Národní konference s mezinárodní účastí

INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

NESTABILITY VYBRANÝCH SYSTÉMŮ

Petr Frantík[1]

Úloha pokritického vzpěru přímého prutu je řešena dynamickou metodou. Prut se statickým zatížením je modelován jako nelineární disipativní dynamický systém. Při daných okrajových a počátečních podmínkách dochází při simulaci k přechodovému jevu, kdy z neustáleného vybočeného tvaru systém přejde do globálně stabilního taženého prutu. Je zjištěno, že k tomuto přechodovému jevu může dojít dvěma způsoby, které odpovídají odlišným velikostem vzpěrné síly. Jsou prezentovány časové průběhy potenciální energie deformace systému.

klíčová slova: vzpěr prutu, nestabilita, nelineární dynamický systém, potenciální energie deformace systému

Úvod

Vybrané jednochuché konstrukce, studovány v rozsahu velkých deformací, vykazují zajímavé vlastnosti. Pro nalezení řešení těchto zatížených konstrukcí lze použít vhodnou dynamickou výpočetní metodu. V použité metodě [1] jsou konstrukce modelovány jako nelineární disipativní dynamický systém. Právě fakt, že řešení je hledáno dynamicky, přispěl k nalezení zmíněných zajímavých vlastností.

Vzpěr prutu

Ačkoliv bylo modelováno více různých konstrukcí, zde si ukážeme pouze řešení pokritického vzpěru přímého prutu konstantního průřezu, vytvořeného z lineárního materiálu. Výpočet je zaměřen na hledání stabilního statického řešení (klidového stavu) vzhledem ke zvoleným parametrům a podmínkám.

Prut je uložen jako prostý nosník a zatížen ve své posuvné podpoře silou působící ve směru osy nepřetvořeného prutu, viz obr. 1. Velikost ani směr síly se v průběhu výpočtu nemění.

Obr. 1: Model vzpěru prutu

[1] Petr Frantík, Ing., Ústav stavební mechaniky FAST VUT v Brně, Veveří 95, 662 37 Brno, e-mail: kitnarf@centrum.cz

Tlumení je zvoleno lineárně závislé na rychlosti. Vybočení prutu je zajištěno udělením malé počáteční rychlosti prutu v příčném směru vzhledem k ose prutu.

Pro zvolenou velikost síly F je proveden dynamický výpočet, v jehož průběhu je sledován tvar prutu a hodnota potenciální energie deformace systému.

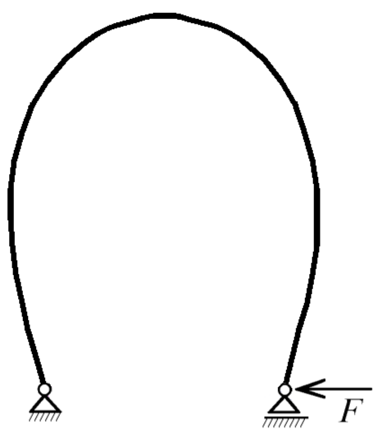
Parametry

Protože byl modelován konkrétní případ prutu, a protože nelze vyloučit komplikovanější závislost řešení na zvolených parametrech, potřebujeme je zde uvést. Modelován byl prut z oceli, s nízkou ohybovou tuhostí. Délka prutu byla 0.723 metru, ohybová tuhost 0.1149 Pa.m^4, normálová tuhost 3832500 Pa.m^2, objemová hmotnost 7850 kg.m^3 a koeficient útlumu 0.2 N.s.m^{-1}. Tvary vybočeného prutu byly experimentálně stanoveny a srovnány s vypočtenými [1].

Vlastnosti

Je známo, že je-li síla F menší, než tzv. kritická síla F_{cr} [1], existuje stabilní řešení pouze v nevybočeném tvaru. Kritická síla je nestabilním bodem systému, po jejímž dosažení přestává být přímý tvar prutu stabilní a vznikají dva nové stabilní symetrické tvary vybočeného prutu [2], např. viz obr. 2. V našem případě je hodnota kritické síly 2.17 N.

