



Národní konference s mezinárodní účastí
INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2002

13. – 16. 5. 2002, Svratka, Česká republika

**PRAVDĚPODOBNOSTNÍ POSUZOVÁNÍ PROVOZUSCHOPNOSTI KONSTRUKCE
S PŘÍPUSTNÝM DOSAŽENÍM MEZNÍHO STAVU**

Vladimír Bína, Ondřej Bielak¹

Abstrakt: U řady konstrukčních systémů lze během provozu připustit určitý počet poruch. Predikce životnosti s použitím deterministických postupů je prakticky nepoužitelná, protože koeficienty bezpečnosti jsou naopak určeny k zajištění bezporuchového provozu. Předložená metodika posuzování životnosti je proto založena na pravděpodobnostních principech – stochastický zákon kumulace poškození při creepu, metody Monte Carlo. Výsledkem výpočtů jsou rizika jednotlivých poruch a na základě analýzy jejich frekvence je určována životnost. Na výpočet životnosti navazuje provozní statistická kontrola životnosti.

Klíčová slova: creep, frekvence poruch, riziko poruchy, životnost, provozní kontrola

Úvod

Celou řadu systémů, na rozdíl od potrubních systémů a tlakových nádob, lze z hlediska provozuschopnosti zařadit do kategorie systémů s přípustnou poruchou. Tímto způsobem jsou např. provozovány přehřívákové systémy. Až po určité sérii poruch dochází k jejich výměně nebo rekonstrukci. Této skutečnosti lze spolu s dalšími faktory využít k hodnocení životnosti. Nutno však mít k dispozici odpovídající metodiku pro predikci a následné odpovídající hodnocení poruchovosti systému.

Nahlédneme-li do metodických postupů s koeficienty bezpečnosti či zkoušek residuální životnosti, je zřejmé, že k těmto účelům jsou neaplikabilní. Jediný způsob, jak realisticky hodnotit a predikovat životnost, je použití pravděpodobnostních metod.

Pokud jsou v současnosti pravděpodobnostní metody používány, výpočet se omezuje na stanovení pravděpodobnosti bezporuchového provozu. U systémů s nepřípustnou poruchou má tento postup své oprávnění, ne však již ve výše zmíněných případech. Podíváme-li se na rozhodující životnostní faktory, jedná se především o žírupevné vlastnosti, korozní vlivy, abrazi, geometrické rozměry, teplotně-tlaková spektra. Vedle žírupevných vlastností jsou k dispozici data týkající se i ostatních faktorů. Zbývá proto rozpracování vhodného postupu. Budeme-li považovat jednotlivé faktory obecně za stochastické veličiny nebo procesy, potom (při jejich adekvátním pravděpodobnostním popisu) je pravděpodobnostní hodnocení realizovatelné.

¹ Mgr. Ing. Vladimír Bína, CSc., Ing. Ondřej Bielak, CSc., BiSAFE, s.r.o., Malebná 1049, 149 00 Praha 4. Tel: 02/67913335, E-mail: bisafe@login.cz

Principy pravděpodobnostního výpočtu životnosti kritické lokality

Základ výpočtu tvoří zákon kumulace poškození, kde je doba do lomu považována za náhodnou veličinu [1]

$$\pi_c(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{\tau(\sigma_i, T_i)} \quad \text{pro } \pi_c(t) < 1, \quad t = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \quad (1)$$

$$\pi_c(t) = 1 \quad \text{jinak,}$$

kde $\tau(\sigma_i, T_i)$ je doba do lomu (při napětí σ_i a teplotě T_i) jako náhodná veličina.

Dobu do lomu $\tau(\sigma_i, T_i)$ můžeme vyjádřit pomocí normalizované náhodné veličiny Ω_c

$$\ln[\tau(\sigma_i, T_i)] = \delta_c \cdot \Omega_c + \mu_c(\sigma_i, T_i), \quad (2)$$

kde $\mu_c(\sigma_i, T_i)$ je střední hodnota logaritmu doby do lomu při napětí σ_i a teplotě T_i ,

δ_c je směrodatná odchylka logaritmu doby do lomu,

Ω_c je náhodná veličina s normalizovaným Gaussovým rozdělením.

Potom obecná stochastická forma zákona kumulace poškození materiálu při tečení podle vztahu (1) v návaznosti na vztah (2) bude mít tvar

$$\pi_c(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{\exp(\delta_c \cdot \Omega_c + \mu_{ci})} = \exp(-\delta_c \cdot \Omega_c) \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{t_c(\sigma_i, T_i)} \quad \text{pro } \pi_c(t) < 1 \quad (3)$$

$$\pi_c(t) = 1 \quad \text{jinak,}$$

kde $t_c(\sigma_i, T_i) = \exp(\mu_{ci})$ je střední doba do lomu při napětí σ_i a teplotě T_i ,

$\mu_{ci} = \mu_c(\sigma_i, T_i)$ – viz vztah (2).

