

THE INFLUENCE OF STRESS TRIAXIALITY IN DUCTILE LIGAMENTS OF CRACK UPON THE FRACTURE TOUGHNESS

Urbiš Radek, Michal Kotoul *

Summary: *The model of reinforcing mechanism which improves the fracture toughness of brittle matrix composites reinforced by ductile particles is analyzed. The particles form a bridging zone and, thus, constrain the crack opening. The stress-crack opening displacement relationship relies upon the constant volume plastic flow of the particles according to the model suggested recently by Rubinstein and Wang [1]. This model incorporates in a certain way also the particle/matrix interface properties. The particles are allowed to deform using several different patterns which correspond to the particular strength of the particle/matrix interface. Contrary to Rubinstein and Wang's work the triaxiality of the stress state within particles is considered and its impact on the critical crack opening displacement is included. The fracture criteria are analyzed for several combinations of micromechanical parameters of composite system and the resistance curves are presented.*

Key words: *Fracture toughness, particulate composites, bridged cracks.*

Úvod

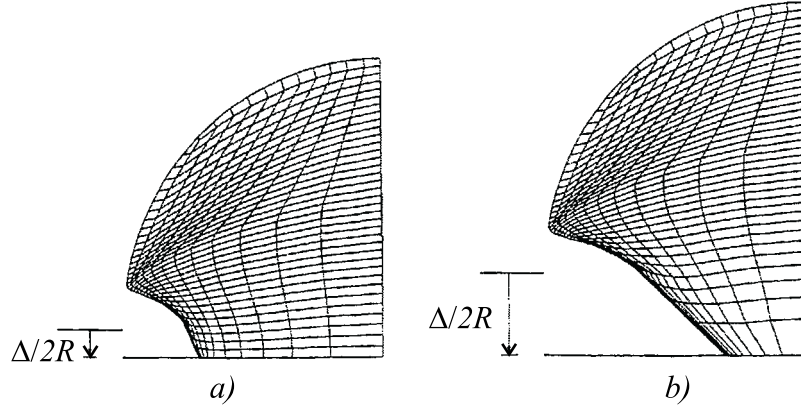
Tento příspěvek navazuje na naše předcházející práce [2]-[4] zabývající se problematikou stability trhlin v kompozitních materiálech tvořených křehkou maticí zhouževnatěnou distribucí částic schopných plastické deformace.

Z fyzikálních úvah je zřejmé, že rostoucí tvárnost částice, tedy rostoucí kritické protažení plastických můstků, příznivě ovlivňuje výslednou lomovou houževnatost kompozitu. Sama vysoká tvárnost částice ale nestačí, protože geometrické stísnění částice okolní maticí nedovolí rozvoj významnějších plastických deformací v celém objemu částice. Plastická deformace se pak lokalizuje jen v tenké vrstvě ležící v rovině trhliny a kritické otevření trhliny Δ_C pro přetržení této vrstvy je nízké. Na druhou stranu nízká pevnost rozhraní by vedla k celkové dekohezi částice a účinek přemostění trhliny by byl nevýznamný. Nedošlo by k žádnému zvýšení lomové houževnatosti kompozitu.

