Greenova funkce $G_{jj}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega)$, představující odezvu v bodě **x** subsystému j na harmonické buzení o frekvenci ω působící v bodě **y** subsystému j, je přibližně stejná pro vázaný a nevázaný subsystém [4].

Každý subsystém je popsán jedením stupněm volnosti-střední energetickou odezvu, odpovídající prostorově a časově průměrované střední efektivní hodnotě rychlosti vibrací u tuhofázového subsystému a střední efektivní hodnotě akustického tlaku u akustického subsystému. Energie vstupuje do jednotlivých subsystémů z externích zdrojů -pravá strana rovnice (1), je utlumována vnitřním tlumením jednotlivých subsystémů - první člen na levé straně rovnice (1) a přenášena mezi nimi - druhý člen na levé straně rovnice (1). Rovnice výkonové bilance pro i-tý subsystém a počet vzájemně propojených subsystémů -m má potom tvar [1]

$$2\pi f \eta_{ii} E_i + \sum_{j=1,\neq i}^{m} 2\pi f (\eta_{ij} E_i - \eta_{ji} E_j) = P_{i,vs} \qquad (1)$$

a dále platí reciprocita

$$n_i \eta_{ij} = n_j \eta_{ji} \qquad (2)$$

kde jsou f - střed uvažovaného frekvenčního pásma

η_{ii} - faktor tlumení i-tého subsystému

η_{ij}, η_{ji} - faktory ztráty vazby mezi i-tým a j-tým subsystémem

E_i,E_j - střední energie i-tého,j-tého subsystému

$P_{i,vs}$ -vstupní výkon do i-tého subsystému z vnějšího zdroje

n_i,n_j -modální hustota i-tého, j-tého subsystému

Rovnice toku výkonů pak můžeme vyjádřit maticově ve tvaru

$$2\pi f\begin{bmatrix} \left(\eta_{11}+\sum_{i\neq 1}^{m}\eta_{1i}\right)n_1 & -\eta_{12}n_1 & \cdots & -\eta_{1m}n_1 \\ -\eta_{21}n_2 & \left(\eta_{22}+\sum_{i\neq 2}^{m}\eta_{2i}\right)n_2 & \cdots & -\eta_{2m}n_2 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -\eta_{m1}n_m & \cdots & \cdots & \left(\eta_{mm}+\sum_{i\neq m}^{m}\eta_{mi}\right)n_m \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} E_1/n_1 \\ E_2/n_2 \\ \vdots \\ E_m/n_m \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} P_{1,vs} \\ P_{2,vs} \\ \vdots \\ P_{m,vs} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Dále je vhodné přepsat vztah (3) do rovnic

$$2\pi f\left[\eta^0\right]\{E\}=\{P\} \qquad \text{a} \qquad n_i\eta_{ij}=n_j\eta_{ji} \quad (4)$$

kde

$$\eta_{ij}^0=-\eta_{ji}, \qquad \eta_{ii}^0=\sum_{m=1}^{n}\eta_{im} \quad (5)$$

Jak je vidět ze vztahu (3), je třeba pro vytvoření věrohodného SEA modelu správně stanovit velikosti jednotlivých faktorů ztrát vazeb, faktorů tlumení a modálních hustot.

3. VYUŽITÍ MKP PRO STANOVENÍ MODÁLNÍ HUSTOTY SUBSYSTÉMU

Modální hustota je definována vztahem [2]

$$n(\omega)=\frac{dN}{d\omega} \quad (6)$$

Kde N je počet modů (vlastních frekvencí) subsystému, které mohou přijímat a uchovávat energii a ω je úhlová frekvence

