



Národní konference s mezinárodní účastí
INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

LOMOVÁ PROCESNÍ ZÓNA BETONU: INTERAKCE TRHLINA – KAMENIVO

Zbyněk Keršner¹, Luboš Náhlík², Zdeněk Knésl³

Při stanovování lomových charakteristik betonu a dalších cementových kompozitů je využívána zkouška tříbodovým ohybem trámů se zářezem. Efektivní lomová houževnatost betonu závisí na vlastnostech obou složek kompozitu, tj. zatvrdlé cementové pasty a kameniva, uspořádání zrn kameniva, jejich velikosti, křivce zrnitosti apod. V příspěvku je studována interakce mezi trhlinou a zrnem kameniva z hlediska lineární elastické lomové mechaniky. Beton je zde modelován jako dvoufázové kontinuum. Speciální pozornost je věnována případu trhliny procházející zrnem kameniva. Jsou vypočtena kritická napětí pro zastavení trhliny na povrchu zrna kameniva. Výsledné kritické napětí závisí na materiálových konstantách obou fází kompozitu, zejména na lomové houževnatosti kameniva. S ohledem na nedostupnost odpovídajících materiálových parametrů a jejich proměnlivost je provedena parametrická studie, která ukazuje vliv širokého spektra jejich možných hodnot na výsledné hodnoty kritického napětí.

Klíčová slova: cementový kompozit, dvoufázové kontinuum, interakce trhlina – částice, kritické napětí, zobecněný faktor intenzity napětí

Úvod

Problematika vzniku/šíření trhlin s použitím metod lomové mechaniky je v oblasti stavebních materiálů a konstrukcí aplikována také na silikátové kompozity – beton, maltu, zatvrdlou cementovou pastu [1]. Lomová mechanika může představovat značný přínos pro vývoj těchto kompozitů, jestliže jde např. o zlepšení určitých vlastností, sledování vztahů mezi lomovými parametry a mikrostrukturou kompozitu, vysvětlení/potlačení různých anomálií v chování zkušebních vzorků/konstrukcí během zrání/stárnutí s ohledem na jejich trvanlivost apod. – viz [2 až 8].

Při stanovování lomových charakteristik zmíněných cementových kompozitů je nejčastěji využívána zkouška tříbodovým ohybem (3BO) trámů s centrálním zářezem v tažených vláknech. Zaznamenává se závislost zatížení a průhyb uprostřed rozpětí, přičemž zatěžování se provádí přírůstkem deformace. Typickými výstupy potom jsou efektivní délka trhliny, resp. efektivní přírůstek trhliny, efektivní lomová houževnatost, efektivní hnací síla trhliny, lomová energie a charakteristická délka kompozitu.

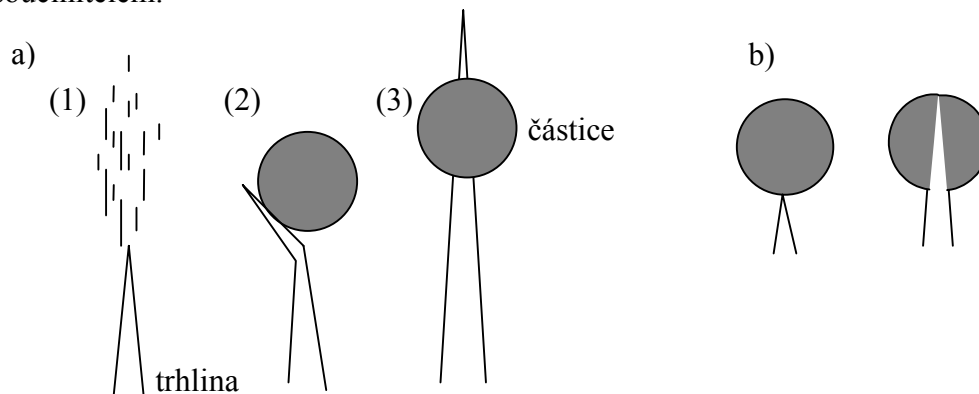
Lomová houževnatost kompozitu závisí na vlastnostech obou jeho složek, tj. zatvrdlé cementové pasty a kameniva, uspořádání zrn kameniva, jejich velikosti, křivce zrnitosti apod.

