



Národní konference s mezinárodní účastí
INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

**ANALÝZA ŠÍŘENÍ TRHLINY V OKOLÍ ROZHRAŇÍ DVOU
MATERIÁLŮ Z HLEDISKA DVOUPARAMETROV LOMOVÉ
MECHANIKY**

Stanislav Seitl, Zdeněk Knésl¹

Abstract: Existence of the interface between regions with different elastic properties have a pronounced influence on the behaviour of cracks. The aim of the present contribution is an analysis of a crack growing in a vicinity of the interface between two different elastic materials. The basic assumption of the contribution corresponds to two-parameter linear elastic fracture mechanics. The values of stress intensity factor K_I and K_{II} corresponding to normal and shear mode of loading and the value of T-stress are calculated for a generally oriented crack approaching to the interface. The calculations are performed by finite element method for short and long cracks. The dependence of K_I , K_{II} and T values on the distance and the orientation of a crack with respect to the interface is studied. It is shown that short cracks are influenced by the presence of the interface more significantly in comparison with long cracks. The results contribute to better understanding of short cracks behaviour in relation to microstructure of material.

Klíčová slova:

Lomová mechanika, T-napětí, směr šíření, bimateriálové rozhraní, krátká trhлина.

1. Úvod

Studium chování trhlin a následný odhad životnosti strojních součástí patří mezi nejvýznamnější aplikace lomové mechaniky při řešení problémů v technické praxi. Reálná tělesa často obsahují oblasti s různými materiálovými charakteristikami, které jsou od sebe odděleny rozhraním. Typickým příkladem mohou být tělesa s povrchovými ochrannými vrstvami nebo bi-materiálová tělesa. V oblasti mikromechaniky lze považovat za takové materiálové nehomogenity i materiálová zrna v tělese, které lze z makroskopického hlediska považovat za homogenní. Existence rozhraní, kde se materiálové parametry mění skokem, podstatně ovlivňuje rozdělení napětí v tělese s tím i odolnost proti lomovému poškození. V důsledku specifických vlastností rozhraní může dojít ke zkrácení doby nutné pro iniciaci trhliny a následné chování trhliny je rovněž ovlivněno existencí rozhraní. Životnost takových materiálových systémů může tedy záviset na vlastnostech materiálového rozhraní a studium vlivu rozhraní na chování trhlin může být klíčové pro řadu aplikací. Existence rozhraní dvou materiálů ovlivňuje vlastnosti složeného (nebo obecněji nehomogenního)

¹Ing. Stanislav Seitl, Ústav fyziky materiálů AVČR, Žitkova 22, 616 62 Brno a Ústav mechaniky těles, Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, Technická 2, 616 69 Brno,
(e-mail: seitl@ipm.cz, tel.: 05/32290 362)
Prof. RNDr. Zdeněk Knésl CSc. Ústav fyziky materiálů AVČR, Žitkova 22, 616 62 Brno,
(e-mail: knysl@ipm.cz, tel. 05/32290 358)

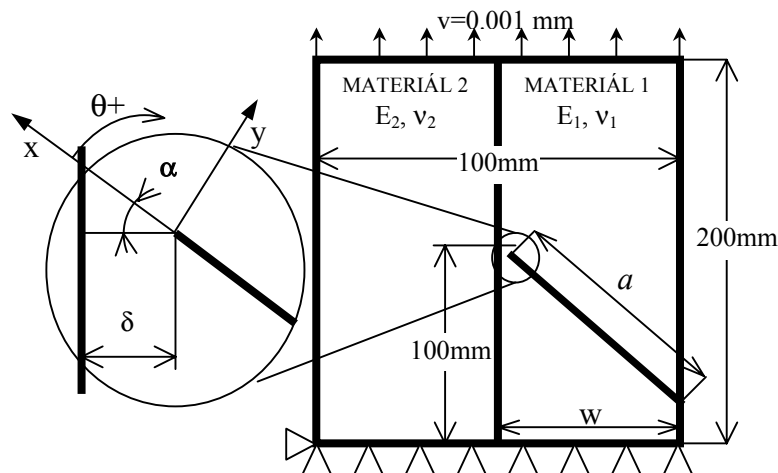
tělesa v širokém rozmezí od úrovně efektů vyvolaných na úrovni mikrostruktury až po makroskopické jevy.

Základním předpokladem pro popis vlivu rozhraní dvou materiálů na lomové chování tělesa je znalost rozdělení napětí pro trhlinu, která se šíří v okolí tohoto rozhraní. V tomto příspěvku je tento provedena lomově-mechanická analýza pole napětí pro konfiguraci trhlina - materiálové rozhraní v rámci dvouparametrové lineární elastické lomové mechaniky, např. [2][3]. Za tímto účelem je nejprve navržen, a pomocí metody konečných prvků realizován, numerický model umožňující výpočet základních lomově-mechanických veličin určující chování trhliny, tj. součinitele intenzity napětí K_I pro normálový mód namáhání, K_{II} pro smykový mód namáhání a odpovídající hodnota T -napětí. V rámci dvouparametrové lineární elastické lomové mechaniky jsou tyto veličiny postačující pro úplný fenomenologický popis chování trhliny a jsou vypočteny v závislosti na geometrických parametrech určující konfiguraci trhlina-rozhraní. V modelu navrženém v tomto příspěvku je to vzdálenost vrcholu trhliny od rozhraní a orientace trhliny vzhledem k rozhraní, případně vzhledem k působícímu vnějšímu namáhání. Vzhledem k tomu, že jedním s dlouhodobějších cílů takového výzkumu je i vysvětlení rozdílného chování krátkých a dlouhých trhlin (a to zejména v případě vysokocyklové únavy), je studováno odděleně chování krátké trhliny a dlouhé trhliny.

Z hlediska modelování lze označit za krátké trhliny takové, jejichž délka je srovnatelná se vzdáleností od povrchu trhliny. Dlouhá trhlina je pak modelována jako trhlina, jejíž délka je mnohem větší než tato vzdálenost (v navrženém numerickém modelu jako trhlina končící na povrchu tělesa). Obecně (zejména pak v oblasti únavového šíření trhlin) se jako krátké trhliny označují takové, jejichž chování se výrazně liší od chování makroskopických (dlouhých) trhlin. Důvody pro tyto rozdíly mohou být různé, většinou jsou však spojeny s vlivem mikrostruktury materiálu (modelované jako nehomogenity materiálu) na chování trhliny. Z materiálového hlediska lze za krátké trhliny považovat takové, jejichž délka je srovnatelná s velikostí mikrostrukturní jednotky (např. velikostí zrna). Rozdělení krátkých trhlin v oblasti vysokocyklové únavy, kde je rozdíl mezi chováním krátkých a dlouhých únavových trhlin nejvýznamnější, lze nalézt např. v [11]. Z uvedených skutečností vyplývá, že rozhodující pro rozdílné chování krátkých a dlouhých únavových trhlin (a to nejen v oblasti únavy) je „citlivost“ trhliny na existenci nehomogenity v okolí jejího vrcholu, tj. míra ovlivnění lomově-mechanických veličin popisujících chování trhliny (v našem případě K_I , K_{II} a T) touto nehomogenitou. Modelujeme-li nehomogenitu (a to jak v oblasti mikro či makro) jako oblast s jinými materiálovými parametry, má pak pro chování trhlin v okolí této nehomogenity rozhodující vliv interakce mezi rozhraním a vrcholem trhliny. I když tato interakce není jediným jevem, který chování trhliny určuje, lze předpokládat, že má v mnoha případech vliv rozhodující.