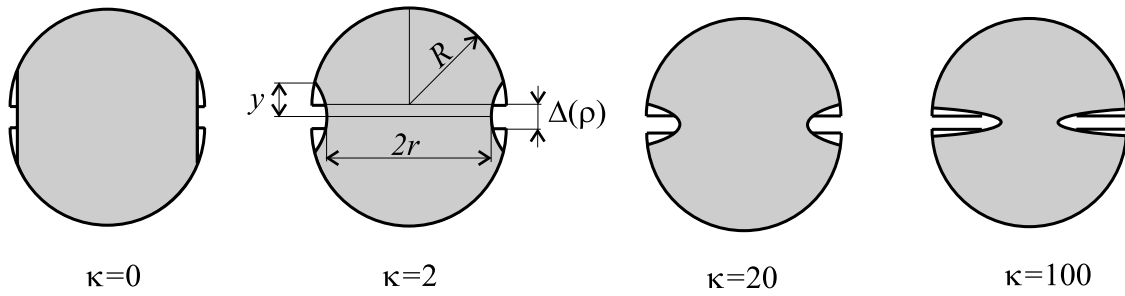
Autoři Rubinstein a Wang [1] nedávno navrhli jednoduchý mikromechanický model deformace přemostující sférické částice v závislosti na pevnosti rozhraní částice/matrice. Předpokládají, že ta část objemu částice, která je podrobená plastické deformaci, se nemění. Pevnost rozhraní částice/matrice je charakterizována prostřednictvím geometrického parametru (křivost κ zvoleného parabolického profilu), který ovlivňuje výsledné přetvoření částic a je zaveden do modelu tak, aby tvar přetvořené částice odpovídal numerickým výsledkům, které obdržel Tvergaard [5], [6] pomocí metody konečných prvků, viz obr. 1.

Sledujme obr. 2; původní sférická částice vytváří v průběhu deformace krček s parabolickým profilem. Označíme-li pomocí r poloměr nosného průřezu částice a pomocí y vertikální souřadnici

*Ing. R. Urbiš, Doc. RNDr. M. Kotoul, CSc., Ústav mechaniky těles FSI VUT Brno, Technická 2, 616 69 Brno; tel. +420 5 41 14 28 56, e-mail: urbis@umnt.fme.vutbr.cz



Obrázek 1: Tvar přetvořené částice pro koeficient zpevnění $n = 0, 1$ a různé hodnoty normovaného otevření trhliny a) $\Delta/2R = 0, 102$, b) $\Delta/2R = 0, 304$. [5].



Obrázek 2: Tvar deformované částice pro různé hodnoty křivosti zvoleného parabolického profilu $\kappa = 0$ - slabé rozhraní, $\kappa = 2$, $\kappa = 20$ středně pevné rozhraní a $\kappa = 100$ pevné rozhraní.

průřezu parabolického krčku s nedeformovanou sférickou částicí inkluze, můžeme tyto veličiny svázat vztahem

$$\frac{r}{R} = \sqrt{1 - \left(\frac{y}{R} - \frac{\Delta(\rho)}{2R} \right)^2} - \frac{\kappa}{2} \left(\frac{y}{R} \right)^2, \quad (1)$$

kde κ představuje křivost zvoleného parabolického profilu $\frac{x'}{R} = \frac{\kappa}{2} \left(\frac{y}{R} \right)^2 + \frac{r}{R}$. (Pozn. souřadnicový systém x', y má počátek ve středu částice.) Z obr. 2 je vidět, že tento parametr determinuje rozsah dekoheze rozhraní částice/matrice. Je tedy v těsném vztahu s pevností tohoto rozhraní a lze jej užívat jako jeden z kompozitních parametrů. Poznamenejme, že záporné hodnoty křivosti κ odpovídají parabole otočené o 180° a popisují úplnou dekohezi částice a matrice, čímž je ovšem příznivý vliv částic na zvýšení lomové houževnatosti ztracen. Další rovnice pro stanovení r, y a otevření trhliny $\Delta(\rho)$ vyplývají z požadavku konstantního objemu během plastické deformace

$$2 = \left(1 - \frac{y}{R} + \frac{\Delta(\rho)}{2R} \right)^2 \left(2 + \frac{y}{R} - \frac{\Delta(\rho)}{2R} \right) + 3 \left[\frac{\kappa^2}{20} \left(\frac{y}{R} \right)^5 + \frac{\kappa}{3} \frac{r}{R} \left(\frac{y}{R} \right)^3 + \frac{y}{R} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