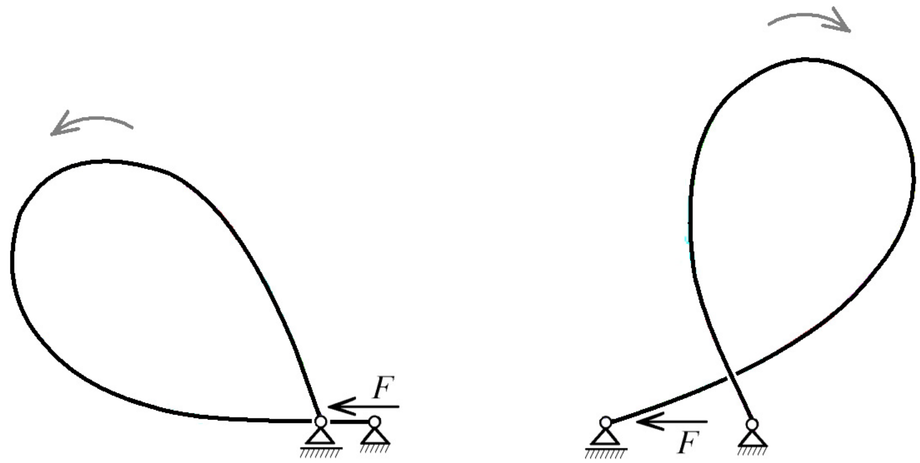
Je třeba se zmínit, že nejstabilnějším řešením této úlohy je tažený prut. Dynamický výpočet s výše popsanými podmínkami totiž od určité velikosti síly F dává jako statické řešení právě tažený prut.



Obr. 2: Vybočený tvar prutu pro sílu F o velikosti 1.6 násobku F_{cr}, tedy 3.5 N

Dynamické řešení

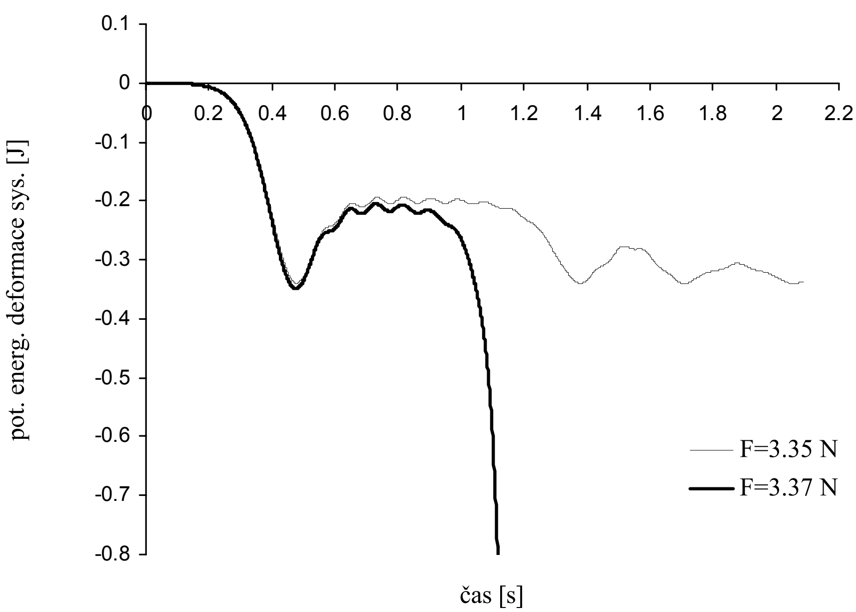
Použití dynamické metody, zajistilo snadné nalezení řešení ve tvaru vybočeného prutu, ale zvolené podmínky také způsobily, že při vyšší velikosti síly F, došlo k neočekávanému jevu. Při řešení této úlohy bylo zjištěno, že za daných podmínek, od určité velikosti síly F, se prut ve vybočeném stavu neustálí. Po určité době totiž dochází k náhlému přechodu na tažený prut. Způsob přechodu na tažený prut je dvojí, viz obr. 3.



Obr. 3: Znázornění dvou variant přechodu na tažený prut

První přechodový tvar, zobrazený na obr. 3 vlevo, je charakteristický pro sílu F v intervalu (3.36 N; 4.43 N) a druhý přechodový tvar, na obr. 3 vpravo, odpovídá síle F v intervalu (4.43 N; ∞). Meze intervalů byly stanoveny na dvě desetinná místa. Je třeba poznamenat, že všechny tyto hodnoty jsou charakteristické právě pro zvolený prut, včetně hodnoty útlumu, a také významně závisí na počátečních podmínkách.

