National Conference with International Participation
ENGINEERING MECHANICS 2001
Svratka, Czech Republic, May 14 – 17, 2001

STRESS WAVES IN THIN STRIPS WITH GEOMETRICAL INHOMOGENEITIES

Robert Zemčík*, Jan Červ†, Vladislav Laš‡

Summary: *Stress wave propagation in thin strips under in-plane impact load is modelled by finite elements. The strips are supposed to be made of steel. The influence of geometrical imperfections (slits) on wave spreading is investigated as well.*

Key words: *Stress wave propagation, Impact loading, FEA.*

Úvod

Doprovázejícím faktorem technického pokroku je neustálá potřeba zvyšovat a prohlubovat znalosti vlastností materiálu, konstrukcí a jejich elementů. S touto potřebou jde ruku v ruce požadavek neustále rozvíjet teoretické a metodické základy dynamického nedestruktivního testování. Některé z metod nedestruktivního testování, jakými jsou např. metoda akustické emise či ultrazvukové metody, jsou založeny na principu šíření elastických signálů. Tyto signály (vlny) jsou na své cestě od zdroje ke snímači ovlivněny celou řadou okolností. Kromě struktury materiálu, anizotropie, hranic vyšetřované oblasti, atp. jsou to v neposlední řadě též interakce signálů s materiálovými či geometrickými nehomogenitami. Tato studie si klade za cíl vyšetřit vliv geometrie tělesa a nehomogenity typu zářez (vrub) na šíření elastických vln v izotropním stěnovém pásu. Zdroj vlnění je reprezentován náhle působícím silovým účinkem ležícím v rovině pásu a působícím kolmo na jeho hranu. Práce je prvním krokem ke studiu interakce vln s nehomogenitami typu trhlina v izotropním eventuálně též v anizotropním prostředí. Volně navazuje na [1].

Popis modelu

Prvotní (testovací) výpočtový model vychází z modelu použitém v [1]. Jedná se o neukotvený tenký obdélníkový pás o rozměrech $260 \times 80 \times 1$ mm, který je uprostřed jedné z delších hran zatížen (v rovině pásu a kolmo na jeho hranu) napětím se spojitým a přitom rychlým časovým náběhem. Předpokládá se, že pás je z oceli s vlastnostmi uvedenými v tabulce 1.

Uvažujeme pouze takové vlnové délky, aby bylo možné s dostatečnou přesností předpokládat, že tenký pás je ve stavu rovinné napjatosti. Z důvodu symetrie stačí řešit pouze polovinu modelu (viz obr. 1) s příslušnými okrajovými podmínkami, tj. nulovým posuvem ve směru x pro uzly ležící na ose y. Polovina modelu byla rozdělena na 130×80 čtvercových elementů o hraně $a = 1$ mm. Jednalo se o čtyřuzlové isoparametrické elementy s bilineární násadou.

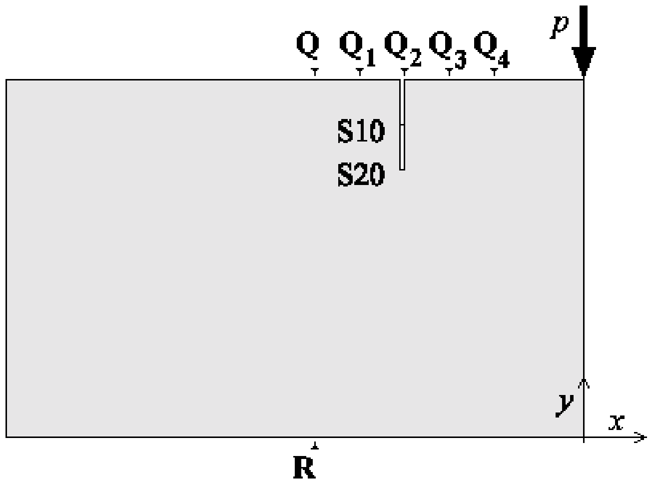
Časový průběh zatížení (jednalo se o *in-plane* tlakové zatížení ve směru osy y, podobně jako v [1] typ zatížení I.) byl dán následujícím vztahem

$$T(t) = \frac{1}{2}\left[\operatorname{erf}\left(\frac{2t - t_f}{4\tau}\right) + 1\right], \quad t \in \langle 0, t_f \rangle ; \qquad T(t) = 1, \quad t > t_f \, , \tag{1}$$

*Ing. Robert Zemčík, Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň; tel.: +420 19 7491110, e-mail: zemcik@kme.zcu.cz