Charakterizujeme-li doby expozice součásti na teplotních hladinách frekvenční funkcí, t.j. relativními dobami r_{t_i} (platí $\Delta t_i = t \cdot r_{t_i}$), dostaneme vztah (3) ve formě

$$\pi_c(t) = t \cdot \exp(-\delta_c \cdot \Omega_c) \cdot \sum_{i=1}^n \frac{r_{t_i}}{t_c(\sigma_i, T_i)} \quad \text{pro } \pi_c(t) < 1 \quad (4)$$

$$\pi_c(t) = 1 \quad \text{jinak.}$$

Bude-li napětí σ_i stochasticky stacionární (konstantní, klouzavé tlaky), lze ze vztahu (4) stanovit pravděpodobnost vzniku prvé poruchy, položíme-li identicky $\pi_c(t) = 1$

$$P(\tau \leq t) = P(\xi \leq \Omega_c) = N(\Omega_c), \quad \Omega_c = \frac{1}{\delta_c} \ln \left(t \cdot \sum_{i=1}^n \frac{r_{t_i}}{t_c(\sigma_i, T_i)} \right), \quad (5)$$

kde $P(\tau \leq t)$ je pravděpodobnost vzniku poruchy před dobou t ,

$N(\Omega_c)$ je hodnota Gaussova normalizovaného rozdělení pro kvantil Ω_c .

Chceme-li zahrnout do výpočtu provozní podmínky komplexněji, jako je neurčitost počátečních tloušťek stěn trubek, jejich úbytky v důsledku vysokoteplotní koroze, abraze, je nutno vztah (5) modifikovat

$$\pi_c(t) = \exp(-\delta_c \cdot \Omega_c) \cdot \sum_{j=1}^x \Delta t_j \sum_{i=1}^n \frac{r_{t_i}}{t_c(\sigma_{ij}, T_i)} \quad \text{pro } \pi_c(t) < 1 \quad (6)$$

$$\pi_c(t) = 1 \quad \text{jinak,}$$

kde $t = \sum_{j=1}^X \Delta t_j$ je celková doba provozní expozice,

$\sigma_{ji} = \sigma(s_o, \Delta s(t_j, T_i), p_i)$ je provozní napětí zohledňující reálné tloušťky stěn trubek s_o , jejich časové úbytky $\Delta s(t_j, T_i)$ a klouzavé tlaky p_i .

Výpočet pravděpodobnosti poruchy podle vztahu (6) je principiálně shodný, jak bylo ukázáno při odvození vztahu (5), avšak jeho analytické řešení nemusí být reálné a je nutná aplikace numerických metod spolu s metodami Monte Carlo [2]. Podstata řešení spočívá v simulaci náhodných veličin ve vztahu (6), zejména se bude jednat o veličinu Ω_c , charakterizující náhodnost žárupevných vlastností, počáteční tloušťky stěn trubek s_o . Korozní úbytky lze realisticky vyhodnotit z provozních měření. Nezbytným krokem je však výpočet napjatosti s ohledem na jeho růst v čase. Položíme-li vztah (6) identicky rovný jedné, dostaneme rovnici pro výpočet náhodné doby do poruchy τ

$$\exp(-\delta_c \cdot \Omega_c) \cdot \sum_{j=1}^X \Delta t_j \sum_{i=1}^n \frac{r_{t_i}}{t_c(\sigma_{ji}, T_i)} = 1 \Rightarrow \tau = \sum_{j=1}^X \Delta t_j, \quad (7)$$

kde τ je náhodná doba do lomu (1.poruchy) jako sumace náhodného počtu X časových intervalů Δt_j , aby byla splněna rovnice (7).

Opakovanou simulací náhodných veličin ve vztahu (7) obdržíme posloupnost náhodných dob do lomu τ_w , které zpracujeme metodami matematické statistiky, např. riziko vzniku 1.poruchy

$$\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_w, \dots, \tau_H\} \Rightarrow P(\tau^{(1)} \leq t) = \frac{w - 0,5}{H}, \quad \tau_{w-1} \leq t < \tau_w, \quad \tau_0 = 0, \quad (8)$$

kde $P(\tau^{(1)} \leq t)$ je pravděpodobnost vzniku 1.poruchy před dobou t .

Výpočet pravděpodobnosti poruch

Postup uvedený v předchozím odstavci platí pro výpočet rizika poruchy jednoho prvku, a proto jej musíme upravit pro výpočet rizika poruchy systému sestávajícího z N prvků. Za prvek u trubkových systémů lze považovat určitý objem materiálu, ve kterém se nezávisle realizuje vlastní creepový lom. Uvedeme dvojí řešení, a to jednak analytickým postupem a jednak metodou Monte Carlo.