Při použití MKP mají pohybové rovnice netlumeného, nebuzeného subsystému tvar

$$[M]\{\ddot{u}\}+[K]\{u\}=\{0\} \quad (7)$$

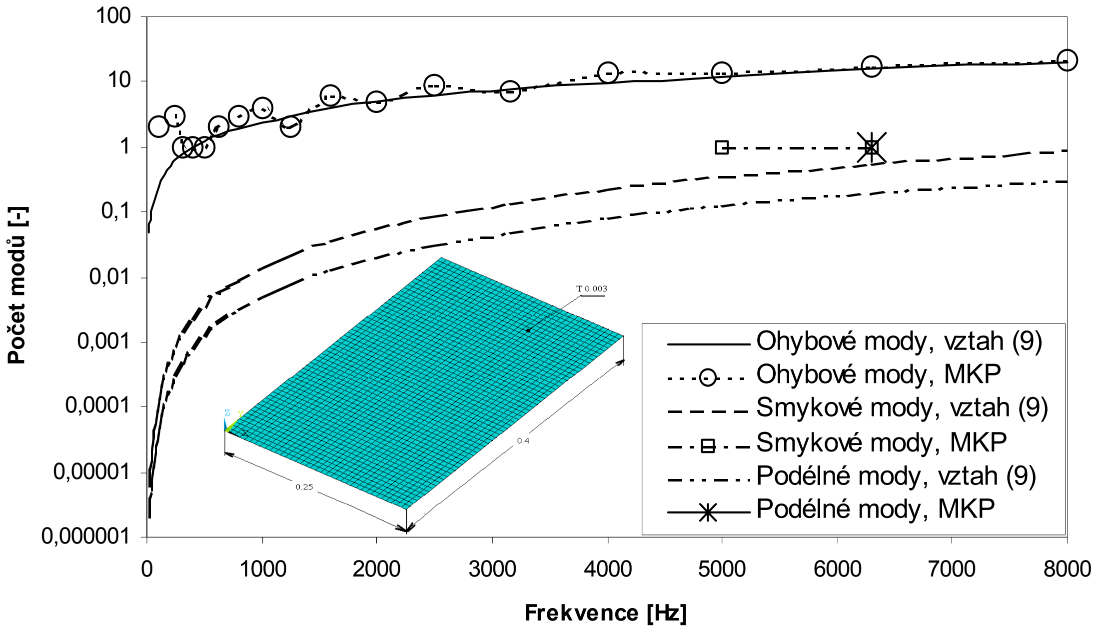
kde [M] je matice hmotnosti, [K] matice tuhosti a {u} vektor deformačních parametrů. Pro lineární systém můžeme vlastní frekvence subsystému získat řešením vztahu

$$\det\left|[K]-\omega^2[M]\right|=0 \quad (8)$$

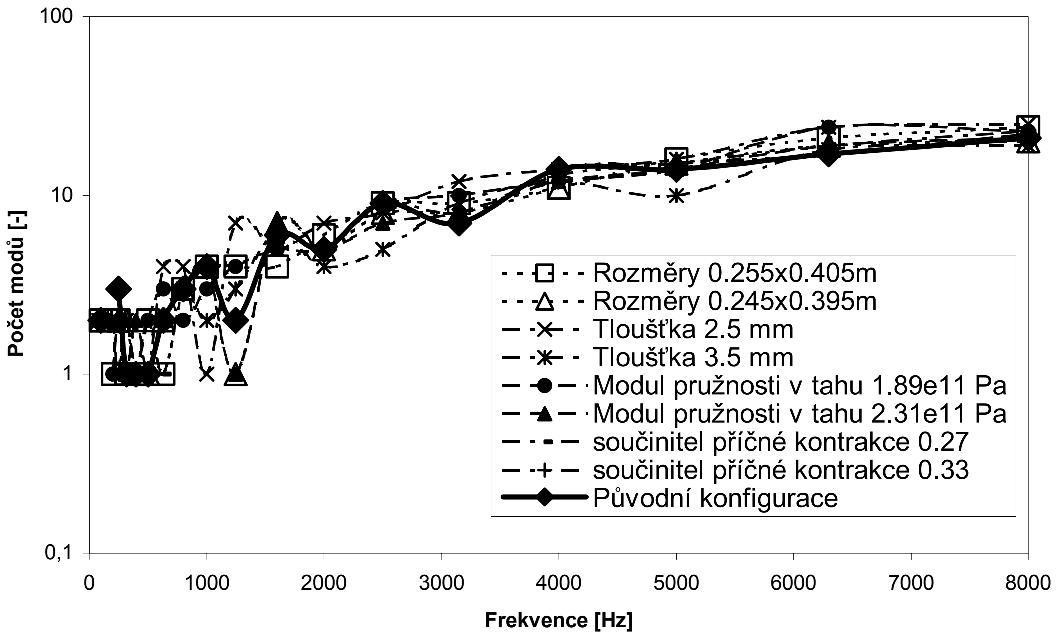
Příklad takto vypočtených počtů modů ohybového, podélného a smykového subsystému obdelníkové hliníkové desky o rozměrech 0.25x0.4x0.003m v 1/3 oktávových pásmech je v grafu 1. Výpočet byl proveden v programovém systému ANSYS 5.7. Jako typ prvku byl použit SHELL 63. Velikost prvku byla zvolena na základě požadavku osmi prvku pro popis jedné vlny. Tomu odpovídá pro ohybové vlny a frekvenční rozsah řešení 0 až 9000 Hz velikost prvku 0.007m. Celkový počet prvků byl 2088. Použité materialové charakteristiky: modul pružnosti v tahu E=68600 MPa, součinitel příčné kontrakce μ=0.33, hustota ρ= 2700 kg.m^{-3}. V grafu1 jsou také vyneseny počty modů v 1/3 oktávových pásmech vypočtené analyticky dle vztahu [2]