Na rozdíl od Rubinsteina a Wanga [1], kteří předpokládají konstantní mostící napětí pro všechny přemosťující částice ležící podél celé délky přemostění l_p za čelem trhliny, nahradíme tyto izolované můstky kontinuem s efektivním normálovým napětím σ_0 . Pomocí rovnic (1) a (2) vyjádříme závislost efektivního normálového napětí σ_0 na velikosti otevření trhliny Δ a pevnosti rozhraní částice/matrice pro různé hodnoty křivosti κ . Do modelu je navíc zahrnut vliv stavu trojososti napětí v krčku přemosťující částice pomocí Bridgmanova odhadu i vliv zpevnění této částice. Stejně jako Rubinstein a Wang [1] předpokládáme, že délka trhliny a je značně větší než délka přemostěné zóny, tj. $l_p \ll a$. Pak je možné přijmout model polonekonečné trhliny

v homogenizovaném prostředí, přičemž zatížení ve vzdálených bodech je zadáno pomocí *metody hraniční vrstvy*, tzn. že např. pro napětí σ_{yy} platí $\sigma_{yy} = K_I^N / \sqrt{2\pi x}$ pro $x \gg l_p, y = 0$, kde K_I^N je nominální (aplikovaný) součinitel intenzity napětí od vnějšího zatížení, který může být stanoven řešením odpovídající okrajové úlohy na makroúrovni, např. metodou konečných prvků.

1 Matematický model

Efektivní normálové napětí σ_0 lze svázat se silou P přenášenou jedním plastickým můstkem následujícím postupem: označíme pomocí R počáteční poloměr částic a pomocí l střední mezičásticovou vzdálenost. Pak $\sigma_0 = P/l^2 = P/R^2 [3f/(4\pi)]^{2/3}$, kde f je objemový podíl částic. Sílu přenášenou jedním plastickým můstkem lze vyjádřit pomocí středního axiálního napětí v krčku částice σ_1 a okamžitého poloměru nosného průřezu částice r jako $P = \pi r^2 \sigma_1$. Střední axiální napětí σ_1 lze odhadnout pomocí Bridgmanova řešení:

$$\sigma_1 = \sigma_f (1 + 2R/(\kappa r)) \ln(1 + \kappa r/(2R)) , \quad (3)$$

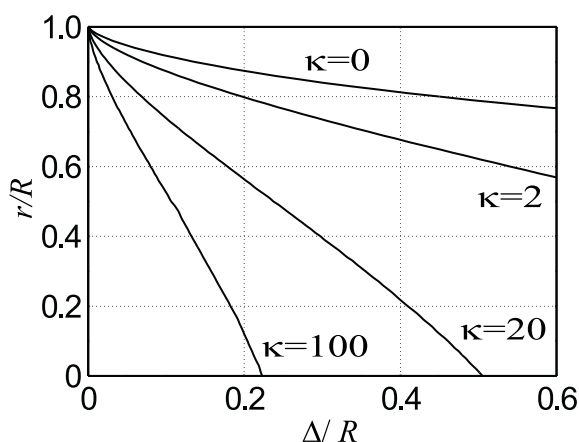
kde σ_f je deformační napětí v podmínkách jednoosé napjatosti, které vyjádříme pomocí Ramberg-Osgoodova vztahu $\sigma_f/\sigma_y = (e/e_y)^n$, kde σ_y je mez kluzu částice, $e_y = \sigma_y/E_p$ (E_p je modul pružnosti v tahu částice) je odpovídající hodnota osová deformace, která je zvolena analogicky jako v práci Tvergaarda [5], $e_y = 0,005$ a n je koeficient zpevnění částice. V tomto článku se omezíme pouze na případ nezpevňujících částic, tj. $n = 0$. Osovou deformaci částice e můžeme vztáhnout k počátečnímu poloměru částice a k okamžité hodnotě poloměru krčku vztahem