Analytické řešení

Budeme uvažovat konstrukční systém sestávající z počtu N kritických lokalit nebo prvků. O každém z prvků ($i = 1, 2, \dots, N$) budeme předpokládat, že je charakterizován distribuční funkcí $F_i(t)$, udávající pravděpodobnost dosažení mezního stavu před dobou t . Potom konstrukční systém budeme charakterizovat náhodným vektorem τ

$$\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i, \dots, \tau_N], \quad (9)$$

kde τ_i je náhodná veličina odpovídající i -tému prvku systému a charakterizující jeho mezní stav,

$F_i(t) = P(\tau_i \leq t)$ je pravděpodobnostní distribuční funkce i -tého prvku.

Vzhledem k tomu, že dále budeme pojednávat o proudu poruch (pořadí), zavedeme vektor pořadových statistik $\tau^{(\bullet)}$ [3]

$$\tau^{(\bullet)} = [\tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \dots, \tau^{(i)}, \dots, \tau^{(N)}], \quad (10)$$

kde $\tau^{(i)}$ je i -tá statistika a pro veličiny $\tau^{(i)}$ platí

$$\tau^{(1)} \leq \tau^{(2)} \leq \dots \leq \tau^{(i)} \leq \dots \leq \tau^{(N)} \text{ a } \tau^{(i)} = \tau_{r_i} - \text{viz vztah (9),}$$

$$r_i \text{ je prvek vektoru pořadí } R = [r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_N].$$

S aplikací vektoru R lze náhodný vektor τ podle vztahu (9) zapsat ve tvaru

$$\tau^{(*)} = [\tau_{r_1}, \tau_{r_2}, \dots, \tau_{r_i}, \dots, \tau_{r_N}]. \quad (11)$$

Protože cílem řešení je výpočet rizika j -té poruchy (v pořadí), můžeme použitím uvedených pojmů zformulovat problém takto

$$P(\tau^{(j)} \leq t) = F^{(j)}(t), \quad (12)$$

což znamená stanovit pravděpodobnost, že j -tá pořadová statistika $\tau^{(j)}$ (doba do j -té poruchy) je menší než hodnota t .

Zavedeme elementární jevy $\mathbf{A}_i = \{\tau^{(i)} \leq t < \tau^{(i+1)}\}$. Potom jev $\{\tau^{(j)} \leq t\}$ (viz vztah (12)) můžeme vyjádřit následovně

$$\{\tau^{(j)} \leq t\} = \bigcup_{i=j}^N \mathbf{A}_i, \quad (13)$$

kde $\mathbf{A}_i = \{\tau^{(i)} \leq t < \tau^{(i+1)}\} = \{\tau^{(i)} \leq t\} \cap \{\tau^{(i+1)} > t\}$, pro $j \leq i < N$,

$$\mathbf{A}_N = \{\tau^{(N)} \leq t\}.$$

Vzhledem k předpokladu stochastické nezávislosti náhodných veličin τ_i ve vektoru (9), pravděpodobnost jevu $\mathbf{A}_i$ bude

$$P(\mathbf{A}_i) = \sum_{\mathbf{c} \in \mathbf{C}(i)} \prod_{l=1}^i F_{c(k,l)}(t) \cdot \prod_{l=1}^{N-i} [1 - F_{d(k,l)}(t)], \quad (14)$$

kde $\mathbf{C}(i)$ je matice kombinací i -té třídy z N prvků,

$$\mathbf{C}(i) = [c(k,l)], \quad l = 1, 2, \dots, i, \quad k = 1, 2, \dots, N_i$$

$$\mathbf{c} = [c(k,1), \dots, c(k,l), \dots, c(k,i)],$$

$$\mathbf{d} = [d(k,1), \dots, d(k,l), \dots, d(k, N-i)] = \{1, 2, 3, \dots, N\} \div \{c(k,1), \dots, c(k,l), \dots, c(k,i)\},$$

$$F_c(t) = P(\tau_c \leq t), \quad N_i = \binom{N}{i}.$$

A podle vztahu (13) platí (viz vztah (14))

$$P\{\tau^{(j)} \leq t\} = \sum_{i=j}^N P(\mathbf{A}_i) = \sum_{i=j}^N \sum_{\mathbf{c} \in \mathbf{C}(i)} \prod_{l=1}^i F_{c(k,l)}(t) \cdot \prod_{l=1}^{N-i} [1 - F_{d(k,l)}(t)], \quad (15)$$

Distribuční funkci j -té pořadové statistiky pro případ, kdy se jedná o systém sestávající z N identických prvků, jejichž distribuční funkce je vyjádřena vztahem (5), dostaneme z předchozího vztahu (15) ve formě

$$P(\tau^{(j)} \leq t) = \sum_{i=j}^N \binom{N}{i} [F(t)]^i [1 - F(t)]^{N-i}. \quad (16)$$