†Ing. Jan Červ, CSc., Ústav termomechaniky AV ČR, Dolejškova 5, 182 00 Praha 8; e-mail: cerv@it.cas.cz

‡Doc. Ing. Vladislav Laš, CSc., Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň; tel.: +420 19 7491110, e-mail: las@kme.zcu.cz



Obrázek 1: Geometrie výpočtového modelu a naznačené modifikace S10 a S20.

$$\mathrm{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int\limits_0^{\xi} e^{-\eta^2}\,\mathrm{d}\eta\,, \tag{2}$$

kde $t_f = 1.324$ μs je konečná fáze náběhu zatížení (*rise time*) a $\tau = 0.1655$ μs je časový krok zvolený s ohledem na stabilitu řešení. Tato volba měla simulovat buzení skokem avšak se sníženým vlivem vysokofrekvenčních složek spektra. Úlohy byly řešeny do času 82.75 μs, tedy pro 500 inkrementů. Prostorové rozložení zatížení pro řešenou polovinu pásu (jde o polovinu celkového zatížení) uvažujeme ve tvaru

$$X(x) = \sigma_a \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{6a}\right), \quad x \in \langle -3a, 0\rangle\,, \tag{3}$$

kde $x = 0$ se vztahuje k rovině symetrie pásu. Po vytvoření konečnoprvkové sítě bylo (v souladu s (3)) prostorové rozložení zatížení na prvních třech elementech ležících na horní hraně pásu nalevo od roviny symetrie takové, jak je uvedeno v tabulce 2. Při výpočtu jsme předpokládali $\sigma_a = 1$ MPa. Výsledné zatížení pak bylo součinem: $p(x,t) = X(x) \cdot T(t)$.

Tabulka 1: Materiálové charakteristiky a dopočtené veličiny (viz např. [3]).

$E = 2.1 \cdot 10^{11}$ Pa	$c_3 = 5439$ m/s
$\nu = 0.3$	$c_2 = 3218$ m/s
$\rho = 7800$ kg/m^3	$c_R = 2948$ m/s

Tabulka 2: Maximální (konečné) zatížení na elementech.

Element	1.	2.	3.
X [Pa]	$0.933013 \cdot \sigma_a$	$0.683013 \cdot \sigma_a$	$0.250000 \cdot \sigma_a$

Tento případ sloužil k ověření schopnosti zvoleného výpočtového modelu dostatečně přesně popsat chování zkoumaného systému. K porovnání byly k dispozici výsledky z [1] obsahující rovněž data naměřená při experimentu.

V dalším byl zvolený výpočtový model modifikován. Ve vzdálenosti $40 \cdot a$ od roviny symetrie byl na jeho horní hraně vytvořen kolmý zářez (viz obr. 1), a to vypuštěním deseti resp. dvaceti elementů ve vertikálním směru y, simulující tak dva symetricky umístěné zářezy široké 1 mm. Modely jsou dále označovány jako S10 (tj. Slit 10 mm) resp. S20 (tj. Slit 20 mm). V těchto dvou případech bylo zkoumáno, jaký vliv mají takové zářezy a jejich hloubka na průběh rychlosti v jednotlivých uvažovaných bodech. Rychlosti v_y uzlů ve vertikálním směru se porovnávaly s odpovídajícími rychlostmi původního modelu v šesti zvolených místech, a to ve vzdálenostech $\mathbf{Q}$ – $60 \cdot a$, $\mathbf{Q_1}$ – $50 \cdot a$, … $\mathbf{Q_4}$ – $20 \cdot a$ na horní hraně a $\mathbf{R}$ – $60 \cdot a$ na spodní hraně od roviny symetrie.

Všechny úlohy byly řešeny metodou konečných prvků (MKP) pomocí výpočtového balíku MSC.MARC. Při řešení byla předpokládána rovinná napjatost, dále byla použita diagonalizovaná matice hmotnosti a centrálně diferenční časová integrace. Blake v [2] ukázal výhodu takto zvolené kombinace pro úlohy šíření napěťových vln, protože chyby v časové a prostorové aproximaci mají tendenci se vzájemně rušit a mimo jiné je tímto zároveň zaručena lepší numerická stabilita řešení než je tomu u metody konečných diferencí [1]. Vyhodnocení bylo provedeno v programu MATLAB.