$$N = 0.23 f_{str}^2 \frac{2\pi S}{c_g c_\phi} \tag{9}$$

kde f_{str} je střední frekvence daného1/3 oktávového pásma, S je plocha desky, c_g grupová rychlost a c_ϕ fázová rychlost vlnění. Pro ohybové mody platí platí c_g= 2c_ϕ a pro podélné a smykové mody c_g= c_ϕ.



Graf 1. Počty modů ohybových, podélných a smykových subsystémů obdelníkové desky

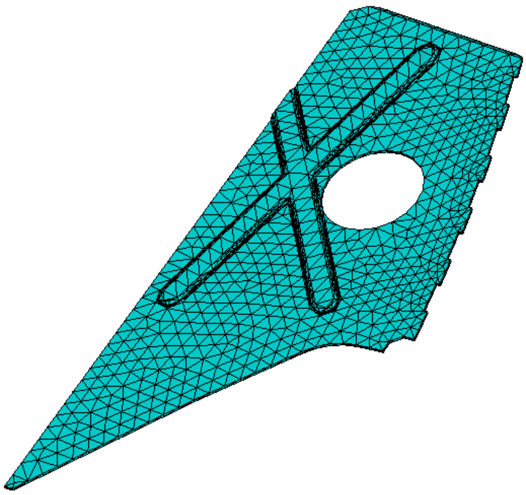


Graf 2. Počty modů ohybového subsystému obdélníkové desky pro různé geometrické a materiálové konfigurace

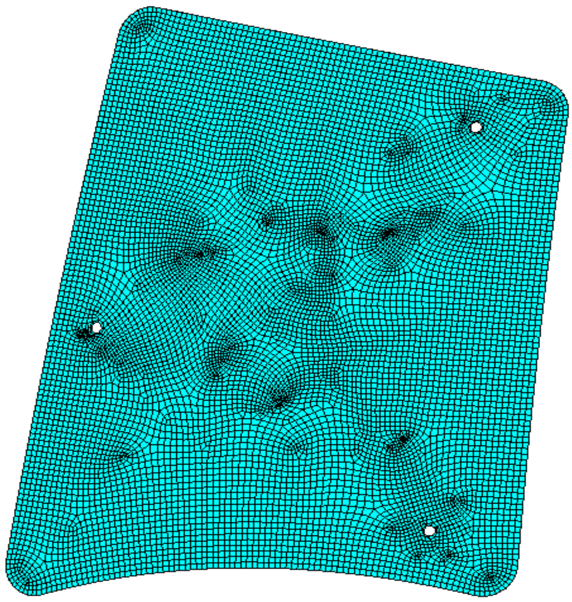
Jak je vidět z výsledků v grafu 1, počet modů ohybového subsystému vypočtený pomocí MKP poměrně dobře odpovídá počtu modů získanému pomocí analytického řešení. Se zvyšující se frekvencí tato shoda vzrůstá. U podélných a smykových modů je shoda horší.

Dále byl analyzován vliv odchylek v geometrii a materiálových parametrech MKP modelu na počet modů. U desky z předchozího příkladu byly měněny délky stran, modul pružnosti v tahu a součinitel příčné kontrakce v rozsahu do 10% nominální hodnoty. Pro vygenerování příslušných souborů parametrů byla použit generátor náhodných čísel s normálním rozdělením v MATLABu –funkce *normrnd*. Tyto odchylky vedly ke změně počtu modů v řádu jednotek a vyšší byly při nižších frekvencích. Některé příklady vypočtených počtů modů ohybového subsystému v 1/3 oktávových pásmech jsou zobrazeny v grafu 2.