Cílem příspěvku je tedy výpočet parametrů K_I , K_{II} a T pro trhlinu s vrcholem v blízkosti rozhraní dvou elastických materiálů a stanovení závislosti těchto veličin na vzdálenosti vrcholu trhliny od rozhraní a na její orientaci vzhledem k rozhraní a to pro různé hodnoty materiálových konstant obou materiálů. Výsledky budou srovnány pro případ krátkých a dlouhých trhlin a bude diskutován jejich význam pro možná vysvětlení některých rozdílů v jejich chování. Vzhledem k tomu, že trhlina je obecně zatížena kombinací normálového a smykového namáhání, je v příspěvku věnována pozornost i stanovení směru šíření trhliny v rámci dvouparametrové lomové mechaniky. Zvláštní pozornost je věnována i způsobu zatěžování tělesa s trhlinou. Ve většině případů je vnější namáhání realizováno deformačním typem namáhání.

obr. 1 Numerický model krátké trhliny blízkosti materiálového rozhraní zatížené konstantním posuvem



obr. 2 Numerický model polonekonečné trhliny s kořenem blízkosti materiálového rozhraní zatíženého konstantním posuvem.

Pro jednoduchost budeme dále předpokládat, že oba materiály jsou charakterizovány poměrem E_1/E_2 , kde E_1 , E_2 jsou hodnoty Youngova modulu pro materiál 1 a 2, přičemž $E_1 = 2 \cdot 10^5$ MPa. Poissonova konstanta byla volena pro oba materiály stejná, tj. $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,33$.

2.2 Realizace modelu systémem ANSYS

Problém byl modelován jako rovinná úloha za podmínek rovinné deformace při použití prvků PLANE 82. Osa trhliny a směr šíření sledovaného vrcholu k rozhraní zůstal při libovolné orientaci trhliny totožný s osou x globálního souřadného systému. Formulace okrajových podmínek je zřejmá z obr. 1 a obr. 2. Bi-materiálová hranice je modelována tak, že při přechodu z jednoho materiálu do druhého jsou složky posunutí a odpovídající komponenty tensoru napětí spojité.

2.3 Metodika výpočtu

a) Výpočet K_I a K_{II}

Pro výpočet hodnot faktorů intenzity napětí K_I a K_{II} byla použita standardní procedura systému ANSYS KCALC a navíc byly hodnoty K_I pro trhlinu kolmou k rozhraní počítány s použitím J-integrálu.

b) Výpočet T-napětí

Pro výpočet T-napětí byla použita diferenční metoda [12], která vychází ze vztahu (složky napětí jsou vypočteny pro $\theta = 0$)

$$T = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \quad (2)$$

Hodnota T-napětí byla získána extrapolací lineární části závislosti pro $r \rightarrow 0$.

Pro kontrolu správnosti výpočtu bylo T-napětí pro trhlinu kolmou k rozhraní určeno na základě porovnání hodnot složky napětí σ_{xx} na lici trhliny, tj. pro $\theta = \pi$

$$\sigma_{xx} = T \quad (3)$$

3. Predikce směru šíření

V rámci jednoparametrové lomové mechaniky se obecně předpokládá, že se trhlina šíří kolmo na směr největšího hlavního napětí tak, aby se eliminoval vliv smykového módu zatížení. V rámci dvouparametrového popisu vstupuje do úvah o směru šíření trhliny navíc constraint kvantifikovaný hodnotou T-napětí. V naší práci jsou uvedena dvě nejpoužívanější kritéria pro určení směru šíření trhliny, která jsou schopna zachytit vliv T-napětí, jsou to kritérium maximálního tangenciálního napětí (MTS) a Sihovo kritérium hustoty deformační energie (SED).

Kritérium MTS [1] vychází z předpokladu, že trhlina se bude šířit ve směru maximálního tangenciálního napětí, tj. ve směru maxima obvodového napětí $\sigma_{\theta\theta}$, tj. musí splňovat podmínky $\partial\sigma_{\theta\theta}/\partial\theta = 0$ a $\partial^2\sigma_{\theta\theta}/\partial\theta^2 < 0$.

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\frac{3}{4} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{1}{4} \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[\frac{3}{4} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{3}{4} \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + T \sin^2 \theta. \quad (4)$$

SED kritérium [10] je založeno na předpokladu, že trhlina se bude šířit ve směru minimální objemové hustoty deformační energie $S = dW/dV$, tj. musí splňovat podmínky $\partial S/\partial\theta = 0$ a $\partial^2 S/\partial\theta^2 > 0$, kde

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_IK_{II} + a_{22}K_{II}^2 + 4b_1K_IT + 4b_2K_{II}T + b_3T^2, \quad (5)$$

$$a_{11}(\theta) = [(1 + \cos\theta)(k - \cos\theta)]/16\mu\sqrt{\pi}$$

$$a_{22}(\theta) = [(k+1)(1 - \cos\theta)(3\cos\theta - 1)]/16\mu\sqrt{\pi}$$

$$a_{12}(\theta) = \sin\theta(2\cos\theta - k + 1)/16\mu\sqrt{\pi}$$

$$b_1(\theta) = \cos(\theta/2)[(k-2) - \cos\theta + 2\cos^2\theta]/16\mu\sqrt{2\pi r}$$

$$b_2(\theta) = -\sin(\theta/2)[k + \cos\theta + 2\cos^2\theta]/16\mu\sqrt{2\pi r}$$

$$b_3 = (1+k)/16\mu,$$

kde μ je smykový modul pružnosti a k je koeficient definovaný vztahem $k = 3 - 4\nu$ pro stav rovinné deformace a $k = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ pro stav rovinné napjatosti.