Analýza numericky získaných výsledků

V prezentovaných grafech je použito následující značení pro čela příchozích vln: P – dilatační (podélná) vlna, S – smyková a R – Rayleighova vlna. Poloha šipky před označením dané vlny odpovídá příslušnému času. Pro označení vln odražených od horního resp. dolního okraje pásu jsou použity indexy 1 resp. 2 a pro odrazy na zářezech jsou to indexy sl pro levý zářez a sr pro zářez pravý. Např. označení $\mathsf{R_{sl}R}$ znamená, že jde o Rayleighovu vlnu, která se odrazila od levého zářezu opět jako Rayleighova vlna. Tučnou čarou jsou vynášeny případy se zářezy (*with slit*), tenkou čarou původní model bez zářezů (*no slit*).

Dříve než se přistoupilo k řešení modifikovaných modelů S10 a S20, bylo provedeno porovnání výsledků původního modelu bez zářezů s výsledky, které byly publikovány v práci [1]. Ve zmíněné práci bylo provedeno jak numerické řešení modelu odpovídajícího modelu bez zářezů v této práci, tak porovnání takto získaných výsledků s korespondujícím experimentálním měřením. Při experimentu byla naměřena časová odezva ocelového pásu na buzení, realizované lomem mikrotuhy ($\varnothing = 0.5$, tvrdost HB). Porovnání výsledků získaných v této práci pro původní model, tedy bez zářezů, s odpovídajícími výsledky v práci [1] prokázalo, že zvolený výpočtový model je vhodný a je možné jej použít k analýze šíření vln i v případě modifikovaných modelů se zářezy, jako jsou např. S10 a S20.

Na obrázcích 2 a 3 jsou vyneseny zkoumané průběhy normovaných normálových rychlostí (*normalized normal velocity*) v bodě $\mathbf{Q}$ pro případ S10 resp. S20. Rychlosti jsou normalizovány tak, že udávají poměr vzhledem k maximální amplitudě rychlosti v bodě $\mathbf{Q}$ pro případ bez zářezů (tedy hodnota $1 \sim \max |v_y|$). Je vidět, že tohoto maxima bylo dosaženo po průchodu primární R-vlny v čase cca. 22 μs. Dále je v případě bez zářezů vidět, že jako první do místa $\mathbf{Q}$ logicky dorazila nejrychlejší vlna, tedy primární P-vlna. Následovala nevýrazná S-vlna a za ní R-vlna se zmíněnou maximální amplitudou. Ve zvlnění za průchodem R-vlny jsou dobře patrné výrazné výkmity od vln, které se odrazily od spodního okraje pásu, respektive od vln několikanásobně odražených střídavě od spodního a horního okraje, a to v pořadí $\mathsf{P_2P}$, $\mathsf{P_2S}$ společně s $\mathsf{S_2P}$ a $\mathsf{P_2P_1P_2P}$ (viz obr. 2 a 3).

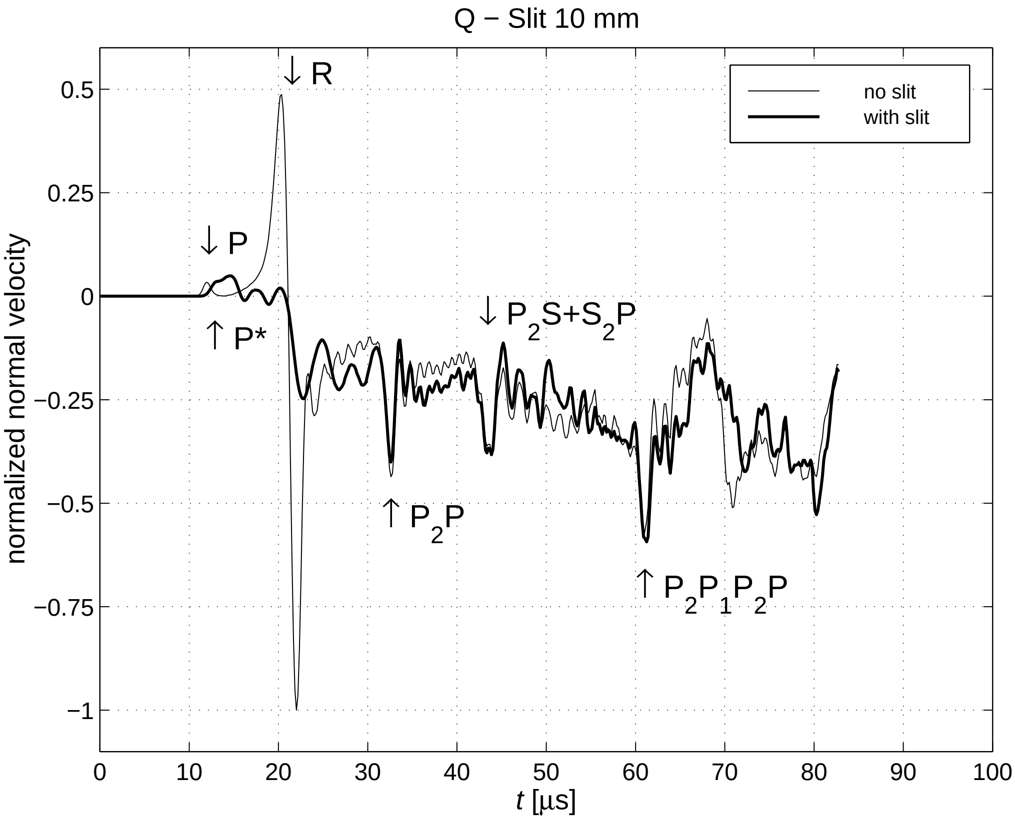
V případech, kdy v pásu byly přítomny zářezy, si můžeme povšimnout zpoždění průchodu primárních dilatačních vln, zde označených P*, neboť ty musely zmíněné zářezy 'obejít'. Lze si snadno povšimnout toho, jak ona zpoždění závisela na délce (hloubce) zářezu a také toho, že rozštěpení primární P-vlny na konci zářezu (vygenerování S-vlny) má za následek další výkmit ještě před příchodem dalších zpožděných primárních vln. R-vlna v obou modifikacích, tak výrazná v případě bez zářezů, se zde projevila jen minimálně, neboť se od zářezů z větší části odrazila zpět. Výkmity způsobené vlnami odraženými od okrajů samozřejmě nevykazovaly posuny v čase, nýbrž jen nevýrazné změny v amplitudách.