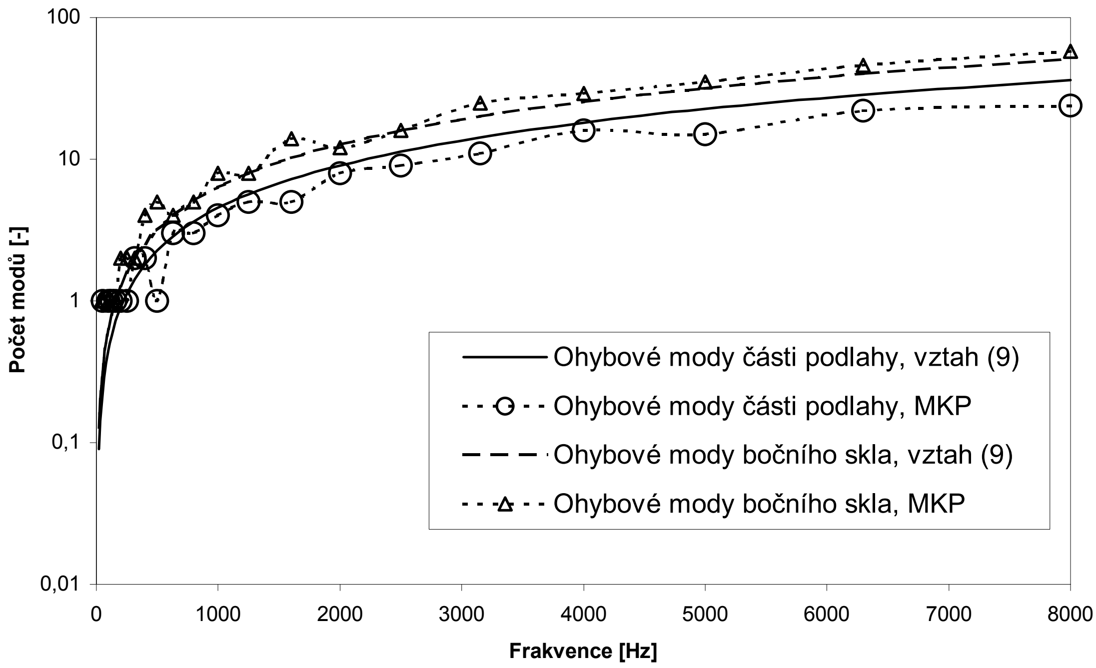
Dále byly počítány počty modů ohybových subsystémů u tvarově komplikovanějších součástí - části podlahy a bočního skla kabiny traktoru Zetor. MKP modely jsou zobrazeny na obr. 1. a obr. 2. Boční sklo je dvakrát zakřiveno v půdorysné a čelní rovině traktoru. Jako typ prvku byl u obou použit SHELL 63. Celkový počet prvků byl u části podlahy 3458 a u bočního skla 9990. Podlaha je vyrobena z oceli($E=2.1e11$ Pa, $\mu=0.3$, $\rho=7850$ kg.m^{-3}). Použité materiálové char. skla jsou $E=6.2e10$ Pa, $\mu=0.24$, $\rho=2300$ kg.m^{-3}. Vypočtené počty modů v 1/3 oktávových pásmech jsou zobrazeny v grafu 3. Pro srovnání jsou v grafu 3. obrany i počty modů dle vztahu (9) pro plochou desku o stejné ploše. Z výsledků je vidět, že u části podlahy je počet modů nižší než u ekvivalentní ploché desky, což bylo způsobeno vyztužením prolisy. Naopak u bočního skla je vypočtený počet modů mírně větší oproti ekvivalentní ploché desce.