Hustotu rozdělení pravděpodobností j -té poruchy dostaneme jako derivaci vztahu (16) vzhledem k náhodné veličině $\tau^{(j)}$ pro zadané j

$$\frac{d}{dt} [P(\tau^{(j)} \leq t) | j] = \binom{N}{j} j [F(t)]^{j-1} [1 - F(t)]^{N-j} \frac{dF(t)}{dt}$$

a po úpravě dostaneme

$$f(\tau^{(j)}) = N \binom{N-1}{j-1} [F(t)]^{j-1} [1 - F(t)]^{N-j} f(t), \quad f(t) = \frac{dF(t)}{dt}. \quad (17)$$

Příklad výpočtu hustot pravděpodobností doby do první poruchy (podle vztahu (17)) pro různé počty prvků je uveden na obr.1. Z obrázku je patrný vliv velikosti systému (size efekt) na riziko poruchy, což klasickým postupem není možné kvantifikovat. Na dalším obrázku 2 jsou vypočteny hustoty pravděpodobností pro různé počty poruch. Ukazuje se, že frekvence poruch s dobou roste, jak je ukázáno na obr.3. Této skutečnosti lze využít k optimalizaci provozní životnosti.

Výpočet metodami Monte Carlo

V reálném případě však nutno uvažovat model s prostorově nehomogenními provozními podmínkami, zejména se bude jednat o rozložení teplot. Základní model můžeme proto definovat jako systém sestávající z několika subsystémů S_i , ve kterých lze předpokládat homogenost provozních podmínek R_i . Každý subsystém S_i je tvořen určitým počtem prvků N_i s náhodnými charakteristikami

$$\mathbf{R} = [R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_I], \quad \mathbf{N} = [N_1, N_2, \dots, N_i, \dots, N_I]. \quad (18)$$

Schematicky můžeme celý postup znázornit následovně:

provozní podmínky	označení prvků	simulace náhodných veličin	vypočtené simulace dob do lomu – matice $\mathbf{T}$
$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_1 \\ \vdots \\ R_1 \\ \\ R_i \\ \vdots \\ R_i \\ \\ R_I \\ \vdots \\ R_I \end{bmatrix}$	$\oplus \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ Z(1) \\ \\ Z(i-1)+1 \\ \vdots \\ Z(i) \\ \\ Z(I-1)+1 \\ \vdots \\ Z(I) \end{bmatrix}$	$\oplus \begin{bmatrix} \Omega_{1,1} \dots \Omega_{1,H} \\ \Omega_{2,1} \dots \Omega_{2,H} \\ \vdots \\ \Omega_{Z(1),1} \dots \Omega_{Z(1),H} \\ \\ \Omega_{Z(i-1)+1,1} \\ \vdots \\ \Omega_{Z(i),1} \dots \Omega_{Z(i),H} \\ \\ \Omega_{Z(I-1)+1,1} \\ \vdots \\ \Omega_{Z(I),1} \dots \Omega_{Z(I),H} \end{bmatrix}$	$\oplus \begin{bmatrix} \text{řešení} \\ \text{rovnice} \\ (7) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \tau_1^{(1)} \dots \tau_w^{(1)} \dots \tau_H^{(1)} \\ \tau_1^{(2)} \dots \tau_w^{(2)} \dots \tau_H^{(2)} \\ \vdots \\ \tau_1^{(j)} \dots \tau_w^{(j)} \dots \tau_H^{(j)} \\ \vdots \\ \tau_1^{(R)} \dots \tau_w^{(R)} \dots \tau_H^{(R)} \end{bmatrix}$

kde $Z(i) = \sum_{k=1}^i N_k$, $i = 1, 2, \dots, I$, I je počet subsystémů S_i , R je počet poruch,

$\tau_w^{(1)}, \tau_w^{(2)}, \dots, \tau_w^{(k)}, \dots, \tau_w^{(R)}$ je vektor w -té simulace pořadových statistik dob do lomu (w -tý sloupcový vektor matice $\mathbf{T}$), $w = 1, 2, \dots, H$, H je počet opakování výpočtů - simulací.