¹ Ing. Zbyněk Keršner, CSc., Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veverí 95, 662 37 Brno, kersner.z@fce.vutbr.cz

² Ing. Luboš Náhlík, Ústav fyziky materiálů AV ČR, Brno, Žižkova 22, 616 62 Brno, nahlik@ipm.cz

³ Prof. RNDr. Zdeněk Knésl, CSc., Ústav fyziky materiálů AV ČR, Brno, Žižkova 22, 616 62 Brno, knesl@ipm.cz

Na základě modelů [9, 10] lze usuzovat na mechanismy, které se podílejí na zhouževnatování kompozitu. Identifikován může být proces mikropraskání, vychylování trhliny z jejího původního směru vlivem zrna kameniva, přemostování a zachycení trhliny – viz obr. 1 (a), resp. [11, 12]. Děje se tak na základě poměrů lomové houževnatosti betonu, resp. malty, a zatvrdlé cementové pasty se stejným vodním součinitelem.



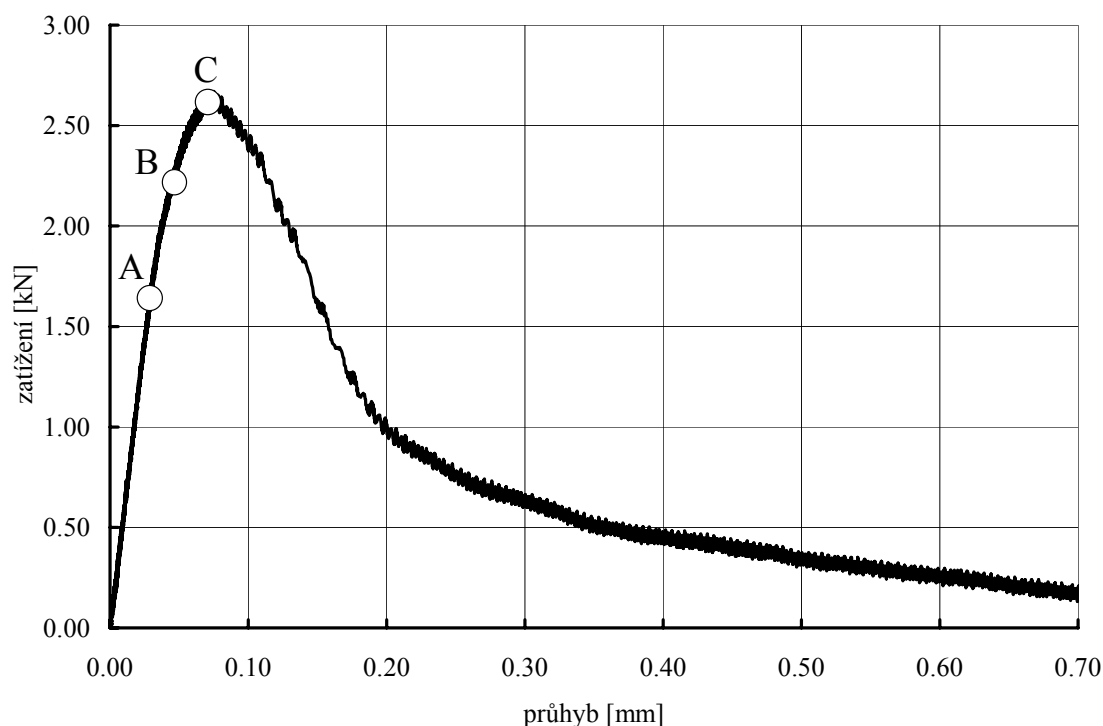
Obr. 1. Procesy zhouževnatování – a) (1) mikropraskání v matrici před čelem trhliny, (2) odchylování trhliny, (3) přemostování trhliny částicí/zrnem kameniva; b) studované situace.

Experimentálně získanou závislost zatížení-průhyb (příp. napětí-poměrné přetvoření) lze rozdělit na čtyři oblasti, viz např. [13], obr. 2. První stadium až po bod A je prakticky lineární a v tomto případě je růst pórů/defektů s růstem napětí zanedbatelný. Druhé stadium od bodu A po bod B je charakterizováno vznikem mikrotrhlin z existujících pórů, které se s růstem napětí zvětšují. Tyto mikrotrhliny jsou vzájemně izolované a v objemu vzorku jsou rozloženy náhodně. Rozdělení napětí uvnitř vzorku je však stále ještě homogenní. Třetí stadium mezi body B a C je charakterizováno spojováním mikrotrhlin a vznikem makrotrhliny, která se s rostoucím napětím začne šířit. Toto stadium bývá označováno jako lokalizace poškození nebo lokalizace deformace. V okolí vrcholu makrotrhliny se vytváří tzv. lomová procesní zóna (LPZ), která rozhoduje o jejím dalším chování. Během tohoto procesu již rozložení napětí ve vzorku není homogenní. Růst makrotrhliny je stabilní až do bodu maximálního zatížení/namáhání (bod C na obr. 2). Délka trhliny odpovídající bodu C se nazývá kritická délka trhliny. Poslední, čtvrté stadium odpovídá prodloužení za bodem C. Makrotrhlina roste až k bodu konečného rozlomení vzorku, i když celkové namáhání klesá. Rozdělení deformace a poškození ve vzorku je nehomogenní. Na základě těchto úvah lze konstatovat, že lom betonu je charakterizován lokalizací deformace, kterou lze modelovat makrotrhlinou a popsat prostředky lomové mechaniky.