Další dva obrázky (obr. 4 a 5) popisují situaci v bodě $\mathbf{Q_4}$. Průběhy normovaných rychlostí v tomto bodě a v bodě $\mathbf{Q}$ bez uvažování zářezů vykazují již na první pohled některé shodné rysy, což je dáno shodným pořadím vln přicházejících do tohoto bodu. Na druhé straně jsou však patrné změny amplitud jednotlivých výkmitů, které jsou způsobené menší vzdáleností od místa buzení.

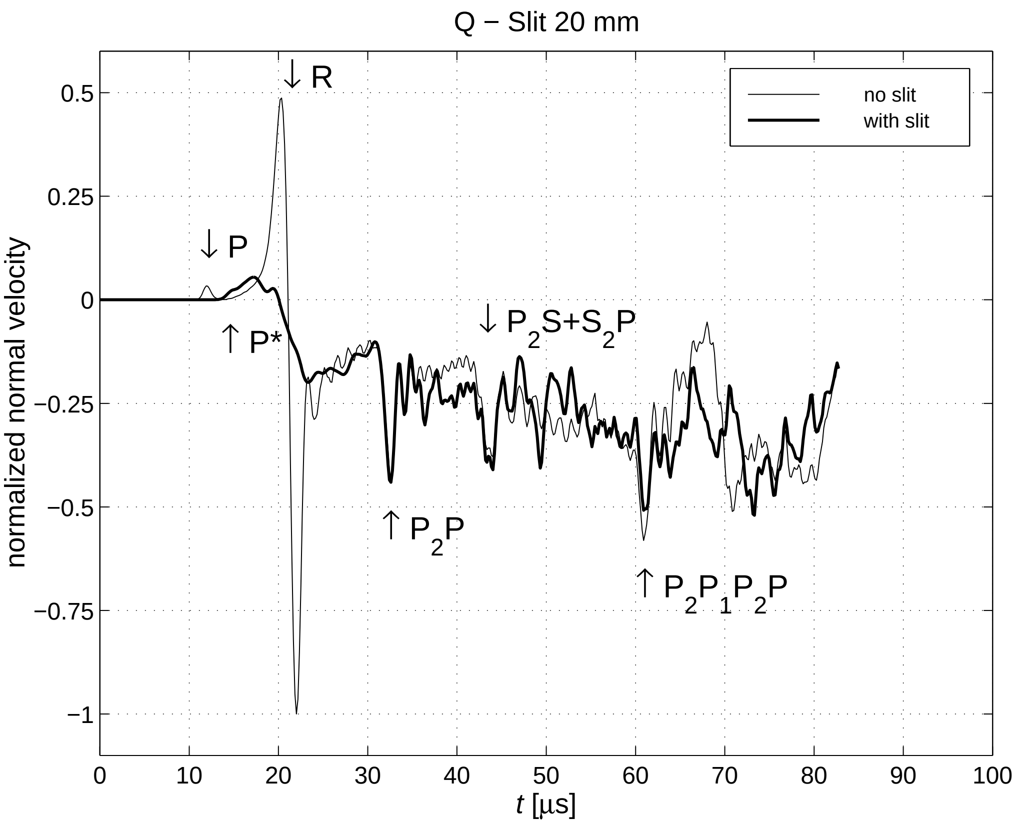
Modifikace S10 a S20 v bodě $\mathbf{Q_4}$ způsobily další výkmity rychlostí oproti původnímu modelu. Po průchodu primární R-vlny se, jak již bylo zmíněno, tato v levé části pásu od zářezu odrazila zpět ($\mathsf{R_{sl}R}$) a prostupovala do pravé poloviny modelu. Z ní naopak postupovala jí odpovídající R-vlna odražená na pravém zářezu do poloviny levé ($\mathsf{R_{sr}R}$). Tyto odrazy se pak dále opakovaly. Poloha vln odražených od dolního a horního okraje zůstává jako v předchozím případě nezměněná.