Ze simulovaných dob do lomu $\tau_w^{(j)}$, jak bylo naznačeno v odst.2 (vztah (8)), vyhodnotíme potřebné statistické charakteristiky. Vzhledem k uvedenému uspořádání prvků matice $\mathbf{T}$, j -tý řádkový vektor reprezentuje simulované doby do lomu j -té poruchy. Potom základní statistické charakteristiky (střední hodnoty μ_j , rozptyly δ_j^2 a dolní a horní meze $100(1-\alpha)\%$ provozních intervalů $t_{j,d,h}$) pro j -tou poruchu stanovíme takto

$$\mu_j = \frac{1}{H} \sum_{w=1}^H \ln \tau_w^{(j)}, \quad \delta_j^2 = \frac{1}{H} \sum_{w=1}^H (\ln \tau_w^{(j)} - \mu_j)^2, \quad \ln(t_{j,d,h}) = \mu_j \pm t_s(0,5\alpha) \cdot \delta_j, \quad (19)$$

kde $t_s(\alpha)$ je kvantil Studentova rozdělení pravděpodobností pro pravděpodobnost α .

Obdobně se stanoví i rizika vzniku j -té poruchy $P(\tau^{(j)} \leq t)$ před dobou t

$$[\tau_{r(1)}^{(j)}, \dots, \tau_{r(w)}^{(j)}, \dots, \tau_{r(H)}^{(j)}] \Rightarrow P(\tau^{(j)} \leq t) = \frac{w-0,5}{H}, \quad \tau_{r(w-1)}^{(j)} \leq t < \tau_{r(w)}^{(j)}, \quad \tau_{r(0)}^{(j)} = 0, \quad (20)$$

kde $[\tau_{r(1)}^{(j)}, \dots, \tau_{r(w)}^{(j)}, \dots, \tau_{r(H)}^{(j)}]$ je vektor pořadových statistik j -tého řádkového vektoru matice $\mathbf{T}$.

Příklad výpočtu životnosti a poruch přehříváku v grafické formě je uveden na obr.4, kde jsou vyznačeny toleranční intervaly jednotlivých poruch, ve kterých s pravděpodobností 0,90 by se porucha měla realizovat.

Analýza výsledků

Pro praktické použití je však nezbytné uvedené výsledky blíže analyzovat, zejména k odhadu reálné životnosti. Do jaké míry je možno prodloužit životnost lze posoudit z grafu na obr.5, kde jsou v závislosti na počtu poruch vyneseny časové difference mezi minimálními dobami do poruchy (dolními mezemi tolerančních intervalů 2., 3. atd. poruchy – viz obr.4) a minimální dobou bezporuchového provozu (dolní mez 1.poruchy). Jak je vidět, s počtem poruch se doba mezi poruchami zmenšuje a životnost je možné limitovat provozní dobou, kdy intervaly mezi poruchami se ukazují ekonomicky a provozně neúnosné.

Zmíněný graf, stanovený na základě dolních tolerančních mezí, lze označit za konservativní, protože poruchy v těchto dobách se mohou vyskytnout s velice malou pravděpodobností. Proto realističtější odhad prodloužení životnosti se jeví odhad založený na středních hodnotách poruch – druhý graf na obr.5.

Všimněme si ještě vlivu provozních podmínek. Uvedené výpočty byly provedeny pro provozní režim, kdy je kotel vytěžován na 100 % po 2/3 provozní doby a 1/3 doby na 80 %. Změna provozních podmínek na 100% výkon po 3/4 provozní doby a 1/4 doby na 80 % vede ke zvýšení frekvence poruch, jak ukazuje obr.6. Variabilitu zatížení přehříváku lze jednak modelovat a jednak na druhé straně s použitím výpočtu podmínky provozu kontrolovat.

Provozní kontroly životnosti

Provozní kontroly jsou bezesporu nutnou součástí posuzování provozuschopnosti, protože výpočet může vycházet z neodpovídajících předpokladů, jakým mohou být např. provozní podmínky. Kromě toho je možné údajů o reálných poruchách využít ke zpřesnění predikce, použitím výpočtu aposteriorních rizik následných poruch.

Pokud budou předpoklady výpočtu ve shodě s realitou, může proud poruch vykazovat přibližně konfiguraci, jak je znázorněna na obr.4. Mohou se však vyskytovat i náhodné odchylky. V zásadě půjde o to, ověřit, zda střední hodnoty proudu poruch se shodují s předpokládanými (výpočtovými) nebo jsou nepřipustně vychýleny k nižším životnostem.

Ke kontrole shody či odchýlenosti od výpočtových předpokladů lze použít statistických testů, zejména se nabízí aplikace sekvenčních metod testování hypotéz. Jejich výhoda spočívá v tom, že je možné provádět je kontinuálně po každé poruše, a to poměrně jednoduchým způsobem.