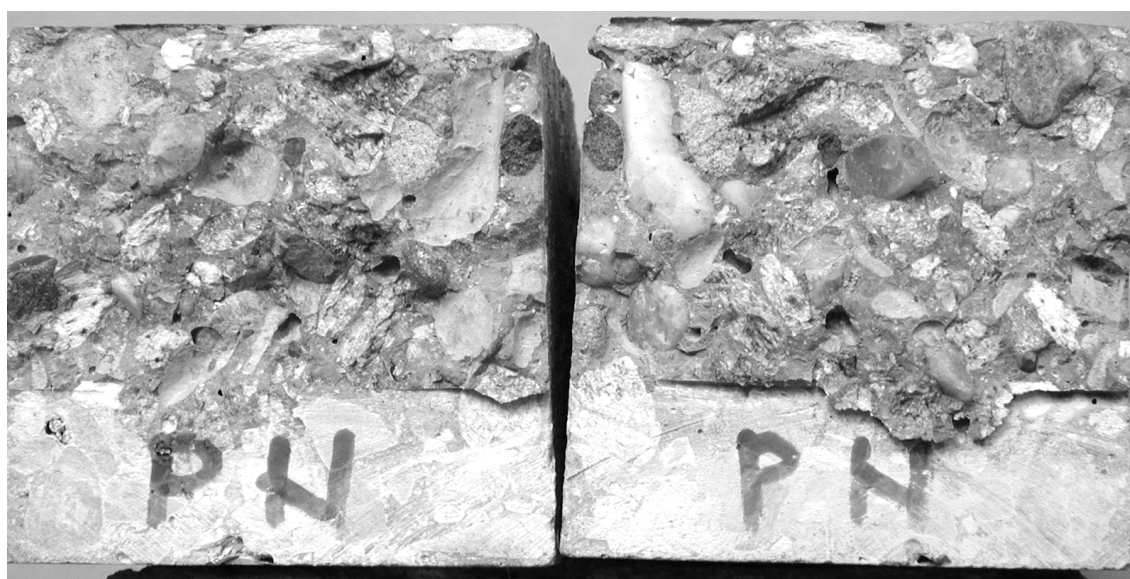
V příspěvku je beton (malta) modelován jako dvoufázové kontinuum (obdobně jako v [14]) a pozornost je zaměřena na interakci mezi trhlinou a zrnem kameniva – viz obr. 1 (b). Konfigurace, kdy se vrchol makrotrhliny nachází v těsné blízkosti zrna kameniva, případně kdy její vrchol leží na rozhraní kamenivo/zatvrdlá cementová pasta, může výrazně ovlivnit chování makrotrhliny zejména v oblasti zkoušky odpovídající třetímu stadiu závislosti zatížení-průhyb (tj. oblast mezi body B a C na obr. 2).

Cílem příspěvku je popsat vliv interakce trhliny s kamenivem na výsledné hodnoty efektivní lomové houževnatosti betonu (malty) a to v závislosti především na materiálových charakteristikách zatvrdlé cementové pasty a kameniva. Vzhledem k nedostupnosti odpovídajících materiálových dat jsou výpočty provedeny pro široké

spektrum možných hodnot jak zatvrdlé cementové pasty tak i kameniva. Speciální pozornost je věnována případu, kdy makrotrhlina prochází kamenivem. Aktuálnost zkoumané problematiky ukazuje např. [15], kde je experimentálně studováno zhroučování cementových kompozitů s ohledem na ne/pravidelný tvar zrna kameniva a jeho soudržnost s matricí, přičemž jsou jako srovnávací použity kompozity cementová pasta s částicemi – ocelovými/skleněnými kuličkami. Obr. 3. ilustruje reálnou situaci v lomových plochách betonu trámce se zářezem po zkoušce 3BO – jsou dobře patrné přetržené částice, i zrna z matrice vytažená.



Obr. 2. Diagram zatížení-průhyb 3BO betonového trámce s centrálním zářezem.



Obr. 3. Zlomky trámce se zářezem po zkoušce 3BO – jsou patrná zrna kameniva přelomená i vytržená ze zatvrdlé cementové pasty.