Obr. 1. MKP model části podlahy kabiny traktoru



Obr. 2. MKP model bočního skla kabiny traktoru



Graf 3. Počty modů ohybových subsystému části podlahy a bočního skla

4. Využití MKP pro stanovení modální hustoty subsystému

Pro určení FZV můžeme použít metodu vstřikování výkonu. Tato metoda je založena na postupném buzení jednotlivých subsystémů známým vstupním výkonem a výpočtu kinetické energie všech subsystémů tvořících model [3]. Zavedeme-li normalizovanou, frekvenčně a prostorově průměrovanou energii i-tého subsystému, při buzení pouze j-tého subsystému, danou vztahem

$$E_{ij}^{n} = \frac{\omega . E_{ij}}{P_j} \tag{10}$$

potom můžeme psát na základě rovnic (4) psát

$$[I] = [\eta^0][E^n] \tag{11}$$

kde $[I]$ je jednotková matice

Inverzí pak získáme matici celkových faktorů ztrát [η^0]. Jednotlivé FZV jsou pak dány vztahem

$$\eta_{ij} = -\eta_{ji}^{0} \quad , \quad i \neq j \tag{12}$$

Při použití MKP mají pohybové rovnice tlumeného, buzeného subsystému tvar

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \tag{13}$$

kde [C] je matice tlumení a {F} vektor budících sil. Za předpokladu harmonického průběhu budících sil přejde vztah (13) do tvaru

$$\left(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\right)\left\{u_{\max} e^{i\phi}\right\} e^{i\omega t} = \left\{F_{\max} e^{i\psi}\right\} e^{i\omega t} \tag{14}$$

kde u_{max}, F_{max} jsou amplitudy deformačních parametrů a budících sil, a ϕ,ψ jsou jim odpovídající fázové posuny. Řešením (14) získáme vektor deformačních parametrů. Velikost kinetické energie subsystému vystupující v (10) potom můžeme určit dle vztahu [5]

$$E = \frac{\omega^2}{2}\sum_{k=1}^{N} m_k u_k^2 \tag{15}$$

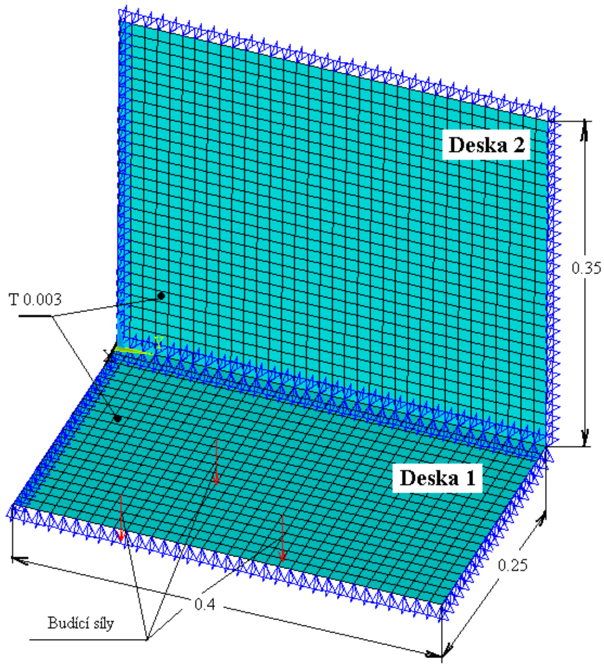
kde m_k je hmotnost a u_k výchylka k-tého nodu.