Závěr

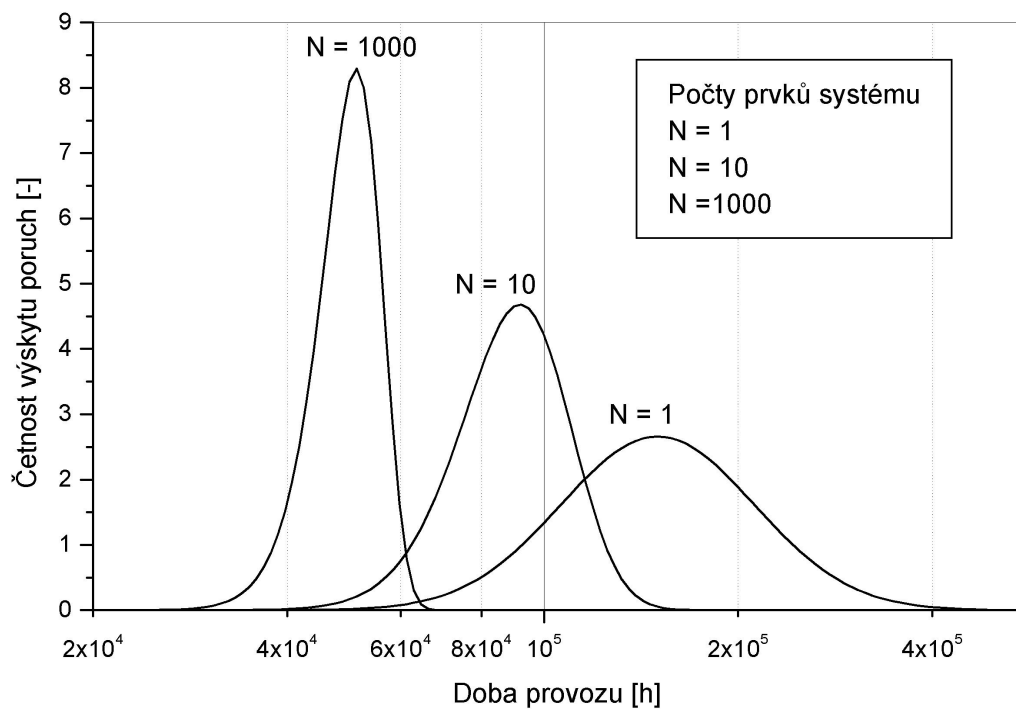
Navržený postup hodnocení provozuschopnosti přehřívákového systému je založen na respektování variability žárupevných vlastností s uvažováním náhodných výchozích tlouštěk stěn trubek včetně jejich zeslabování v důsledku vysokoteplotní koroze, případně abraze.

Hodnocení životnosti se opírá o predikci frekvence poruch spolu s ekonomicko-provozními faktory. Pravděpodobnostní pojetí umožňuje objektivnější průběžnou kontrolu a aplikace aposteriorních pravděpodobností vede ke zpřesňování predikce životnosti.

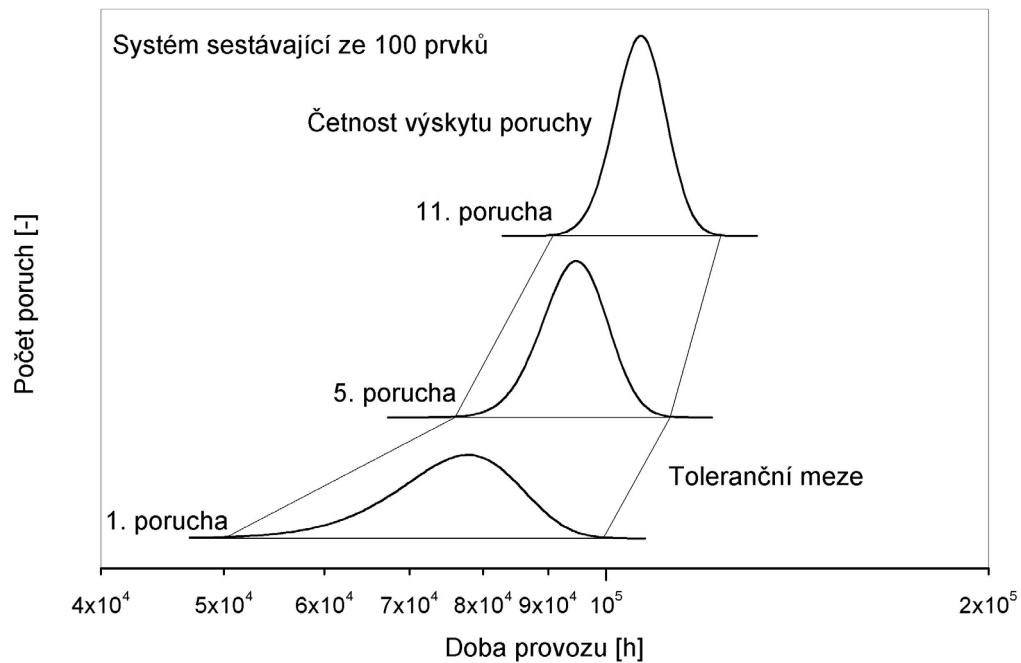
Použití uvedeného postupu však vyžaduje nejen spolehlivou evidenci poruch, ale rovněž jejich analýzu. Jedná se zejména o materiálový rozbor (záměna materiálu), analýzu mechanismu porušení (creepový lom), evidenci lokality poruchy.