Šíření trhliny – model dvoufázového kontinua betonu

Beton (malta) je modelován jako dvoufázové kontinuum. První fáze (matrice) je tvořena zatvrdlou cementovou pastou (případně maltou), druhá fáze (částice) je tvořena kamenivem. Předpokládáme, že obě fáze jsou homogenní a izotropní a lze je charakterizovat elastickými konstantami (Youngův modul E_c , E_k a Poissonovo číslo ν_c , ν_k) a odpovídající hodnotou lomové houževnatosti $(K_{IC})_c$, $(K_{IC})_k$, index c resp. k označuje zatvrdlou cementovou pastu resp. kamenivo. Rozhraní mezi maticí a částicemi je modelováno jako hranice, kde se mění elastické konstanty a hodnota lomové houževnatosti skokem, přičemž složky posunutí přechází z jednoho prostředí do druhého spojitě (hranice s ideální adhezí). Pro výpočet metodou konečných prvků [18] je použit model rovinné deformace a částice jsou modelovány jako kruhové oblasti.

V případě trhliny šířící se takovým dvoufázovým prostředím mohou nastat dva základní případy. První odpovídá trhlíně, jejíž vrchol se nachází v matici v určité vzdálenosti od částice. V tomto případě může být chování trhliny ovlivněno lokální koncentrací napětí existující v matici, která je vyvolaná existencí této částice. Pro popis chování takové trhliny lze použít klasický přístup lomové mechaniky. Podstatně komplikovanější je případ trhliny s vrcholem na rozhraní matrice/částice, viz obr. 1 b). V tomto případě se mění typ singularity napětí v okolí vrcholu trhliny a pro její popis nelze již klasickou lomovou mechaniku použít. Lomově-mechanický popis trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů a formulace kritéria stability pro tento případ jsou uvedeny v následujících odstavcích.

Trhlina s vrcholem na rozhraní dvou materiálů

V případě trhliny v homogenním prostředí je rozložení napětí v blízkosti jejího vrcholu popsáno rovnicí typu

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\varphi), \quad (1)$$

kde K_I je faktor intenzity napětí (předpokládáme normálové namáhání), r je vzdálenost od vrcholu trhliny a φ velikost polárního úhlu, viz obr. 4. Napětí má vzhledem ke vzdálenosti od vrcholu trhliny r singulární charakter typu $r^{-1/2}$. Exponent singularity napětí je roven 1/2, rozměr faktoru intenzity napětí je MPa m^{1/2}. Kritická veličina faktoru intenzity napětí je lomová houževnatost, K_{IC} , a kritérium stability má tvar (K_{IC} kritérium)

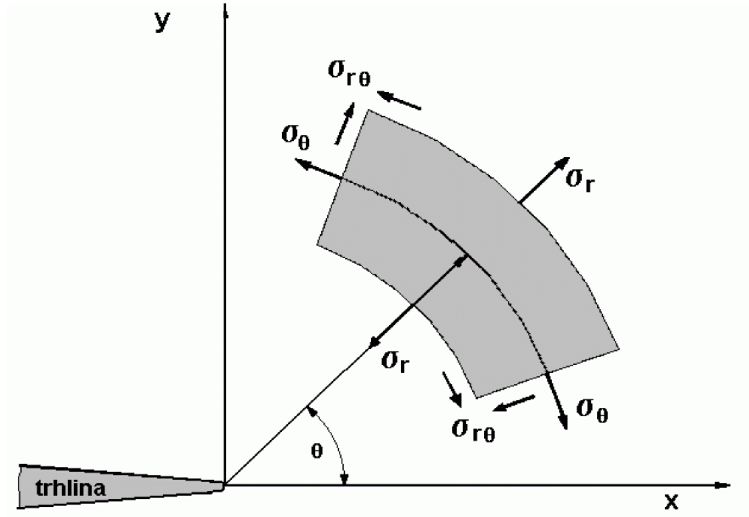
$$K_I < K_{IC}. \quad (2)$$

V případě trhliny s vrcholem na rozhraní již pro rozdělení napětí neplatí vztah (1), dochází ke změně charakteru singularity a pro rozdělení napětí platí (pro jednoduchost předpokládáme trhlínu kolmou na rozhraní)

$$\sigma_{ij} = \frac{H_I}{\sqrt{2\pi}} F_{ij}(\alpha, \beta, \varphi) r^{-\lambda}, \quad (3)$$

kde F_{ij} je známá funkce polárního úhlu a materiálových parametrů matrice a částic, veličina H_I je zobecněný faktor intenzity napětí. Na rozdíl od trhliny v homogenním prostředí je v tomto případě singularita napětí typu $r^{-\lambda}$, kde $0 < \lambda < 1$ je exponent

singularity. V případě trhliny v homogenním tělese platí $H_I = K_I$. Hodnota exponentu singularity λ závisí na materiálových konstantách obou materiálů, viz [14] pro podrobnosti. Podobně jako faktor intenzity napětí K_I je hodnota zobecněného faktoru intenzity napětí H_I funkcí materiálových parametrů, aplikovaného napětí, geometrie tělesa a okrajových podmínek a musí být určena numericky.