$$e = 2 \ln(R/r) . \quad (4)$$

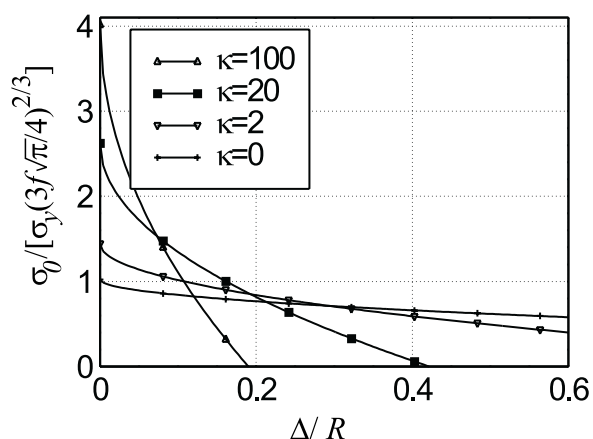
Výsledné efektivní normálové napětí σ_0 lze odhadnout jako

$$\sigma_0 = 2^n \sigma_y e_y^{-n} \left(\frac{3f\sqrt{\pi}}{4} \right)^{2/3} \left[\ln \left(\frac{R}{r} \right) \right]^n \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left(1 + \frac{2R}{\kappa r} \right) \ln \left(1 + \frac{\kappa r}{2R} \right) . \quad (5)$$

Do tohoto vztahu dosadíme numerickou závislost $r/R = f(\Delta/R; \kappa)$, která vyplývá z rovnic (1) a (2) a je znázorněná na obr. 3. Průběh normovaného efektivního normálové napětí $\sigma_0 / [\sigma_y (3f\sqrt{\pi}/4)^{2/3}]$ podél přemostěné zóny v závislosti na Δ/R je vyneseno v obr. 4 pro několik hodnot křivosti zvoleného parabolického profilu κ a $n = 0$. Tyto křivky byly aproximovány



Obrázek 3: Závislost normovaného poloměru nosného průřezu částice r/R na Δ/R pro několik hodnot křivosti κ .



Obrázek 4: Závislost normovaného efektivního normálového napětí na Δ/R pro několik hodnot křivosti κ .

metodou nejmenších čtverců lineární funkcí vzhledem k $\sqrt{\Delta/R}$, tj.

$$\sigma_0 / \left[\sigma_y (3f\sqrt{\pi}/4)^{2/3} \right] \doteq -a\sqrt{\Delta/R} + b, \quad (a > 0, b > 0). \quad (6)$$

Jednotlivé aproximace nejsou na obr. 4 vyneseny, protože jsou jen stěží rozeznatelné od numericky získaných křivek. Odmocninová závislost normovaného efektivního normálového napětí na otevření trhliny dovoluje použít *metodu asymptotického rozvoje podle malého parametru* pro řešení výsledné singulární integrální rovnice.

Analytická formulace je založena na technice rozložení hranových dislokací a *metodě hraniční vrstvy*, která umožňuje matematicky zachytit vnější zatížení, viz výše. Přemostěná zóna trhliny je modelována pomocí spojitého rozložení hranových dislokací a volné povrchy trhliny jsou modelovány pomocí zrcadlových potenciálů. Podmínka rovnováhy podél přemostěné zóny vede k singulární integrální rovnici pro neznámou hustotu Burgersova vektoru $b_y(x) = -d\Delta(x')/dx'$. Po transformaci souřadnic bodů přemostěné zóny $\rho = 2\sqrt{x/l_p} - 1$, integraci per partes a dalších algebraických úpravách dostáváme silně singulární integrální rovnici pro neznámou normovanou velikost otevření $\Delta(\rho')/R$ ve tvaru

$$\begin{aligned} \oint_{-1}^1 \frac{\Delta(\rho')}{R} \frac{d\rho'}{(\rho' - \rho)^2} + \int_{-1}^1 \frac{\Delta(\rho')}{R} \frac{d\rho'}{(\rho + 2 + \rho')^2} = \\ = -\frac{2(1 - \nu^2)}{ER} \left[\sqrt{2\pi} \sqrt{l_p} k_I^N - \pi(\rho + 1) l_p \sigma_0 \left(\frac{\Delta(\rho)}{R} \right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

kde symbol $\oint$ označuje „konečnou část“ silně singulárního integrálu v Hadamardově smyslu, E je modul pružnosti v tahu kompozitu a ν je Poissonovo číslo kompozitu.