Skutečnost, že směr šíření trhliny závisí také na vzdálenosti r_0 způsobuje problematické stanovení úhlu θ_0 . V literatuře je voleno obvykle $r_0 = a/100$, kde a je délka trhliny viz obr. 1 a obr. 2, přičemž tato volba je čistě účelová a nemá žádné odpovídající fyzikální opodstatnění. V článku [8] je hodnota r_0 rovna velikosti plastické zóny na čele trhliny, která je určena např. pomocí von Misesovy podmínky. V práci je použitý stejný předpoklad což vede na rovnici pro $r_0 = r_p$:

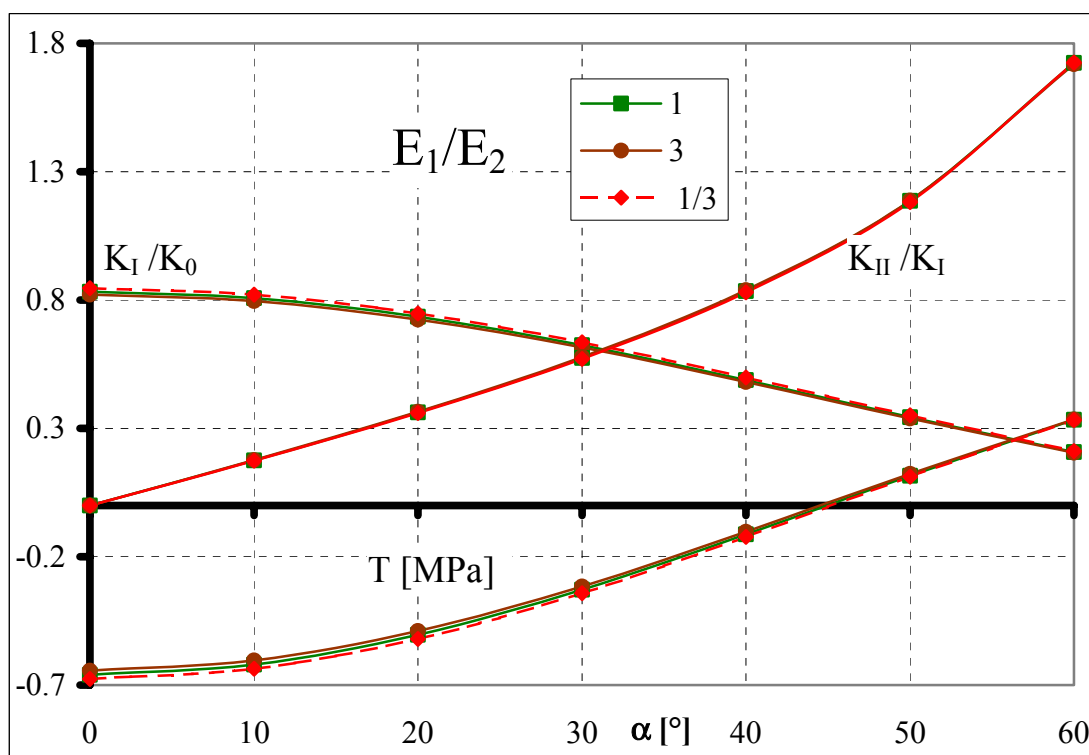
$$r_p = \left[\frac{K_IT(1-2\nu)^2 + \sqrt{K_I^2T^2(1-2\nu)^4 + 4(\sigma_0^2 - T^2(\nu^2 - \nu + 1))(K_I^2(1-2\nu)^2 + 3K_{II}^2)}}{2\sqrt{2\pi}(\sigma_0^2 - T^2(\nu^2 - \nu + 1))} \right]^2 \quad (6)$$

Prakticky se pak velikost plastické zóny určuje ve směru trhliny, přičemž v obecném případě výpočet θ_0 z rovnic (4) a (5) vede na rovnice pátého a vyšších řádu kde není známo obecné řešení proto ji je nutno řešit numericky.

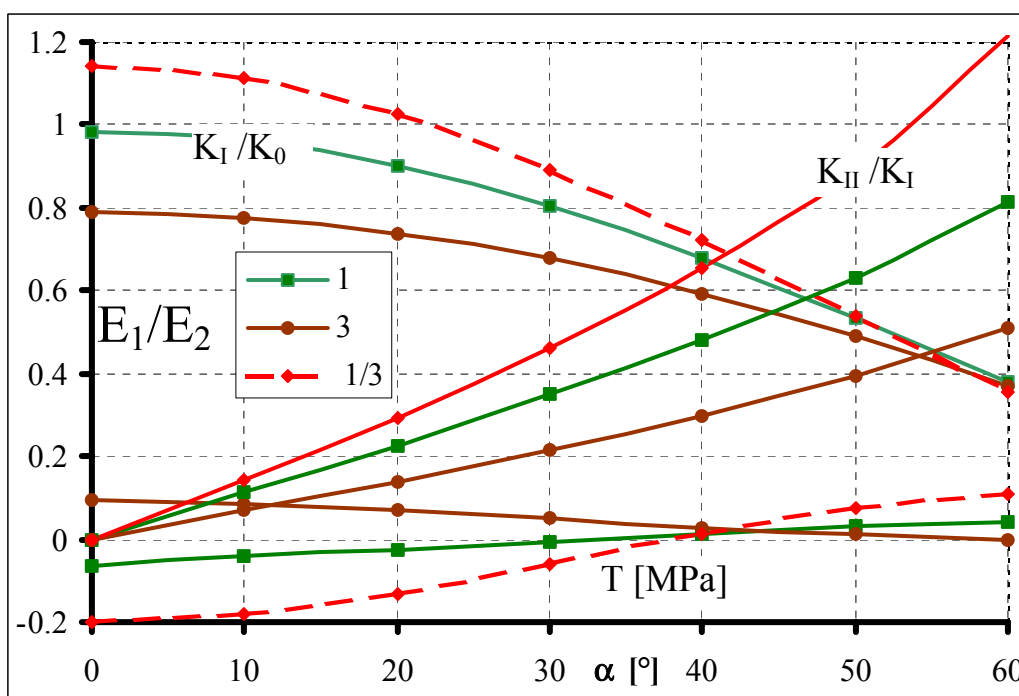
4. Numerické výsledky

Výsledky numerických výpočtů, které byly získány v rámci řešení presentované problematiky tvoří výpočty hodnot lomově-mechanických parametrů K_I , K_{II} , T pro krátkou (obr. 1) a polonekonečnou (obr. 2) trhlinu. Zatížení odpovídá deformačnímu příp. silovému namáhání. Veličiny K_I , K_{II} , T jsou určeny zvlášť pro krátké a dlouhé trhliny v závislosti na jejich orientaci vzhledem k rozhraní a na jejich vzdálenosti od rozhraní.