Obr. 4. Popis napjatosti v homogenním prostředí v blízkosti vrcholu trhliny

Kriterium stability pro trhlinu s vrcholem na rozhraní

Skutečnost, že hodnota exponentu singularity $\lambda \neq 1/2$ znamená, že pro studium takových trhlin nelze použít přístupy klasické lomové mechaniky [16], zejména pak kriterium stability (1) musí být modifikováno.

Podmínka stability pro trhlinu s exponentem singularity odlišným od 1/2 je formulována v práci [17] pomocí střední hodnoty $\bar{\sigma}$ normálového napětí vypočteného v oblasti d před jejím vrcholem. Pro normálovou složku napětí $\sigma_{\varphi\varphi}$ ve směru $\varphi = 0$ tedy platí

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{d} \int_0^d (\sigma_{\varphi\varphi}(r, \varphi = 0)) dr. \quad (4)$$

V homogenním tělese je $\sigma_{\varphi\varphi}(r, \varphi = 0) = K_I / \sqrt{2\pi r}$ a tedy

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{d} \int_0^d K_I / \sqrt{2\pi r} dr = 2K_I / \sqrt{2\pi d}. \quad (5)$$

Tato hodnota je porovnána s kritickým lomovým napětím σ_{crit} , které je materiálovou konstantou a může být vyjádřeno pomocí odpovídající hodnoty lomové houževnatosti K_{IC} , tj.

$$\bar{\sigma}_{crit} = \frac{1}{d} \int_0^d (\sigma_{\varphi\varphi}(r, \varphi = 0)) dr = 2K_{IC} / \sqrt{2\pi d}. \quad (6)$$

Hodnota $\bar{\sigma}_{crit}$ je vztažena ke střednímu napětí $\bar{\sigma}(D, \alpha, \beta)$ vypočtenému v částici o průměru D , tj.

$$\bar{\sigma}_{a,D}(D, \alpha, \beta) = \frac{1}{D} \int_0^D (\sigma_{\varphi\varphi}(r, \varphi=0)) dr = H_I D^{-\lambda} (2 - \lambda + g_r), \quad (7)$$

kde g_r je funkce, jejíž hodnotu lze stanovit na základě vztahů (3).

Částice s trhlinou na jejím rozhraní se rozlomí, jestliže hodnota $\bar{\sigma}_{a,D}$ přesáhne kritickou velikost σ_{crit}

$$\bar{\sigma}_{a,D} > \sigma_{crit}. \quad (8)$$

Podmínku stability pro trhlinu s vrcholem na rozhraní částice pak můžeme vyjádřit ve tvaru

$$H_I \leq H_{IC}, \quad (9)$$

kde H_{IC} je kritická hodnota zobecněného faktoru intenzity napětí závislá na hodnotě lomové houževnatosti částice K_{IC}

$$H_{IC} = K_{IC} \frac{2D^{\lambda-1/2}}{(2-\lambda+g_r)}, \quad (10)$$

kde g_r je známá funkce materiálových parametrů, viz [14] pro podrobnosti.

Rovnice (10) nám umožňuje výpočet kritického aplikovaného napětí $\sigma_{a,crit}$ nutného k tomu, aby se trhlina šířila přes rozhraní. Výpočet tohoto kritického napětí skládá z následujících kroků:

1. stanovení exponentu singularity λ a následně složky napětí $\sigma_{\theta\theta}$;
2. numerický výpočet zobecněné hodnoty faktoru intenzity napětí H_I pro danou velikost D částice;
3. výpočet kritického napětí $\sigma_{a,crit}$ pro lom částice pomocí uvedeného kriteri stability

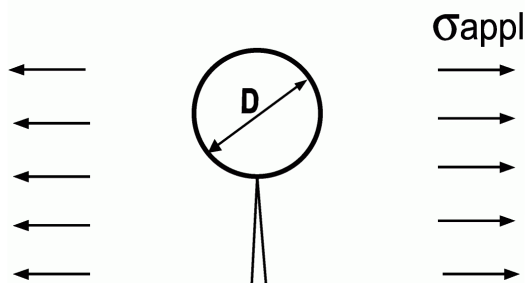
$$\sigma_{a,crit} = \frac{K_{IC}}{H_I (1 \text{ MPa})} \frac{2D^{\lambda-1/2}}{(2-\lambda+g_r)}, \quad (11)$$

kde $H_I (1 \text{ MPa})$ je numericky určená hodnota zobecněného faktoru intenzity napětí pro vnější zatížení 1 MPa.