2 Numerické řešení

Dosaďme aproximaci normovaného efektivního normálového napětí ze vztahu (6) do rovnice (7) a formálně tuto rovnici přepíšeme na tvar

$$L_{-1}^1 [\Delta(\rho)/R] + \varepsilon \Lambda(\rho) \sqrt{\Delta(\rho)/R} = \Lambda'(\rho), \quad (8)$$

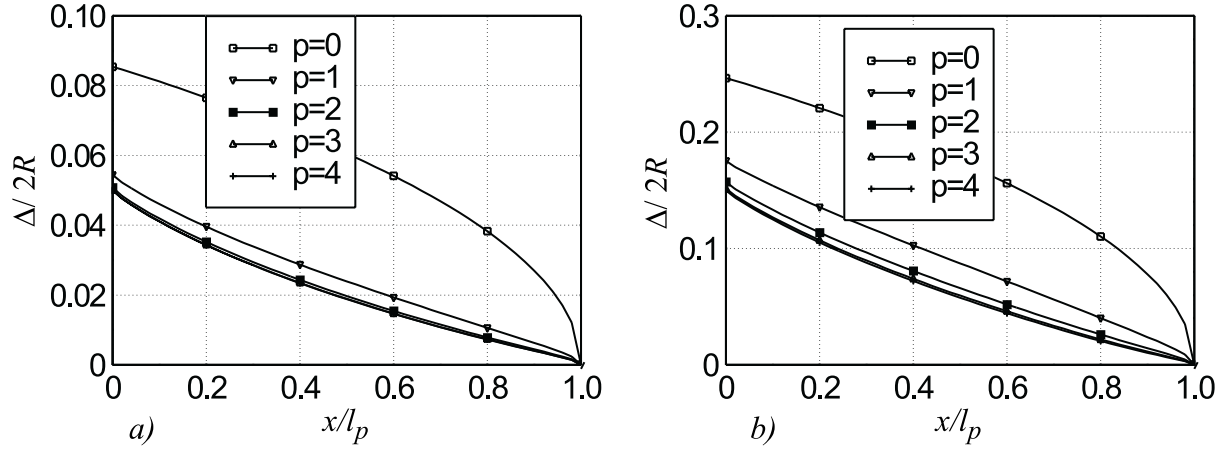
kde L_{-1}^1 je integrální operátor definovaný rovnicí (7), $\Lambda(\rho)$ a $\Lambda'(\rho)$ jsou lineární funkce, přičemž $\Lambda(\rho) = a(\rho + 1)$, $\Lambda'(\rho) = \varepsilon b(\rho + 1) - \varepsilon'$, kde

$$\varepsilon = \frac{2\pi(1 - \nu^2)}{E} \sigma_y \left(\frac{3f\sqrt{\pi}}{4} \right)^{2/3} \frac{l_p}{R}, \quad \varepsilon' = \frac{2(1 - \nu^2)}{E} \sqrt{2\pi} \frac{l_p}{R} K_I^N. \quad (9)$$

Pro $\varepsilon < 1$, což vyhovuje širokému intervalu materiálových vlastností, hledáme řešení nelineární singulární rovnice (8) ve tvaru asymptotického rozvoje podle parametru ε

$$\Delta(\rho)/R \cong \sum_{p=0}^N \varepsilon^p \phi_p(\rho)/R, \quad \phi_p(\rho) = 0 \text{ pro } \rho = 1. \quad (10)$$