A velikost vstupního výkonu dle vztahu

$$P = \omega \sum_{l=1}^{M} F_l u_l \tag{16}$$

kde F_l je velikost budící síly v l-tém nodu

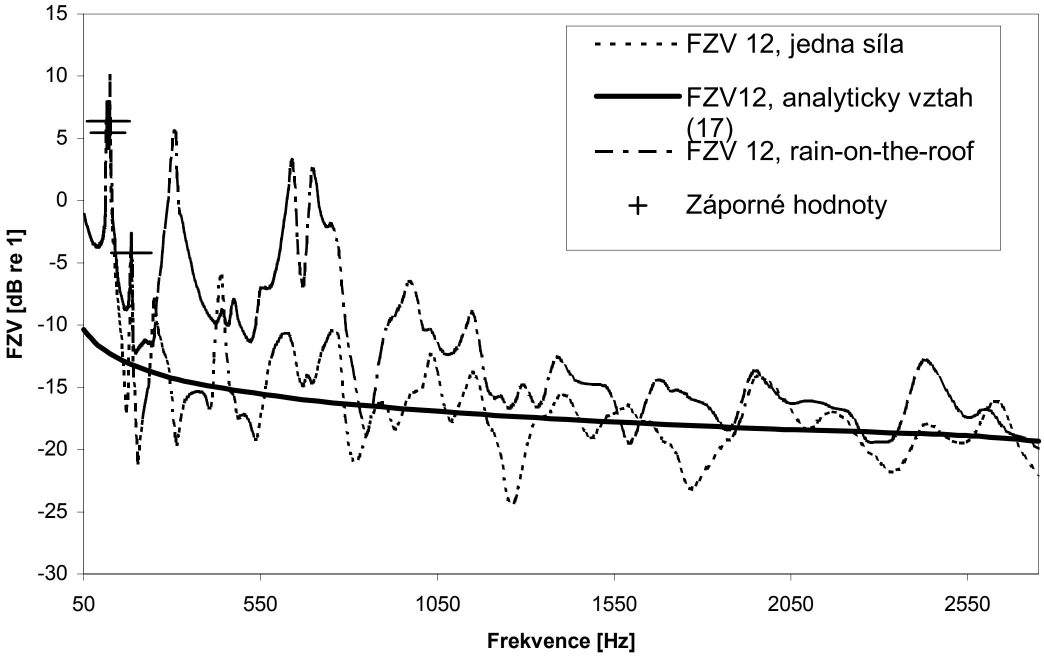
Uvedený postup byl aplikován na soustavu dvou hliníkových desek spojených do L. Deska1 má rozměry 0.25x0.4x0.003m a deska 2 0.35x0.4x0.003m. Výpočet odezvy desek na harmonické buzení byl proveden v programovém systému ANSYS 5.7 a výsledky potom zpracovány v MATLABu. U desek byly uvažovány pouze ohybové mody -posuvy v ostatních směrech a natočení byly zanedbány. MKP model viz. obr. 3. U obou desek byl použit prvek SHELL 63. Velikost prvku byla volena pro frekvenční rozsah řešení 0.01m. Celkový počet prvků obou desek je 2400. Všechny okraje desek byly prostě podepřeny. U obou desek bylo zadáno tlumení ve formě konstantního součinitele tlumení o velikosti 0.02. Výpočet byl prováděn po 2 Hz ve frekvenčním rozsahu 50-250 Hz, po 5 Hz od 250 do 750 Hz a po 20 Hz od 750 do 2750 Hz. Pro simulaci buzení rain-on-the-roof, byl model buzen v deseti nodech, náhodně zvolených na příslušné desce, silami o stejné amplitudě s náhodnou fází v rozsahu (-π, π), mající normální rozdělení. Pro vygenerování souboru náhodných fází byla použita funkce MATLABu *normrnd*. Jako další krok byl model buzen pouze v jednom nodu příslušné desky. Vypočtené hodnoty FZV mezi ohybovým subsystémem desky1 a desky 2 pro oba typy buzení jsou vyneseny v grafech 4 a 5. Pro srovnání jsou v grafech vynesen také FZV vypočtené analyticky podle vztahu [2]