Výpočtový model

V rámci lineární elastické lomové mechaniky je naším cílem vyjádření aplikovaného napětí, které je dostačující pro průchod trhliny rozhraním mezi maticí a částicí. Pro výpočet použijeme postup uvedený v předchozím odstavci. Fyzikální význam mají dvě konfigurace, viz obr. 1 b). V prvním případě se jedná o trhlinu, která se šíří v matici a nachází se na jejím rozhraní s částicí, druhý případ odpovídá situaci, kdy trhlina prošla částicí, došlo k rozlomení částice a trhlina se nachází na rozhraní částice/matrice. Částice je modelována jako kruhová inkluze o průměru D , viz obr. 5. Pro zjednodušení dále předpokládáme, že můžeme zanedbat interakci vrcholu trhliny s ostatními

částicemi. Tento předpoklad je oprávněný uvažíme-li singulární průběh napětí v okolí vrcholu trhliny a skutečnost, že hustota částic je dostatečně malá. Na základě uvedených předpokladů a zjednodušení lze pro výpočet kritického napětí v obou výše uvedených případech zvolit model trhliny s vrcholem na rozhraní matrice/částice, resp. částice/matrice, která je namáhána normálovým napětím σ_{appl} , viz obr. 1 b), 5. V případě zkoušky třibodovým ohybem trámů předpokládáme, že trhlina délky a se šíří ze startovacího centrálního zářezu.



Obr. 5. Model částice kameniva.

Výsledky a diskuse

Cílem příspěvku je popsat vliv interakce trhliny s kamenivem na výsledné hodnoty efektivní lomové houževnatosti betonu, a to v závislosti především na materiálových charakteristikách zatvrdlé cementové pasty (resp. malty) a kameniva – viz tab. 1. Z tohoto hlediska je rozhodující konfigurace, při níž se makrotrhlina zastaví při svém šíření na rozhraní zatvrdlá cementová pasta/kamenivo a následný průchod kamenivem včetně situace, kdy se vrchol trhliny nachází na rozhraní kamenivo/zatvrdlá cementová pasta (obrázky 1 b). V obou těchto případech dochází v důsledku skokové změny materiálových parametrů (včetně hodnot lomové houževnatosti) i ke změně v chování trhliny. V závislosti na relaci mezi těmito parametry v obou prostředích (pasta, kamenivo), může dojít k zastavení šíření trhliny na rozhraní pasta/kamenivo (případně kamenivo/pasta) a tedy ke skokovému nárůstu vnějšího zatížení v diagramu zatížení průhyb, případně (v opačném případě poměrů materiálových parametrů) k náhlému poklesu vnějšího zatížení vyvolaného skokovým průchodem makrotrhliny částicí. V případě chybné interpretace tohoto jevu mohou oba tyto případy ovlivnit výslednou efektivní hodnotu měřené lomové houževnatosti. S cílem přispět k objasnění tohoto jevu, jsou v příspěvku jsou obě tyto konfigurace analyzovány pomocí obecného lomově-mechanického modelu popisujícího chování trhliny s vrcholem na rozhraní dvou různých elastických materiálů a jsou vypočteny hodnoty kritického vnějšího aplikovaného napětí $\sigma_{a,crit} = \sigma_{crit}$, které je zapotřebí k průchodu makrotrhliny rozhraním částice.

Tab. 1 Modul pružnosti a lomová houževnatost uvažovaných částic a matric

Materiál	E [GPa]	K_{IC} [MPa.m ^{1/2}]
Částice		
pískovec	20	0,28 – 0,52
žula	50	1,8 – 6,3
čedič	60	1,8 – 6,35
Matrice		
cementová pasta	25 – 45 ^{a)}	0,1 – 0,8
malta	20 – 40 ^{a)}	0,6 – 1,3

^{a)} Hodnoty E pro matrice uvažovány parametricky 20, 30 a 40 GPa.

Výsledkem aplikace tohoto postupu jsou pak kritické hodnoty vnějšího aplikovaného napětí, σ_{crit} , které závisí na materiálových parametrech obou složek (tj. zatvrdlé cementové pasty, resp. malty, a kameniva), na velikosti částic a na lomové houževnatosti materiálu, do kterého se bude trhлина dále šířit.