Na posledních dvou obrázcích (obr. 6 a 7) jsou opět vyobrazeny časové průběhy normovaných normálových rychlostí, tentokrát v bodě $\mathbf{R}$ ležícím na spodním okraji pásu. Z umístění tohoto bodu lze vytušit, že zmíněné průběhy budou mít jiný charakter než doposud popsané průběhy. Po primární P-vlně, s řádově desetkrát větší absolutní hodnotou amplitudy než v místech $\mathbf{Q}$ či $\mathbf{Q_4}$, zde zcela chybí následné R-vlny a naopak v předchozích případech nevýrazné primární S-vlny jsou zde dobře patrné. Jejich amplitudy jsou srovnatelné se zde přítomými amplitudami primárních P-vln. Na obrázcích jsou ještě naznačeny průchody snadno identifikovatelných vln $\mathsf{P_2P_1P}$ a $\mathsf{S_2S_1S}$ — vln jednou odražených od spodního a horního okraje — a $\mathsf{P_2P_1P_2P_1P}$ — vlny odražené postupně dvakrát.

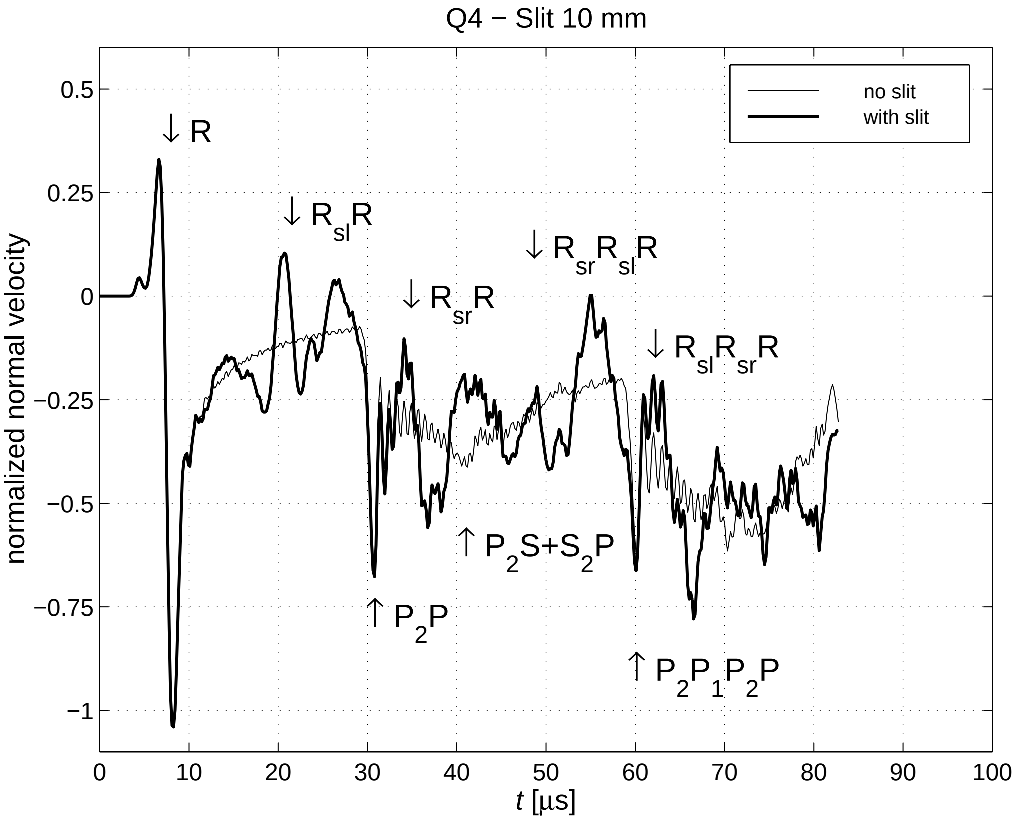
Při uvažování zářezů došlo v bodě $\mathbf{R}$ pouze k relativně malým změnám v průběhu normálových rychlostí vzhledem k původnímu modelu. Výše uvedené snadno identifikovatelné špičky rychlostí jsou i zde dobře patrné. Lze si povšimnout, že pouze v případě modifikace S20 došlo ke výraznějšímu zvětšení amplitudy rychlosti v době, které odpovídá průchod primární S-vlny.