Dosažením (10) do (8) a po určitých úpravách algebraických výrazů obdržíme systém rekurentních lineárních integrálních rovnic pro koeficienty u odpovídajících mocnin parametru ε . Řešení pro jednotlivé funkce se uvažuje ve tvaru $\phi_p(\rho) = \sqrt{1 - \rho} F_p(\rho)$, kde $F_p(\rho) \cong \sum_{j=0}^s a_{pj} \rho^j$, viz Urbíš a Kotoul [4]. Vliv počtu členů asymptotického rozvoje výrazu $\Delta(\rho)/R$ je znázorněn na obr. 6 pro $k = 0,5$, $f = 0,25$, $\kappa = 2$ a dvě hodnoty normovaného kritického otevření trhliny Δ_C/R . Nepředpokládáme, že by se poměr meze kluzu částice a modulu pružnosti v tahu kompozitu σ_y/E a Poissonovo číslo ν významně měnily pro různé kompozitní systémy a proto nebyl jejich efekt detailně studován. V práci se uvažují typické hodnoty $\sigma_y/E = 0,001$ a $\nu = 0,2$.



Obrázek 6: Změna poloviny normalizovaného otevření trhliny podél přemostěné zóny s ohledem na různý počet členů asymptotického rozvoje v rovnici (10) pro a) $\Delta_C/R = 0, 1$, b) $\Delta_C/R = 0, 3$.

Vztah pro lokální součinitel intenzity napětí K_I^{loc} vyjádříme pomocí standardních vztahů:

$$K_I^{lok} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \lim_{\rho \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{\pi}\Delta(\rho)}{\sqrt{2l_p(1-\rho)(\rho+3)}} = \frac{K_{IC}}{8(1-\nu^2)} \frac{E}{\sigma_y} \frac{1}{k} \lim_{\rho \rightarrow 1^-} \frac{\pi\Delta(\rho)/R}{\sqrt{(1-\rho)(\rho+3)l_p/R}}, \quad (11)$$

kde K_{IC} je lomová houževnatost matrice a $k = \frac{K_{IC}}{2\sigma_y} \sqrt{\frac{\pi}{2R}}$ je další kompozitní parametr, který je kombinací lomové houževnatosti matrice, meze kluzu částice a počáteční poloměru částic. O růstu trhliny v matrici rozhoduje hodnota lokálního součinitele intenzity napětí K_I^{loc} , která musí dosáhnout lomové houževnatosti matrice K_{IC} . Délka přemostěné zóny l_p je závislá na velikosti kritického otevření trhliny Δ_C . Kritéria stability trhliny pak jsou