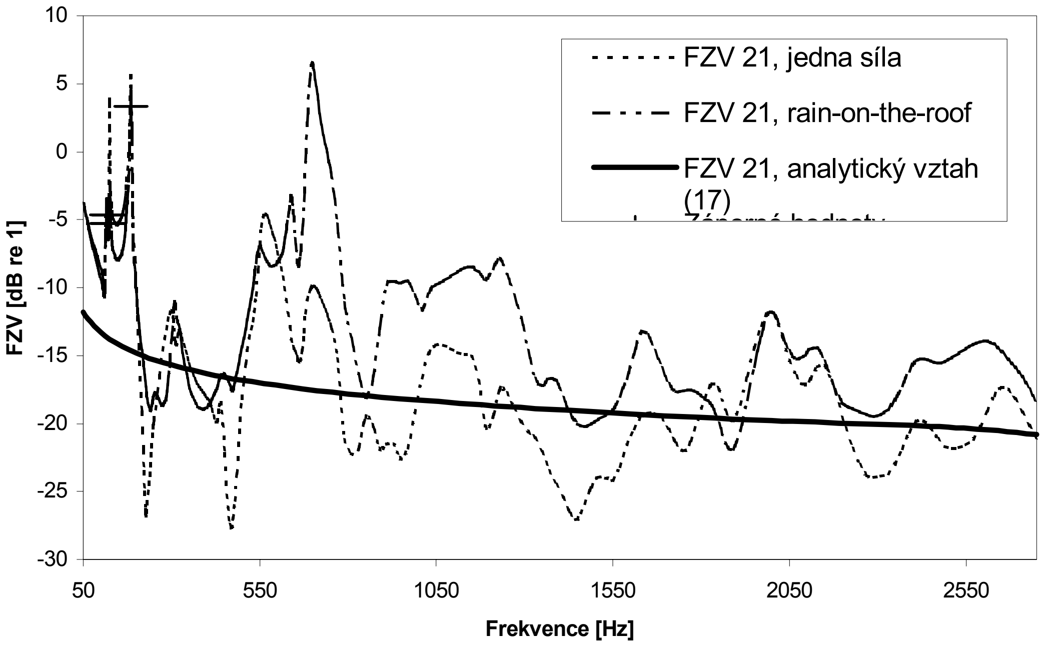
Obr. 3 MKP model desek do L

$$\eta_{ij} = \frac{c_{gi} L}{2\pi^2 f S_i} \tau_{ij} \tag{17}$$

kde c_{gi} je grupová rychlost vln i-tého subsystému, L délka vazby, S_i plocha i-tého subsystému a τ_{ij} je přenosový součinitel. Je-li pravděpodobnost dopadu vln na vazbu ze všech směrů stejná (difúzní pole) τ_{ij}=0.3 [3].



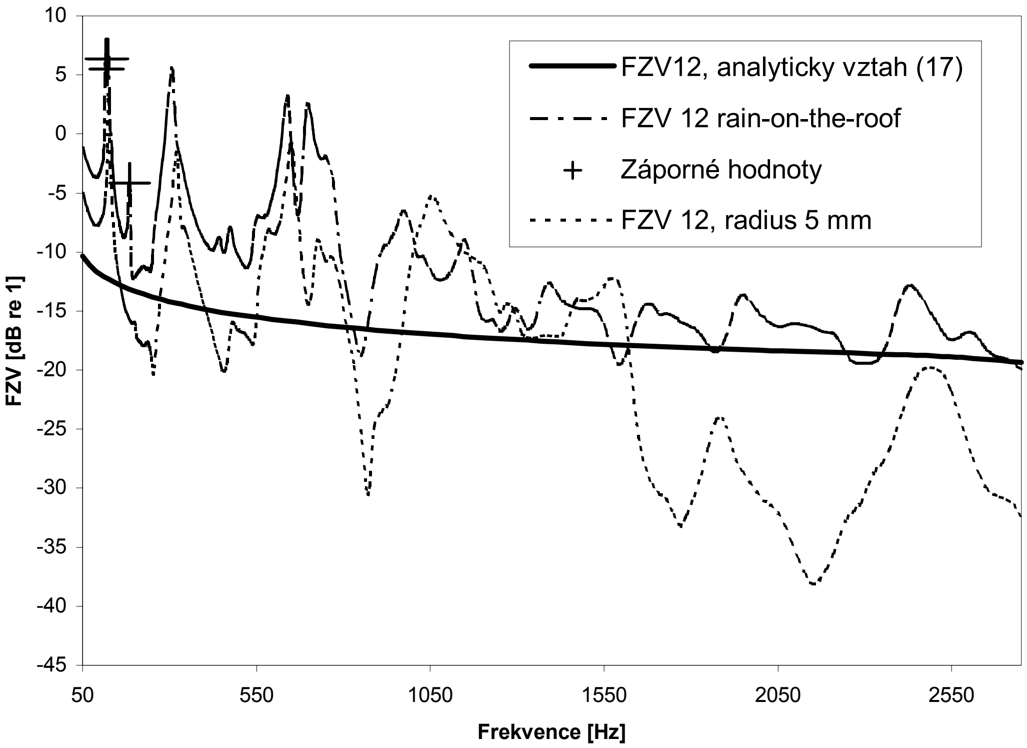
Graf 4. Faktor ztráty vazby mezi ohybovými subsystémem desky 1 a ohybovými subsystémem desky 2 – VZF 12



Graf 5. Faktor ztráty vazby mezi ohybovými subsystémem desky 2 a ohybovými subsystémem desky 1 – VZF 21