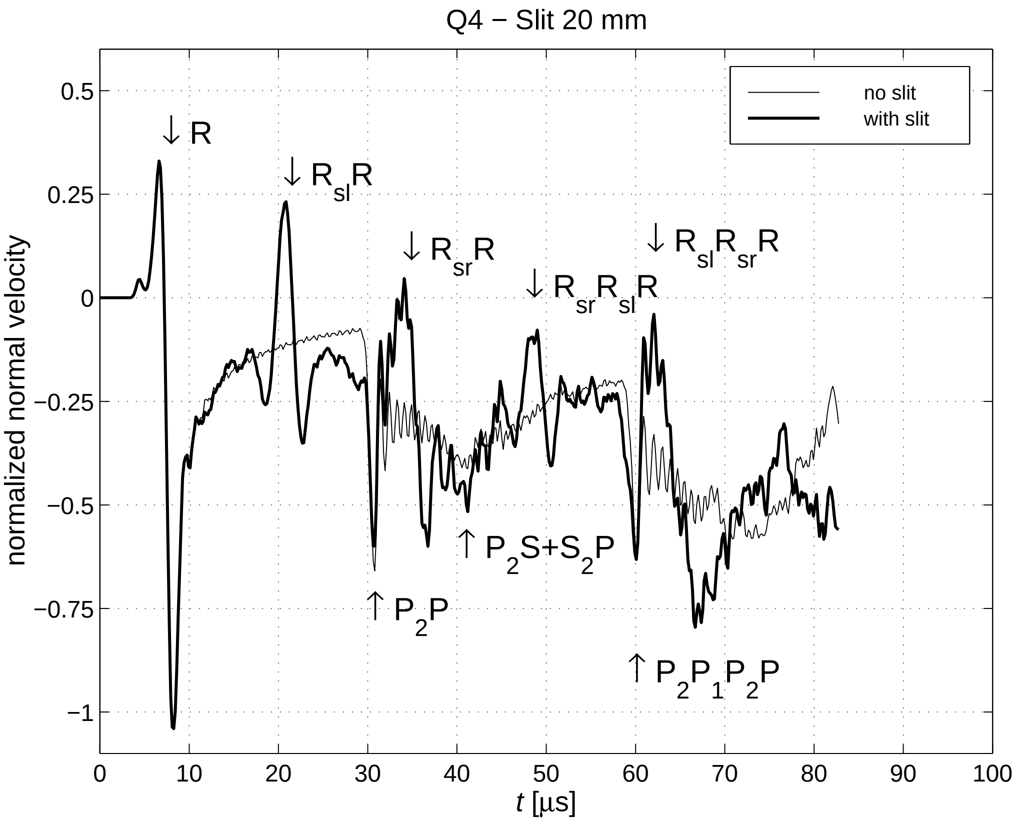
Obrázek 2: Časové průběhy normovaných rychlostí v_y v místě **Q**. Případ S10.