Literatura

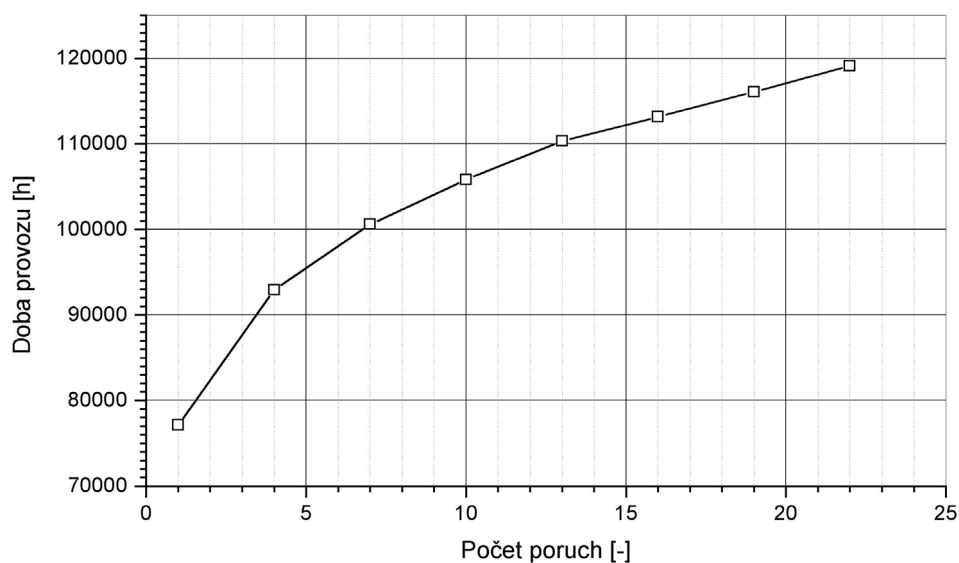
- [1] Bína, V. – Bielak, O.: Probabilistic model of creep and fatigue interaction. In: Proceedings of the 10th Int. Conference on Creep & Fracture Engineering Materials and Structures part Creep Resistant Metallic Materials, Praha. April 2001, s. 36-44.
- [2] Sobol, I.M.: Číslenní metody Monte-Karlo. Nauka Moskva, 1973.
- [3] Hájek, J. – Šidák, Z.: Theory of Rank Tests. Academia Praha, 1967.
- [4] Himemblau, D.M.: Process Analysis by Statistical Methods. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1970.



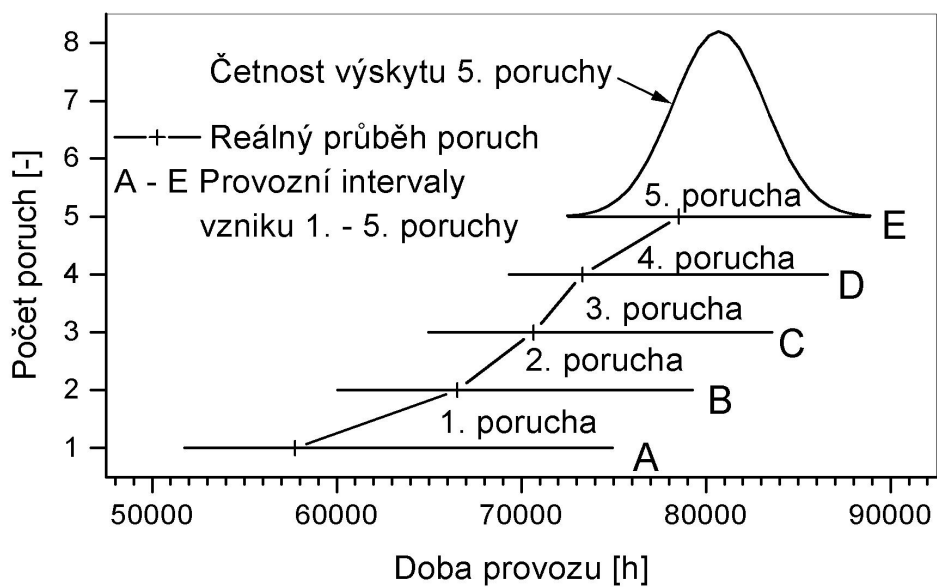
Obr.1: Hustoty pravděpodobností dob do 1. poruchy systémů s různými počty prvků