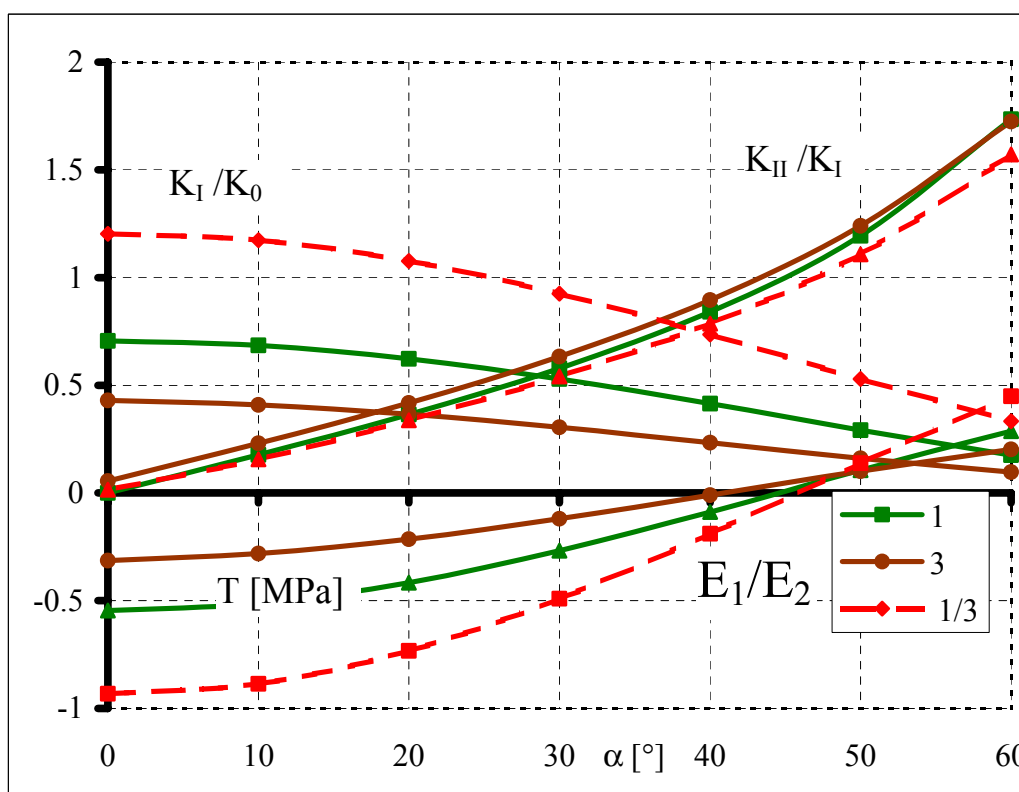
Výpočty K_I , K_{II} a T v závislosti na orientaci trhliny vzhledem k rozhraní jsou uvedeny na obr.3 až 5. Z obr. 3 a 5 je patrné, že v případě krátké trhliny její chování výrazně ovlivněno zejména její orientací k rozhraní a to jak v případě deformačního tak i silového namáhání. Rozdíl mezi deformačním a silovým namáháním se projeví zejména v případech hodnot K_I a T -napětí. Hodnota T -napětí závisí v případě silového namáhání výrazněji i na poměrech elastických konstant obou materiálů. V případě polonekonečné trhliny není závislost T -napětí na její orientaci tak významná, obr.4.



obr. 3 Závislost numericky vypočtených hodnot K_I , K_{II} a T na úhlu α natočení trhliny vzhledem k rozhraní pro mikrostruktuálně krátkou trhlínu. Hodnota $\alpha = 0$ odpovídá trhlíně kolmé k rozhraní. $K_0 = 1 \text{ MPa} \sqrt{\pi a}$, $a = 1 \text{ mm}$ je délka trhliny (deformační namáhání).



obr. 4 Závislost numericky vypočtených hodnot K_I , K_{II} a T na úhlu α natočení trhliny vzhledem k rozhraní pro polonekonečnou trhlinu. Hodnota $\alpha = 0$ odpovídá trhlíně kolmé k rozhraní. $K_0 = 1 \text{ MPa} \sqrt{\pi a}$, a je délka trhliny (deformační namáhání).



obr. 5 Závislost numericky vypočtených hodnot K_I , K_{II} a T na úhlu α natočení trhliny vzhledem k rozhraní pro mikrostruktuálně krátkou trhlinu, převzato z [6]. Hodnota $\alpha = 0$ odpovídá trhlíně kolmé k rozhraní. $K_0 = 1 \text{ MPa} \sqrt{\pi a}$, $a = 1 \text{ mm}$ je délka trhliny.

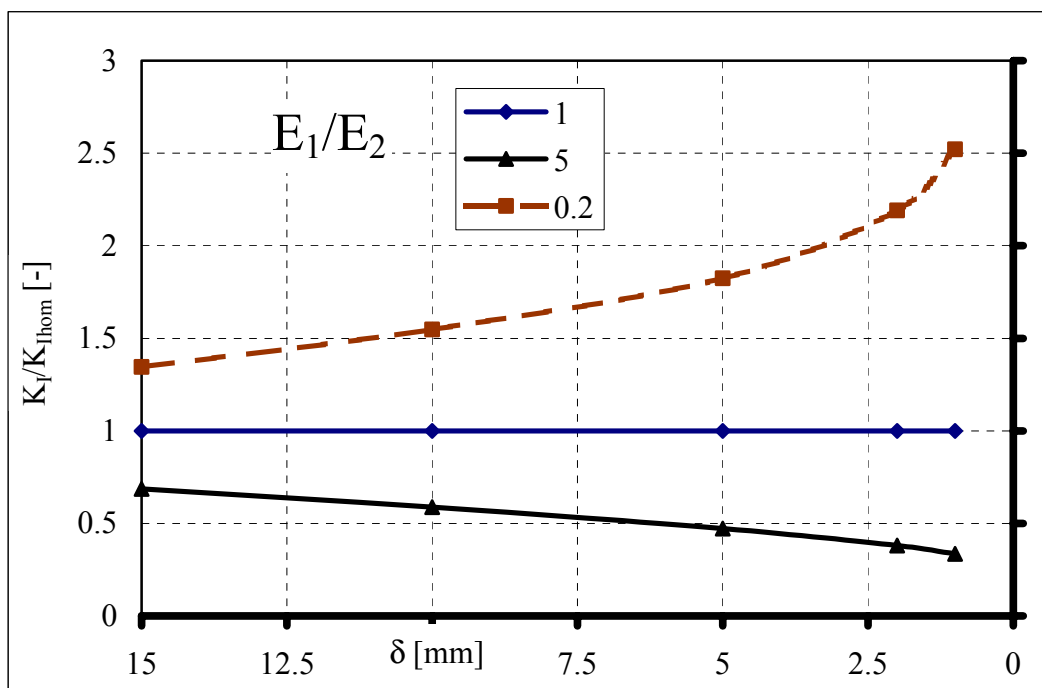
Silové namáhání $\sigma_{\text{appl}} = 1 \text{ MPa}$.