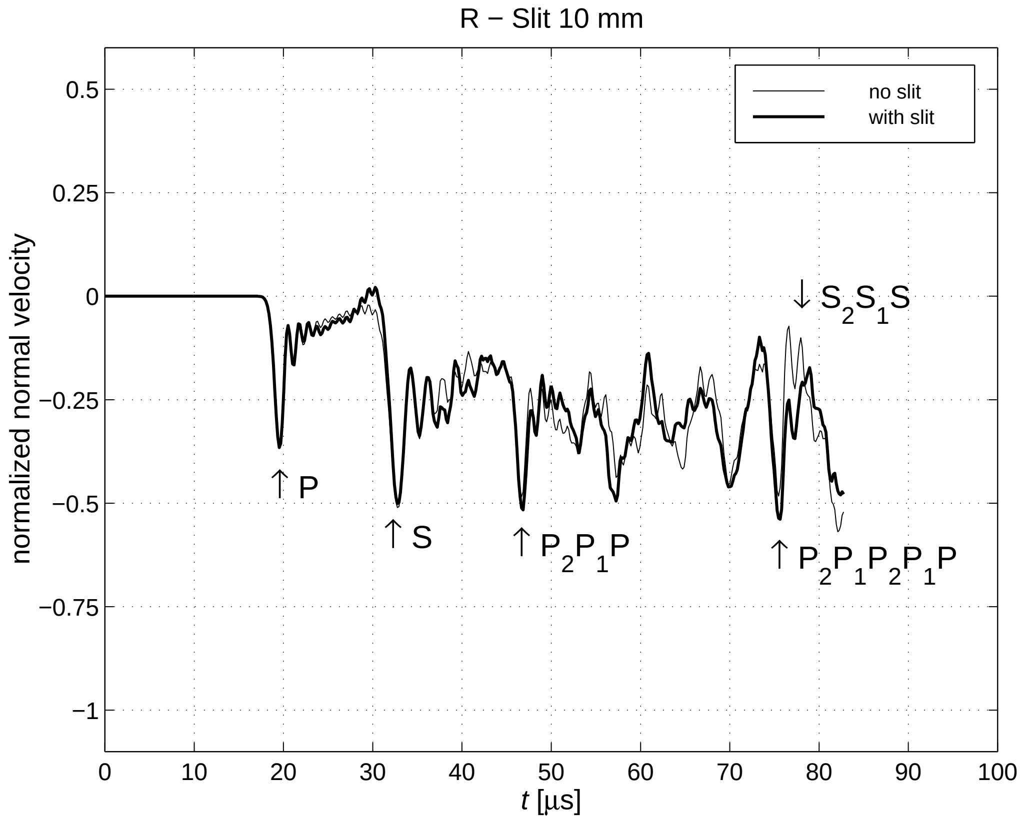
Obrázek 3: Časové průběhy normovaných rychlostí v_y v místě **Q**. Případ S20.



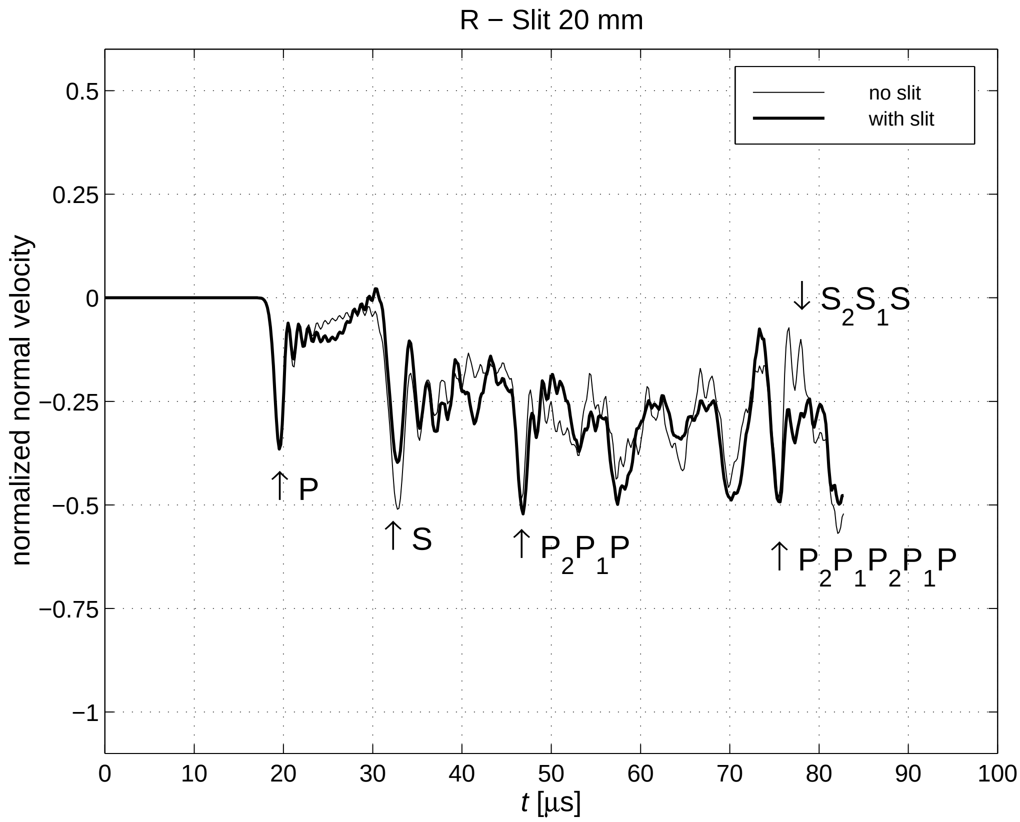
Obrázek 4: Časové průběhy normovaných rychlostí v_y v místě $\mathbf{Q_4}$. Případ S10.