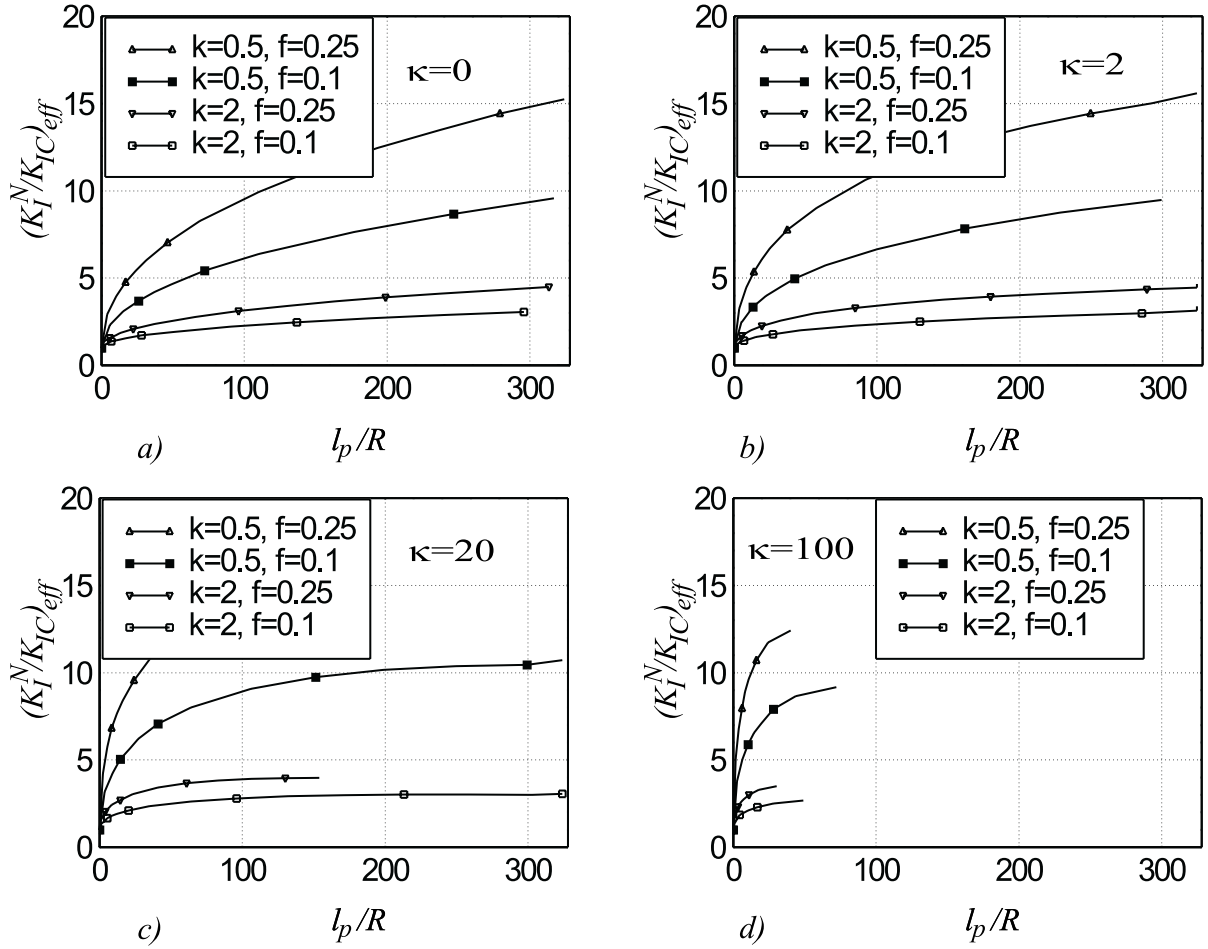
$$K_I^{loc} = K_{IC}, \quad \Delta = \Delta_C. \quad (12)$$

3 Numerické výsledky a diskuse

Rovnice (12) byly řešeny vzhledem k neznámým K_I^N/K_{IC} a l_p/R pro různé kombinace kompozitních parametrů κ , k , Δ_C/R , f , σ_y/E a ν . Řešení pro K_I^N/K_{IC} označíme symbolem $(K_I^N/K_{IC})_{eff}$. Tato veličina, kterou nazýváme efektivní lomovou houževnatostí kompozitu, popisuje účinek distribuce částic na zlepšení lomové houževnatosti kompozitu. Na základě rovnic (12) lze nyní studovat vliv různých parametrů modelu na $(K_I^N/K_{IC})_{eff}$.

Abychom mohli srovnat naše numerické výsledky s jinými výsledky publikovanými v literatuře, použijeme následující strategii; pro danou hodnotu křivosti κ vypočteme neznámé K_I^N/K_{IC} a l_p/R jako funkce normovaného kritického otevření trhliny Δ_C/R na intervalu $0 < \Delta_C/R < \Delta_{max}/R$, kde Δ_{max}/R je průsečík normovaného efektivního normálového napětí s vodorovnou osou, viz obr. 4. Tyto výpočty jsou provedeny pro několik hodnot objemového podílu částic f a kompozitního parametru k . Tedy pro každou hodnotu Δ_C/R (f a k jsou konstantní) dostáváme dvojici hodnot $(K_I^N/K_{IC})_{eff}$ a l_p/R , které dovolují vynést závislost $(K_I^N/K_{IC})_{eff}$ na l_p/R pro různé hodnoty Δ_C/R , viz obr. 7. Všimněme si, že pro konstantní hodnotu f dostáváme vyšší lomovou houževnatost kompozitu pro nižší hodnoty parametru k , tj. pro větší částice v daném kompozitním systému. Stejný trend byl zjištěn Rubinsteinem a Wangem [1].