Při modelování hranice zrna vycházíme z předpokladu, podle kterého jsou dvě sousední zrna rozdílně orientována a v důsledku jejich anizotropie mají i různé elastické konstanty, které se mění skokem na jejich hranici. Tento rozdíl však není tak významný a z hlediska uvedených výsledků bude mít na chování krátkých trhlin výraznější vliv jejich orientace vzhledem k hranici. To lze demonstrovat výsledky výpočtů T-napětí uvedenými na obr. 3 až 5. Pro dlouhé trhliny jsou rozdíly v T-napětí v závislosti na orientaci trhliny výrazně menší než pro trhliny krátké. Z tohoto hlediska je chování krátkých trhlin více ovlivněno existencí zrn. V dané oblasti materiálů, kde existuje celá síť mikrotrhlin lze vždy nalézt takové trhliny, které jsou z hlediska šíření výhodně orientovány a které se budou šířit v podmínkách, za kterých by se v homogenním tělese nešířily. Naopak však lze vždy najít tak orientované krátké trhliny, které by se v homogenním materiálu šířily a nehomogenním se šířit nebudou.

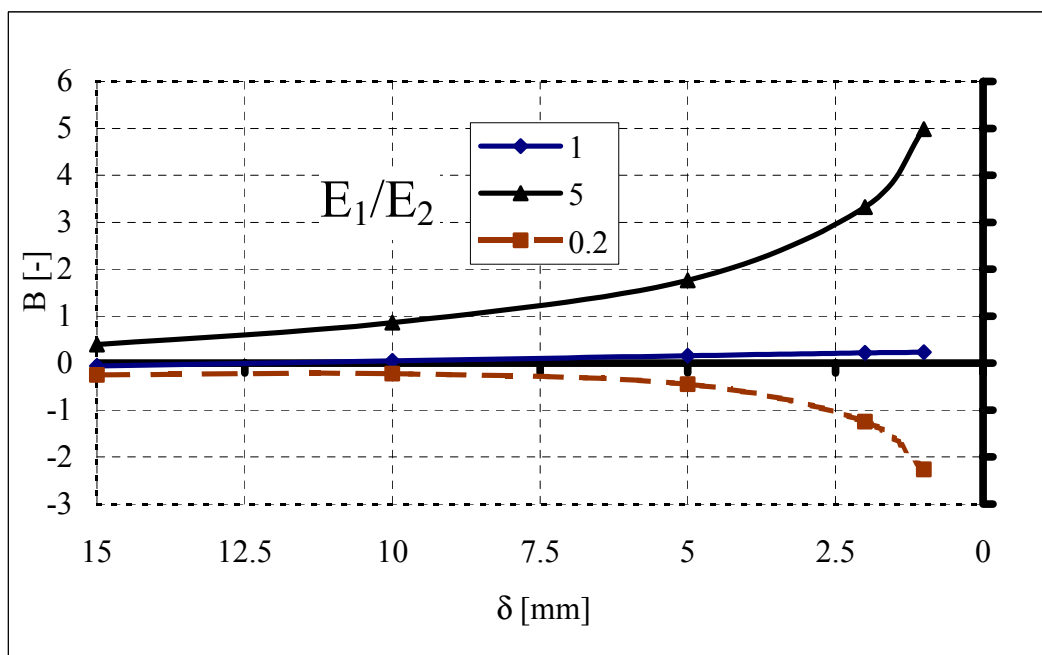
Na obr. 6 až 11 jsou uvedeny výsledky výpočtů lomově-mechanických parametrů K_I , K_{II} a T-napětí pro trhliny orientované kolmo k rozhraní (hranici zrna) v závislosti na vzdálenosti δ od rozhraní. V tomto případě je, vzhledem k orientaci vnějšího namáhání $K_{II} = 0$, jedná se o normálový mód namáhání. Výsledky na obr. 6 až 9 odpovídají deformačnímu namáhání a pro srovnání jsou na obr. 10 a 11 uvedeny i výsledky pro krátké trhliny odpovídající silovému vnějšímu namáhání. Opět je patrný vliv způsobu namáhání na výsledky. V případě deformačního namáhání je vliv materiálových parametrů na výsledné hodnoty lomově-mechanických veličin zanedbatelný. Na obr. 7,9,11 jsou uvedeny hodnoty T-napětí v normalizovaném tvaru pomocí faktoru biaxiality B [4] definovaného následujícím vztahem:

$$B = \frac{T\sqrt{\pi a}}{K_I}, \quad (7)$$

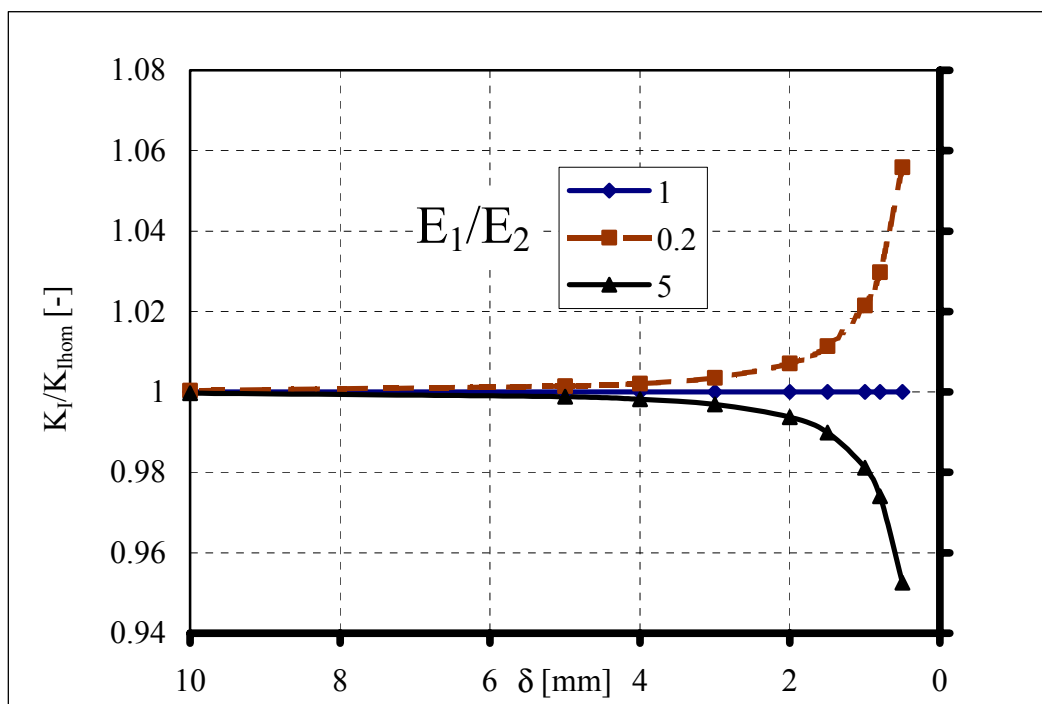
kde K_I je odpovídající hodnota faktoru intenzity napětí pro normálový mód namáhání. Hodnoty faktoru intenzity napětí K_I jsou normovány odpovídající hodnotou pro homogenní prostředí K_{Ihom} . Závislost hodnot T-napětí (vyjádřená pomocí B faktoru) na vzdálenosti od rozhraní je výrazná pro krátké trhliny v těsném okolí rozhraní. V případě polonekonečné trhliny jsou vypočtené vzdálenosti zkresleny použitým modelem, který v tomto případě neuvažuje vliv ostatních zrn. V případě krátké trhliny jsou výsledky popsány tímto modelem z tohoto hlediska postačující. Vzhledem k délce trhliny, která je srovnatelná s velikostí zrna je interakce zrna s rozhraní určující pro její šíření.