Obrázek 5: Časové průběhy normovaných rychlostí v_y v místě $\mathbf{Q_4}$. Případ S20.



Obrázek 6: Časové průběhy normovaných rychlostí v_y v místě **R**. Případ S10.



Obrázek 7: Časové průběhy normovaných rychlostí v_y v místě **R**. Případ S20.

Závěr

V první části této analýzy byla prokázána schopnost zvoleného výpočtového modelu dostatečně přesně popsat chování daného systému. Porovnání bylo provedeno s výsledky uvedenými v práci [1], které se týkaly zde použitého modelu ocelového pásu bez zářezů.

V dalším byl zkoumán vliv existence a velikosti zářezů, umístěných na horní hraně pásu, na časové průběhy normálových rychlostí. Tyto průběhy byly porovnávány v normované formě s odpovídajícími průběhy původního modelu v šesti vybraných bodech na horním ($\mathbf{Q}$–$\mathbf{Q_4}$) a dolním ($\mathbf{R}$) okraji zkoumaného pásu.

V bodech ležících na horní hraně pásu a současně vlevo od zářezu (např. $\mathbf{Q}$) se projevil vliv zářezů ve zpoždění příchodu primárních vln. To je způsobeno tím, že jednotlivé vlny musejí překážky 'obcházet' a tudíž jejich dráhy jsou příslušně prodlouženy. Rovněž si můžeme všimnout, že zářezy 'odfiltrují' vysokofrekvenční složky Rayleighovy vlny. Zbylé průběhy zkoumaných rychlostí se pak od původního modelu liší jen málo. Jde totiž zejména o odrazy objemových vln střídavě od horního a dolního okraje pásu, přičemž jejich trajektorie jsou existencí zářezů ovlivněny jen nepatrně.

Naopak v místech mezi zářezy a místem buzení ($\mathbf{Q_4}$) se sledované průběhy přesně shodovaly. Avšak jen do času, kdy se do zmíněného místa vrátila první vlna odražená od bližšího zářezu. Největší odchylky byly způsobeny zejména neustále se odrážejícími R-vlnami, jež měly ze všech průchozích vln maximální amplitudu porovnávané normálové rychlosti.

Sledované průběhy rychlostí v místě $\mathbf{R}$ na dolním okraji byly zářezy ovlivněny jen minimálně. Do času cca. 75 μs se až na několik málo výjimek průběhy podstatně neliší. S narůstajícím časem a množícími se odrazy vln lze však očekávát i nárůst odchylek ve sledovaných hodnotách.

Celkově lze konstatovat, že větší velikost zářezů způsobila v místech mezi zářezy výraznější výkmity zkoumaných rychlostí, které se u původního modelu neprojevovaly a naopak v místech za zářezy více potlačila amplitudy rychlostí povrchových, tedy R-vln.

Prozatím nebylo zkoumáno, jak se projeví přítomnost a velikost zářezů z hlediska napjatosti tělesa. Výsledky této práce budou v budoucnu sloužit k prohloubení znalostí o chování uvedených systémů s ještě složitější geometrií. Zejména bude zkoumáno, jaký vliv má na šíření napěťových vln v tělese přítomnost ostré trhliny a také její lokace.

Příspěvek byl vypracován za podpory grantu GA AV ČR reg. č. A2076001 a GA ČR reg. č. 101/00/0674.

References

[1] J. Červ, M. Landa, Z. Převorovský: *Numerický model šíření signálu akustické emise stěnovým pásem.* Strojnícky časopis, 44, č. 3, pp. 216–232, 1993.

[2] J. R. Blake: *Numerical Models for Rayleigh Wave Scattering from Surface Features.* PhD. Thesis, University of London, 1988.

[3] F. Valeš, H. Šebková: The State of Stress in Non-stationary Loaded Thin Belt. ACTA TECHNICA ČSAV, No. 4, Praha, 1976.