Z výsledků v grafech 4 a 5 je vidět, že nad frekvencí přibližně 750 Hz odpovídá FZV vypočtený pomocí MKP při buzení rain-on-the-roof i jednou silou poměrně dobře analytickým hodnotám. Naopak při nižších frekvencích můžeme vidět určité rozdíly. Při těchto frekvencích je porušena podmínka dostatečného překrytí jednotlivých modů, za níž je odvozen vztah (17) [3]. Hodnoty vypočtené pomocí MKP, tak spíše odpovídají skutečnému chování systému. Využití takto vypočtených hodnot FZV může zpřesnit výsledky SEA modelu při nižších frekvencích. Rozdílnost FZV vypočtených při buzení rain-on-the-roof a jednou silou ukazuje na závislost FZV na charakteru buzení. Záporné hodnoty FZV při nízkých frekvencích byly způsobeny špatnou podmíněností matice normalizovaných energií ve vztahu (11), tedy její velkou citlivostí na malé odchylky jednotlivých prvků matice [6].

Dále byl analyzován vliv zaoblení spojení desek z předchozího případu. V místě přechodu byl vymodelován rádius o poloměru 5 mm. Ostatní parametry modelu zůstaly stejné. Model byl buzen rain-on-the-roof. Vypočtené hodnoty FZV mezi ohybovým subsystémem desky1 a desky 2 je zobrazen v grafu 6. Pro srovnání jsou v grafech vyneseny také FZV pro nezaoblený přechod, vypočtené analyticky podle vztahu (17) a pomocí MKP.



Graf 6 Faktor ztráty vazby mezi ohybovými subsystémem desky 1 a ohybovými subsystémem desky 2 – VZF 12

Z grafu 6 je vidět, že zaoblení přechodu ovlivnilo FZV při frekvencích nad 1500 Hz, kdy se délka ohybových vln začíná blížit charakteristickému rozměru zaoblení. Tento příklad ilustruje velkou výhodu využití MKP pro určení FZV, a to, že umožňuje určení FZV pro libovolně tvarově a materiálově komplikovaného spojení subsystémů.

5. ZÁVĚR

V příspěvku byla analyzována možnost využití MKP pro určení parametrů metody SEA -modálních hustot subsystémů a faktorů ztrát vazeb mezi jednotlivými subsystémy. Je možno říct, že využití MKP pro stanovení těchto parametrů může přispět k vytvoření přesnějšího SEA modelu, který lépe popisuje vibroakustické chování reálné soustavy. Použití tohoto postupu je vhodné především pro tvarově a materiálově komplikovanější subsystémy a vazby mezi nimi, pro něž neexistují analytické vztahy. Tento postup je také vhodný pro zpřesnění SEA modelu v oblasti nižších frekvencí.

P*oděkování:* Tento příspěvek vznikl v rámci grantu GAČR č. 101/00/0069.

LITERATURA

[1] Lyon, R.H., DeJong, R.G.: Theory and Application of Statistical Energy Analysis, Butterwortth-Heinemann, Boston, 1995

[2] Craik, J. M.: Sound transmission through buildings using SEA, Gower, Hampsire England, 1996

[3] Delanghe, K.: High frequency vibrations: Contribution to experimental and computational SEA parameters identification techniques, Ph.D. Dissertation, Department PMA, Catholic University Leuven, 1996

[4] Langley, R. S.: A general derivation of the statistical energy analysis equations for coupled dynamic systems, Journal of Sound and Vibration, 135(3), 499-508, 1989

[5] Fredö, C.: A SEA-like approach for the derivation of energy flow coefficients with a finite element model, Journal of Sound and Vibration, 199(4), 645-666, 1997

[6] Hopkins, C.: Statistical energy analysis of coupled plate systems with low modal density and low modal overlap, Journal of Sound and Vibration, 251(2), 193-214, 2002

[7] Mišun, V., Švancara, P.: Experiences with experimental identification of single parameter of SEA model, conf. Ninth Inernational Congress on Sound and Vibration, Orlando, USA, bude publikováno

[8] Švancara, P.: Využití metody konečných prvků pro určování parametrů metody SEA, konf. Interakce a zpětné vazby 2001, ÚT AVČR, Praha, 179-188, 2001