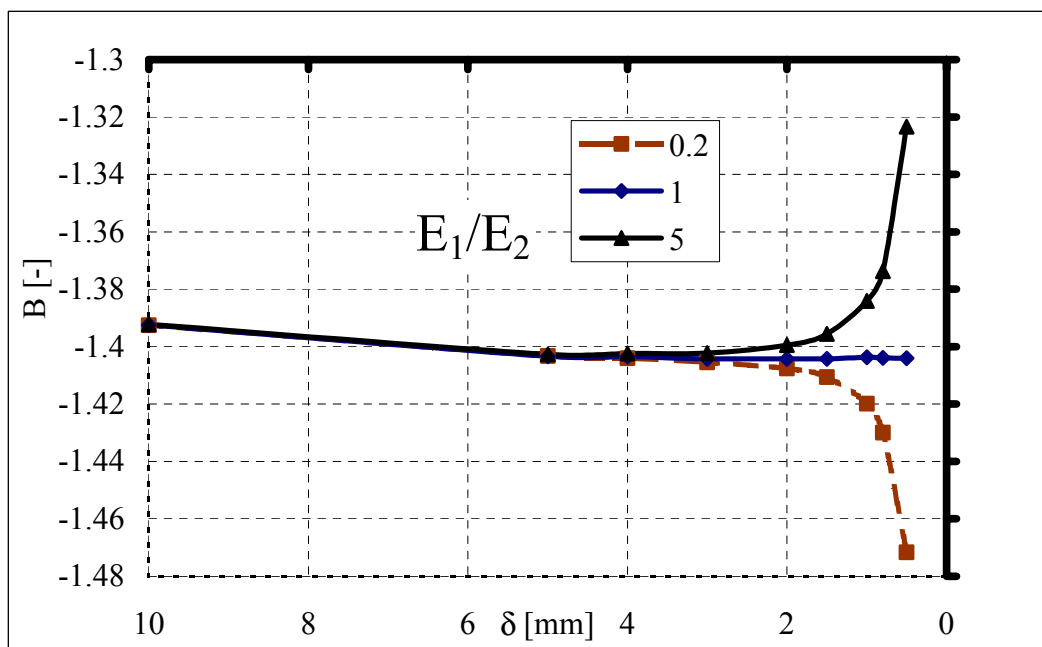
obr. 6 Závislost K_I pro polonekonečnou trhlinu kolmou na rozhraní dvou materiálů v případě deformačního zatížení na vzdálenosti δ od rozhraní. K_{Ihom} je velikost faktoru intenzity napětí vypočtená v závislosti na délce trhliny a v homogenním materiálu.



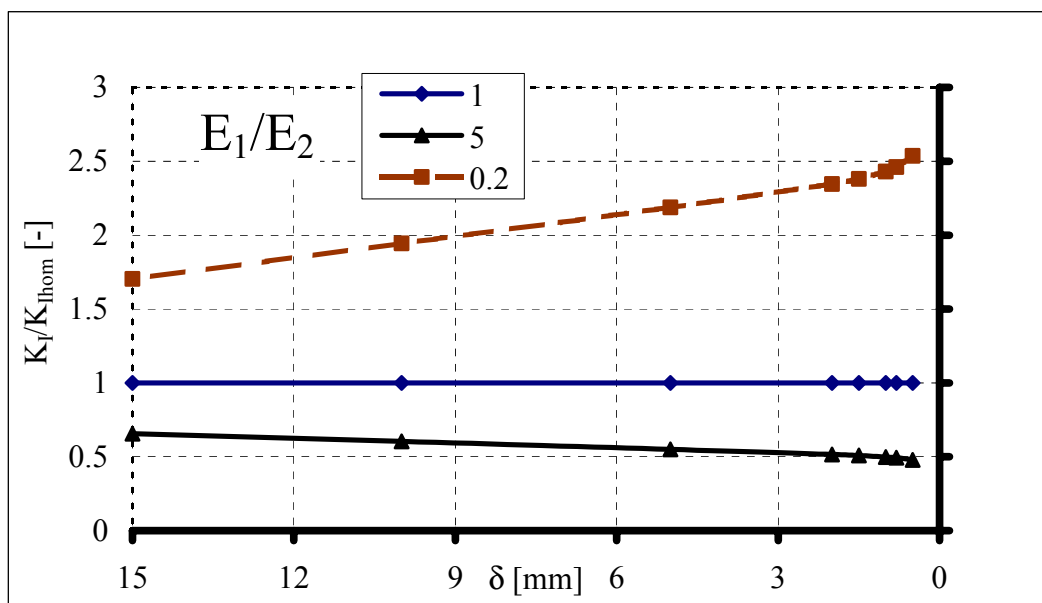
obr. 7 Závislost faktoru biaxiality B pro polonekonečnou trhlinu kolmou na rozhraní dvou materiálů na vzdálenosti δ od rozhraní v případě deformačního zatížení.