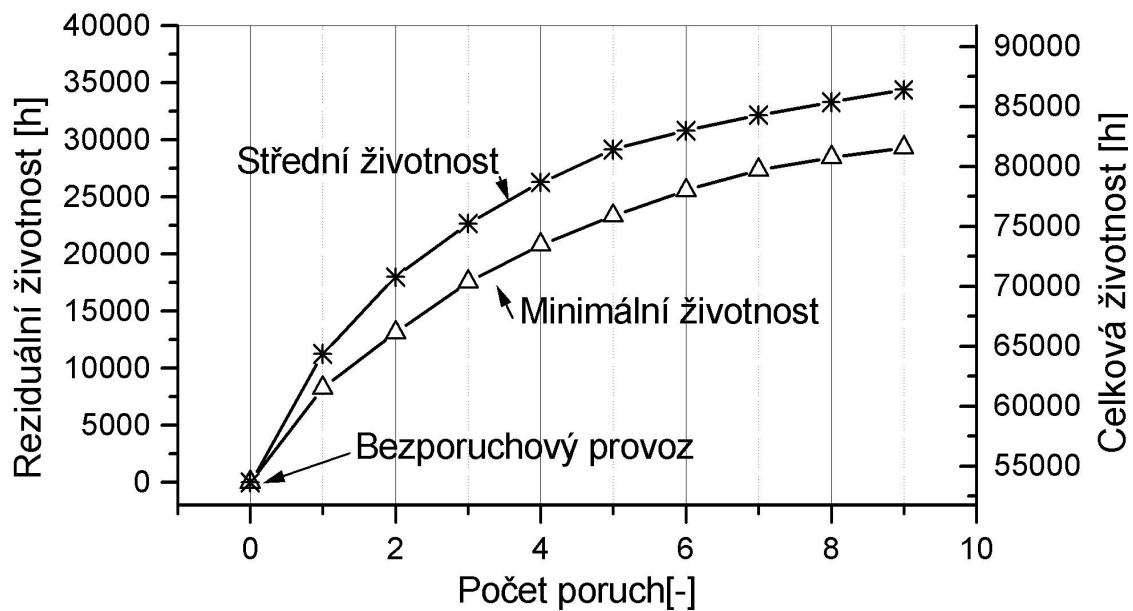
Obr.2: Hustoty pravděpodobností dob do 1., 5. a 11. poruchy systému sestávajícího ze 100 prvků



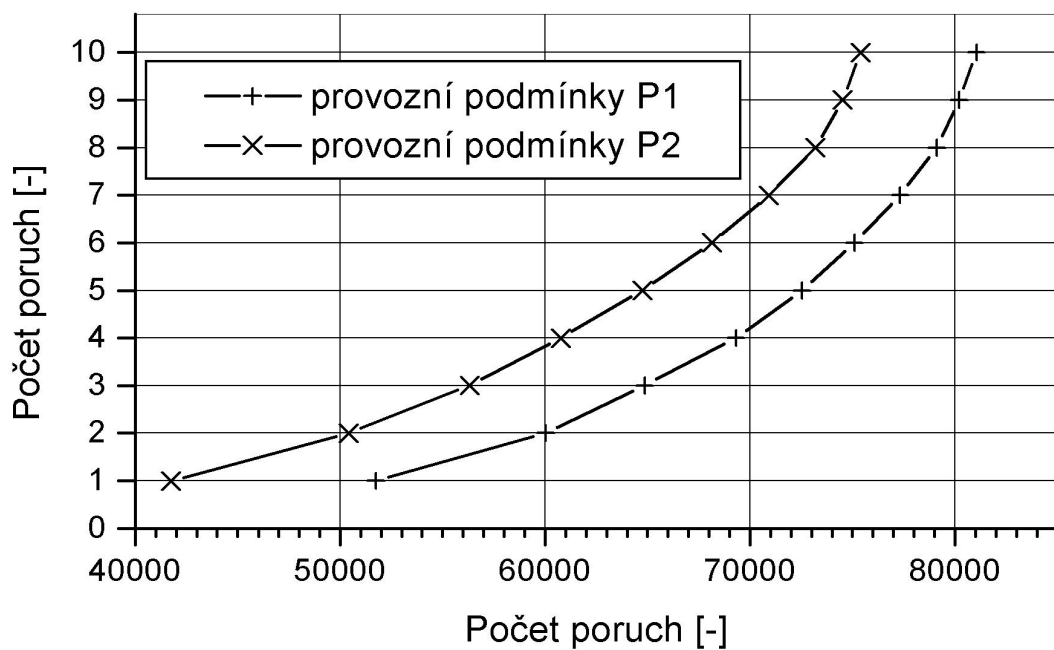
Obr.3: Životnost podle počtu přípustných poruch



Obr.4: Životnost a frekvence poruch v závislosti na době provozu



Obr.5: Prodloužení životnosti podle počtu přípustných poruch



Obr.6: Vliv provozních podmínek na frekvenci poruch a životnost