Tyto výsledky jsou uvedeny v tab. 2, 3 a 4, kde lze nalézt rovněž hodnotu zobecněného faktoru intenzity napětí H_I , nezbytnou pro aplikaci navrženého postupu při výpočtu kritického napětí. Vzhledem k rozptylu materiálových parametrů obou prostředí, a v důsledku toho i možného rozptylu hodnot kritického napětí, jsou v tabulkách vždy uvedeny možné minimální (index d) a maximální (index h) hodnoty. Všechny údaje uvedené v tab. 2 až 4 jsou vypočteny pro vnější aplikované napětí $\sigma_{appl} = 3$ MPa. Poznamenejme však, že v důsledku linearitý problému lze tyto výsledky snadno přepočítat a použít i jinou úroveň zatěžování.

Tab. 2 Kritická napětí – rozhraní matrice/částice

Částice	$E_{matrice} / E_{částice}$	$D = 8$ mm			$D = 16$ mm		
		H_I [MPa.m ^p]	$\sigma_{crit,d}$ [MPa]	$\sigma_{crit,h}$ [MPa]	H_I [MPa.m ^p]	$\sigma_{crit,d}$ [MPa]	$\sigma_{crit,h}$ [MPa]
pískovec	2/2	1,307	1,93	3,58	1,295	1,95	3,61
	3/2	1,155	2,56	4,76	1,190	2,41	4,48
	4/2	1,058	3,13	5,81	1,124	2,80	5,20
žula	2/5	1,665	6,91	24,20	1,541	7,93	27,75
	3/5	1,510	8,82	30,87	1,435	9,61	33,62
	4/5	1,395	10,65	37,27	1,356	11,13	38,94
čedič	2/6	1,731	6,26	22,09	1,584	7,33	25,86
	3/6	1,581	7,88	27,79	1,484	8,79	31,00
	4/6	1,468	9,44	33,29	1,406	10,13	35,73

Tab. 3 Kritická napětí – rozhraní částice/matrice (zatvrdlá cementová pasta)

Částice	$E_{částice} / E_{matrice}$	$D = 8$ mm			$D = 16$ mm		
		H_I [MPa.m ^p]	$\sigma_{crit,d}$ [MPa]	$\sigma_{crit,h}$ [MPa]	H_I [MPa.m ^p]	$\sigma_{crit,d}$ [MPa]	$\sigma_{crit,h}$ [MPa]
pískovec	2/2	1,748	0,51	4,12	1,727	0,52	4,17
	2/3	1,836	0,42	3,35	1,748	0,45	3,62
	2/4	1,883	0,37	2,94	1,763	0,41	3,29
žula	5/2	1,634	0,79	6,32	1,650	0,73	5,85
	5/3	1,680	0,66	5,24	1,673	0,63	5,07
	5/4	1,726	0,57	4,55	1,698	0,57	4,56
čedič	6/2	1,624	0,85	6,83	1,648	0,77	6,20
	6/3	1,656	0,71	5,72	1,661	0,68	5,41
	6/4	1,696	0,62	4,98	1,682	0,61	4,88

Tab. 4 Kritická napětí – rozhraní částice/matrice (malta)

Částice	$E_{\text{částice}} / E_{\text{matrice}}$	$D = 8 \text{ mm}$			$D = 16 \text{ mm}$		
		H_I [MPa.m ^p]	$\sigma_{\text{crit},d}$ [MPa]	$\sigma_{\text{crit},h}$ [MPa]	H_I [MPa.m ^p]	$\sigma_{\text{crit},d}$ [MPa]	$\sigma_{\text{crit},h}$ [MPa]
pískovec	2/2	1,748	3,09	6,69	1,727	3,13	6,77
	2/3	1,836	2,51	5,45	1,748	2,72	5,88
	2/4	1,883	2,20	4,78	1,763	2,46	5,34
žula	5/2	1,634	4,74	10,28	1,650	4,38	9,50
	5/3	1,680	3,93	8,52	1,673	3,80	8,24
	5/4	1,726	3,42	7,40	1,698	3,42	7,40
čedič	6/2	1,624	5,12	11,10	1,648	4,65	10,07
	6/3	1,656	4,29	9,29	1,661	4,06	8,80
	6/4	1,696	3,74	8,09	1,682	3,66	7,92

Závěr

V příspěvku jsou presentovány výsledky analýzy lomového chování betonu, který je modelován jako dvoufázové prostředí složené ze zatvrdlé cementové pasty (matrice) a kameniva (částice). Je navržen model, který umožňuje popsat lomové chování makrotrhliny šířící se v tomto prostředí a pro reálná materiálová data jsou presentovány příslušné výpočty.