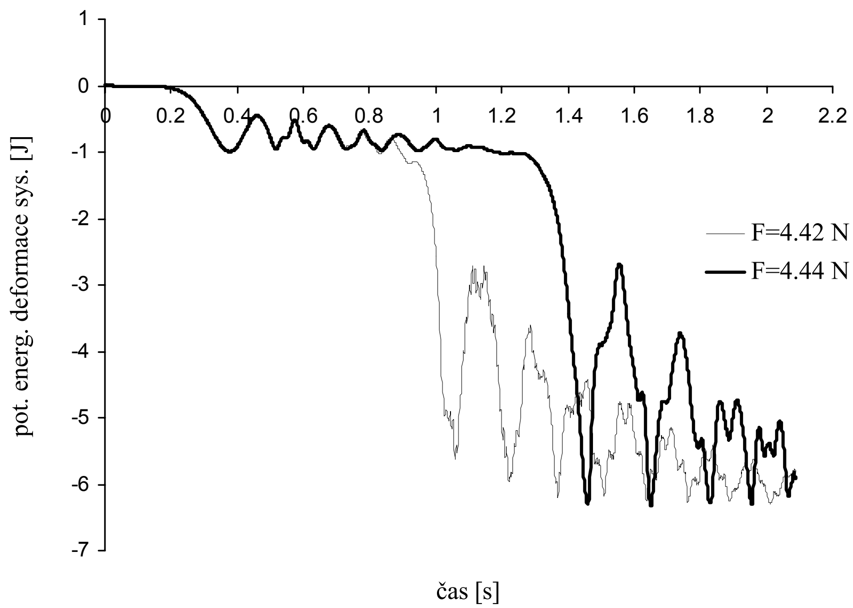
Jelikož si zde nemůžeme zobrazit animaci průběhu přechodových jevů, ukážeme si alespoň časový průběh potenciální energie deformace systému v okolí obou přechodových bodů. Na obr. 4 jsou vidět průběhy potenciální energie deformace pro první přechodový bod F=3.36 N.



Obr. 4: Graf potenciální energie deformace pro přechodový bod F=3.36 N

Z grafu na obr. 4 je patrné, že v případě, kdy velikost síly přesáhla přechodový bod, došlo k destabilizaci vybočeného tvaru. Systém přešel do stavu taženého prutu, reprezentovaného potenciální energií deformace Π=4.87 J (na obrázku není z důvodu zobrazení vidět).

Na obr. 5 jsou průběhy potenciální energie deformace pro druhý přechodový bod *F*=4.43 N.



Obr. 5: Graf potenciální energie deformace pro přechodový bod *F*=4.43 N

Na grafu na obr. 5 je patrné dlouhé ustalování funkce pro sílu *F*=4.44 N, předcházející okamžiku přechodu. Z animací lze s nadsázkou říci, že se systém „rozhoduje“, zda-li přejde do stavu taženého prutu prvním tvarem či druhým tvarem. V tomto případě je globálně minimální hodnota potenciální energie deformace systému Π=6.41 J.

Stojí za zmínku fakt, že první dosažené lokální minimum na časových řadách hodnot potenciální energie je dobrým odhadem potenciální energie řešení ve tvaru vybočeného prutu. Toto je dobře prokázáno funkcí na obr. 4 pro sílu *F*=3.35 N.

Nevýhodou dynamického přístupu je nemožnost nalezení nestabilních řešení úlohy. S pomocí těchto řešení bychom totiž snadno stanovili míru stability lokálně stabilních řešení (vybočený tvar).

Numerická stabilita

Vzhledem k tomu, že použitá metoda je pouze přibližná (závisí na časovém kroku a počtu stupňů volnosti), byl první přechodový bod *F*=3.36 N testován na numerickou stabilitu. Oba testy numerické stability daly shodnou hodnotu přechodového bodu v rámci dvou desetiných míst (byl zdvojnásoben časový krok i počet stupňů volnosti). Tyto testy prokázaly numerickou stabilitu zvolené metody.

Závěr

Hlavním závěrem je tímto prokázaný fakt, že nejstabilnějším řešením vzpěru prutu je prut tažený. Zřejmě reálně existují pruty (nutnost imperfekce není podstatná, více o imperfekci [1] a [3]) a počáteční podmínky, při kterých k takovému stavu systém dospěje. Prozatím nebyl takový experiment proveden.

Z prezentovaného případu určitě nelze učinit závěr, že podobné jevy lze očekávat u všech konstrukcí. Nicméně z výpočtů provedených na odlišných konstrukcích je zřejmé, že toto není ojedinělý případ existence různých tvarů ztráty stability.

Lze říci, že vybraná dynamická metoda dobře uspěla v modelování zvolené úlohy. Dokonce numerická stabilita v okolí nestabilních přechodových bodů je vyhovující. Problémem dynamického přístupu je nemožnost přesnějšího stanovení hodnoty energie potřebné pro přechod lokálně stabilního řešení v řešení stabilnější (v našem případě globálně stabilní).

Poděkování

Příspěvek byl zpracován za podpory výzkumného záměru reg. č. CEZ J22/98:261100009.

Literatura

[1] Petr Frantík, *Diskrétní metoda pro nelineární výpočet prutových konstrukcí*, příspěvek nabídnut k publikaci časopisu *Inženýrská mechanika*.

[2] Petr Frantík, *Netradiční řešení vzpěru prutu*, sborník VII. Vedecká konferencia stavebnej fakulty TU v Košiciach, květen 2002.

[3] Jiří Kala, Zdeněk Kala, *Modely vlastního pnutí u ocel. válc. profilů – stochastický přístup*, časopis *Inženýrská mechanika*, ročník 7, číslo 3.