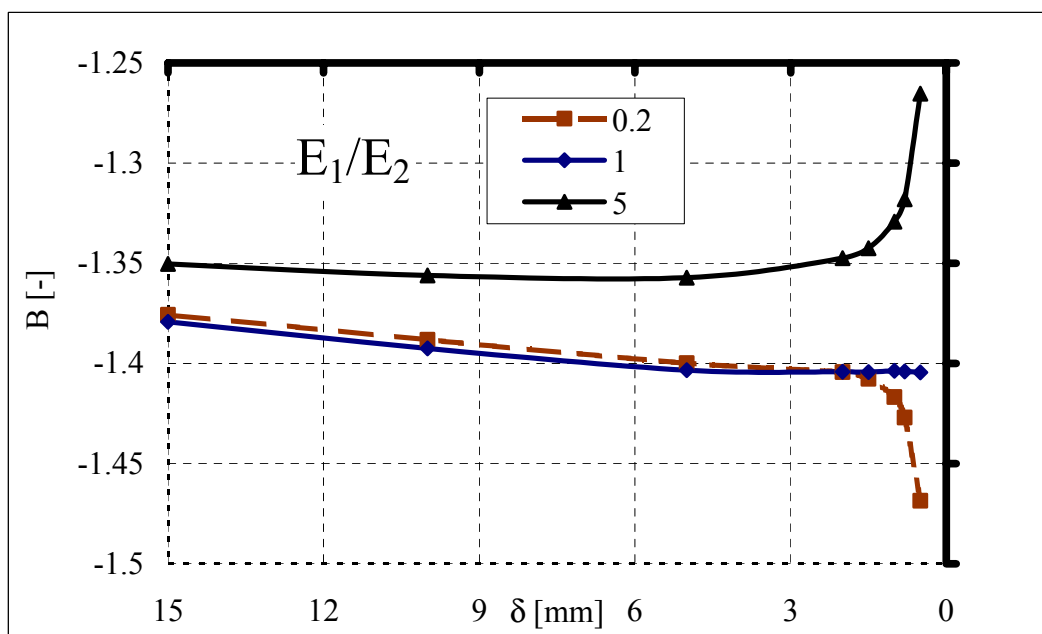
obr. 8 Závislost K_I pro krátkou trhlinu kolmou na rozhraní dvou materiálů na vzdálenosti δ od rozhraní v případě deformačního zatížení. K_{Ihom} je velikost faktoru intenzity napětí v homogenním materiálu.



obr. 9 Závislost faktoru biaxiality B pro krátkou trhlinu kolmou na rozhraní dvou materiálů na vzdálenosti δ od rozhraní v případě deformačního zatížení



obr. 10 Závislost K_I pro krátkou trhlinu kolmou na rozhraní dvou materiálů na vzdálenosti δ od rozhraní v případě silového zatížení. $K_{Ihom} = 1 \text{ MPa} \sqrt{\pi a}$ je velikost faktoru intenzity napětí v homogenním materiálu.



obr. 11 Závislost faktoru biaxiality B pro krátkou trhlinu kolmou na rozhraní dvou materiálů na vzdálenosti δ od rozhraní v případě silového zatížení $\sigma_{appl} = 1 \text{ MPa}$.

Poznamenejme závěrem, že při srovnávání výsledků pro krátkou a dlouhou trhlinu musíme brát v úvahu i skutečnost, že „polonekonečná“ trhlin je zde modelována jako konečná a v případě změny orientace příp. vzdálenosti od rozhraní mění i svou délku. Tato změna délky se promítá i do velikosti vypočtených hodnot a musí být

eliminována. V případě krátkých trhlin je délka trhliny vždy stejná, $a = 1$ mm, a lze ji chápat jako trhlínu v nekonečném prostředí.

Z literatury např. [5] je známo, že trhlina nacházející se v blízkosti bimateriálového rozhraní skloněná o nenulový úhel a namáhána silově se chová následovně:

(a) v případě, kdy trhlina přechází z prostředí s větší hodnotou E_1 do materiálu, kde je E_2 menší, dochází ke stabilizaci směru šíření trhliny a trhlina se bude postupně natáčet do směru kolmo k rozhraní materiálů, tj. trhlina má tendenci projít do druhého materiálu.

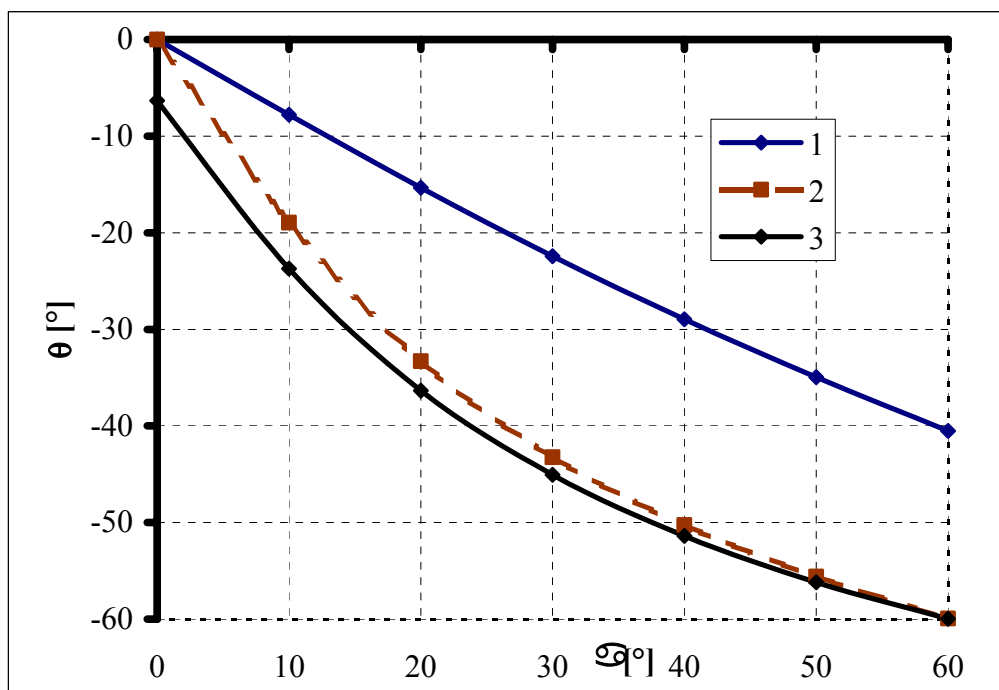
(b) v případě, kdy se trhlina šíří z materiálu o menší hodnotě E_1 do materiálu s větší hodnotou E_2 má trhlina tendenci natáčet se do směru rovnoběžného s rozhraním materiálů a při svém dalším šíření zůstat v prvním materiálu.

Tyto závěry však mají pouze omezenou platnost a nelze je zobecňovat. Základní veličinou, která určuje směr šíření trhliny v okolí rozhraní dvou materiálů je poměr odpovídajících hodnot K_{II}/K_I , který závisí na původní orientaci trhliny vzhledem k působícímu namáhání (daný úhlem α) a je modifikován existencí rozhraní. To je ukázáno na obr. 12, kde jsou uvedeny hodnoty úhlu θ o který se změní směr šíření trhliny v důsledku nenulové hodnoty K_{II} . Hodnota θ závisí na orientaci trhliny, poměru elastických konstant obou materiálů a typu namáhání. Srovnání vypočtených hodnot pro krátké a dlouhé trhlíny je rovněž uvedeno na obr. 12.