Výsledky ukazují, že v případě, kdy se trhlina blíží kamenivu, případně se zastaví na rozhraní zatvrdlá cementová pasta/kamenivo (případně po průchodu kamenivem na rozhraní kamenivo/zatvrdlá cementová pasta), může dojít ke zdánlivému zvýšení (případně snížení) měřené hodnoty lomové houževnatosti a tento jev může přispět k objasnění rozptylu v publikovaných hodnotách lomové houževnatosti betonu. Presentované výsledky lze dále využít při návrhu typu a velikosti kameniva betonu s požadovanými vlastnostmi.

Poděkování

Práce na tomto příspěvku byly podporovány z prostředků projektu GA ČR 106/01/0381 a výzkumného záměru CEZ: J22/98: 261100009.

Literatura

- [1] Karihaloo, B. L.: Fracture mechanics of concrete. Longman Scientific & Technical, New York, 1995.
- [2] Bílek, V., Keršner, Z.: The anomaly of strength development: Fracture mechanics and microstructure investigation. Sborník RILEM konference Non Destructive Testing and Experimental Stress Analysis of Concrete Structures, Košice, 1998, 54 – 58.
- [3] Keršner, Z., Bílek, V., Schmid, P.: Fracture mechanics study of two aspects reducing mechanical characteristics of concrete. Acta Polytechnica, Praha, Vol. 39, 2/1999, 25 – 38.
- [4] Bílek, V., Brandštetr, J., Keršner, Z., Schmid, P.: Role of admixtures in degradation of fracture properties of concrete. Sborník CANMET/ACI konference Superplasticizers and other chemical admixtures in concrete, Nice, 2000, 153 – 167.

- [5] Bílek, V., Mosler, T., Schmid, P., Keršner, Z.: Možnosti omezení anomálií ve vývoji lomových vlastností vysocepevných betonů. Sborník konference Betonářské dny 2000, Pardubice, 2000, 232 – 237.
- [6] Keršner, Z., Bílek, V., Schmid, P., Mosler, T.: Aspekty trvanlivosti betonu pro konstrukce dopravních staveb. Sborník konference Spolehlivost a diagnostika v dopravní technice 2000, Pardubice, 2000, 17 – 22, ISBN 80-7194-303-7.
- [7] Bílek, V., Mosler, T., Keršner, Z., Schmid, P.: Development of fracture characteristics of hardened cement pastes and causes of microcracking. FRAMCOS-4, Cachan, 2001, 177 – 181, ISBN 90-2651-825-0.
- [8] Bílek, V., Mosler, T., Keršner, Z., Schmid, P.: ...a nejlepší je beton, který zmrzne. Sborník konference Betonářské dny 2001, Pardubice, listopad 2001, 228 – 233, ISBN 80-238-7595-7.
- [9] Lange-Kornbak, D., Karihaloo, B. L.: Design of concrete mixes for minimum brittleness. *Advanced Cement Based Materials*, No. 3, 1996, 124 – 132.
- [10] Li, V. C., Huang, J.: Relation of concrete fracture toughness to its internal structure. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 35, No. 1/2/3, 1990, 39 – 46.
- [11] Keršner, Z., Bílek, V.: Influence of microstructure on toughening mechanisms of concretes. *Engineering Mechanics*, Vol. 5, 1998, No. 3, 199 – 201.
- [12] Bílek, V., Keršner, Z.: Toughening mechanisms and fracture characteristics of concrete. Sborník kongresu Creating with concrete, Dundee, 1999, 71 – 78.
- [13] Shah S.P. and Ouyang C. (1994). Fracture mechanics for failure of concrete. *Annu. Rev. Mater. Sci.* **24**, 293 – 320.
- [14] Knésl, Z., Náhlík, L., Keršner, Z.: Calculation of the critical stress in two-phase materials. Sborník konference Structural Engineering, Mechanics and Computation SEMC 2001, Cape Town, 2001, 737 – 744, ISBN 0-08-043948-9.
- [15] Merchant, I.J., Macphee, D.E., Chandler, H.W. and Henderson R.J. (2001). Toughening cement-based materials through the control of interfacial bonding. *Cement and Concrete Research* **31**, 1873 – 1880.
- [16] Lipetzky P. and Knésl Z. (1995). Crack-particle interaction in a two-phase composite. Part II: crack deflection. *International Journal of Fracture* **73:1**, 81 – 92.
- [17] Knésl Z., Knápek A. and Bednář K. (1998). Evaluation of the critical stress in bonded materials with a crack perpendicular to the interface. in: *Surface Modification Technologies XI*. Eds/: T.S. Sudarshan, M. Jeandin and K.A. Khor, The Institute of Metals, London, 153 – 159.
- [18] *ANSYS, Users Manual*. Version 5.7 (2001). Swanson Analysis System, Inc. Houston, Pennsylvania.