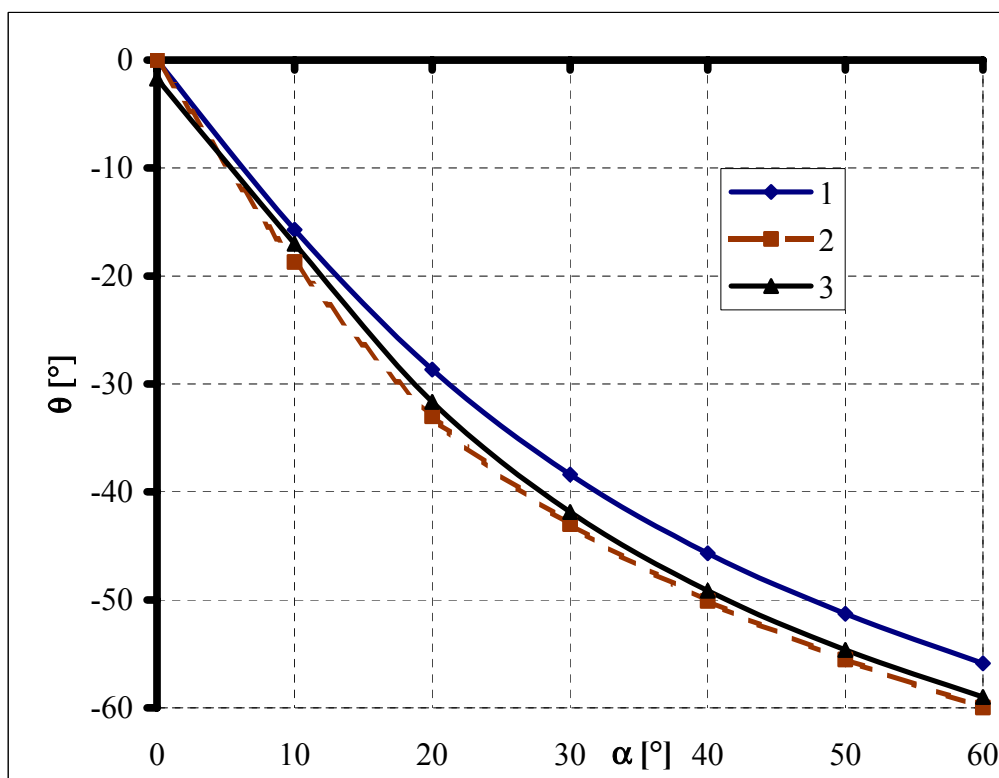
Hodnoty θ byly určeny na základě klasického MTS kritéria (viz. kapitolu 3) bez uvážení vlivu T-napětí. Modifikace těchto hodnot vlivem T-napětí je studována v práci [9], kde je ukázáno, že záporná hodnota T-napětí stabilizuje směr šíření trhliny, tj. zmenšuje hodnotu úhlu θ ve srovnání s výsledky obr. 12.

5. Závěr

V příspěvku je uveden model umožňující výpočet lomově-mechanických veličin dvouparametrové lineární elastické lomové mechaniky K_I , K_{II} a T-napětí pro trhlínu s vrcholem v blízkosti rozhraní dvou materiálů. Model je založen na použití metody konečných prvků a rozhraní dvou materiálů je modelováno jako hranice se skokovou změnou v elastických parametrech mezi dvěma materiály. Je diskutováno použití tohoto modelu pro možný popis chování krátkých trhlin. Výsledné hodnoty K_I , K_{II} a T-napětí pro polonekonečnou a krátkou trhlínu jsou určeny v závislosti na orientaci trhliny vzhledem k rozhraní, na vzdálenosti trhliny od rozhraní a na typu namáhání (deformační, silové). Je ukázán dominantní vliv orientace krátké trhliny na její chování. Výsledky lze použít při popisu chování krátkých únavových trhlin mikrostrukturálního typu.



(a)



(b)

obr. 12 Závislost předpokládaného úhlu směru šíření trhlin θ na úhlu α natočení trhliny vůči materiálovému rozhraní stanovená klasickým MTS kriteriem. V obou případech odpovídá křivka 1-polonekonečné trhlíně zatížená konstantním posuvem $v = 0.001\text{mm}$, křivka 2 - krátké trhlíně zatížená konstantním posuvem $v = 0.001\text{mm}$ a křivka 3 - krátké trhlíně zatížená konstantním napětím 1MPa .

a) pro $E_1/E_2 = 3$ b) $E_1/E_2 = 1/3$.

6. Poděkování

Tato práce byla vypracována v rámci řešení grantu AV ČR č. K 2076106 „Role rozhraní dvou materiálů v lomové mechanice“

7. Literatura

- [1] Anderson, T., L.: Fracture Mechanics, CRC Press, Boca Raton, 1995
- [2] Bednář, K.: Dvouparmetrová lomová mechanika: výpočet parametrů a jejich význam při popisu chování únavových trhlin, Disertační práce, ÚFM AV ČR, Brno, 1999
- [3] Knésl, Z., Bednář, K.: Dvouparmetrová lomová mechanika: Výpočet parametrů a jejich hodnoty, Ústav fyziky materiálů AV ČR, Brno, 1998
- [4] Leever, P., S., Radon, J., C.: Inherent stress biaxiality in various fracture specimen geometries, International Journal of Fracture 19, (1982), pp. 311-325
- [5] Menčík, J.: Mechanics of Components with Treated or Coated Surfaces, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996
- [6] Seitzl, S., Bednář, K., Knésl, K.: Výpočet T-napětí v případě mikrostrukturně krátkých únavových trhlin, Konference s mezinárodní účastí „Výpočtová mechanika 2000“, Nečtiny, 2000, Vol. 2, pp. 381-388
- [7] Seitzl, S., Knésl, Z.: Quantitative Assessment of the T-stress in Short Fatigue Crack Propagation, Konference s mezinárodní účastí „Engineering Mechanics 2001“, Svratka, 2001, na CD, (in czech)
- [8] Seitzl, S., Knésl, Z.: Two parameter fracture Mechanics: Prediction of the Direction of Crack Growth, Engineering Mechanics 2000, Svratka, pp. 9-12
- [9] Seitzl, S.: Dvouparmetrový popis směru šíření únavových trhlin při kombinovaném namáhání, Soutěž vědeckých a výzkumných prací doktorandů FSI –2001, Brno 2001, na CD
- [10] Sladek, J., Sladek, V., Fedelinski, P.: Cotour Integrals for Mixed-Mode Crack Analysis: Effect of Nonsingular Terms, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 27, 1997, pp. 115-127
- [11] Suresh, S.: Fatigue of Materials, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1998
- [12] Yang B., Ravi-Chandar K.: Evaluation of elastic T- stress by the stress difference method, Engineering Fracture Mechanics 64, 1999, pp. 589-605