Až doposud se kritické otevření Δ_C/R uvažovalo jako nezávislé na trojososti napětí, která je funkcí křivosti κ . Provedeme nyní srovnání efektivní lomové houževnatosti $(K_I^N/K_{IC})_{eff}$ pro různé hodnoty křivosti κ a odpovídajícího stavu trojososti napětí pomocí mikrolomového kritéria



Obrázek 7: Závislost efektivní lomové houževnatosti kompozitu $(K_I^N/K_{IC})_{eff}$ na normalizované délce přemostěné zóny l_p/R pro různé hodnoty parametrů f , k a κ .

pro přetržení tvárných částic. Předpokládáme, že k přetržení krčku tvárné částice dochází spojením mikroductin vzniklých na nehomogenitách materiálu částice. Vyjdeme z kritéria založeného na Rice-Traceyho rovnici [7] pro růst sférických dutin. Integrací této rovnice za předpokladu, že stav napětí není ovlivněn rostoucí dutinou, obdržíme pro ekvivalentní lomovou deformaci $\bar{e}_{fr}$ vztah

$$\bar{e}_{fr} = \frac{\ln[(\bar{d}_p)/(2\bar{r})]}{0.28 \exp[(3\sigma_m)/(2\sigma_{eq})]}, \quad (13)$$

kde σ_m je hydrostatické napětí, σ_{eq} je von Misesovo ekvivalentní napětí, $\bar{d}_p$ je střední vzdálenost nehomogenit a $\bar{r}$ je střední počáteční poloměr nehomogenit. Pro jednoosý stav napětí v částici odpovídající křivosti $\kappa = 0$ je $\sigma_m/\sigma_{eq} = 1/3$. Protože chceme pouze provést srovnání lomové deformace částic s různou křivostí parabolického krčku, tj. s různou hodnotou součinitele trojososti napětí σ_m/σ_{eq} , nepotřebujeme znát absolutní hodnotu ekvivalentní lomové deformace a tedy ani podíl mikrostrukturních parametrů $\bar{d}_p/\bar{r}$. Budeme postupovat takto: ekvivalentní lomovou deformaci $\bar{e}_{fr}$ můžeme vyjádřit v závislosti na počátečním poloměru částice a hodnotě poloměru krčku v okamžiku lomu pomocí rovnice (4). V případě křivosti $\kappa = 0$ rovnice (13) vypadá následovně

$$2 \ln \left[\left(\frac{R}{r} \right)_{\kappa=0} \right]_{fr} = \frac{\ln[(\bar{d}_p)/(2\bar{r})]}{0.28 \exp(1/2)}. \quad (14)$$

Rovnice (1) a (2) poskytují závislost $r/R = f(\Delta/R)$, viz obr. 3, která dovoluje (14) přepsat na

tvar

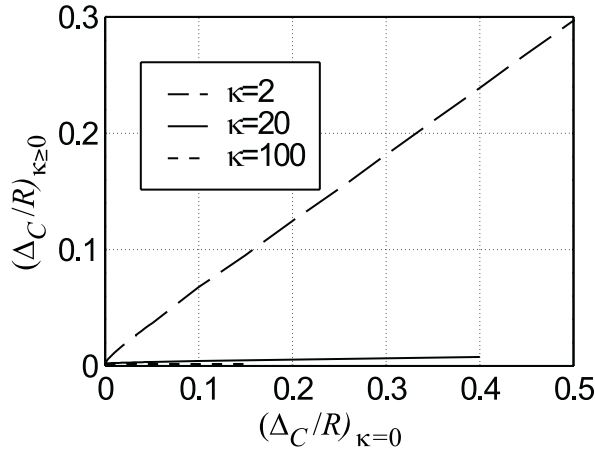
$$2 \ln \left(\frac{1}{f(\Delta_C/R)_{\kappa=0}} \right) = \frac{\ln[(\bar{d}_p)/(2\bar{r})]}{0.28 \exp(1/2)}. \quad (15)$$

Rovnice (15) udává hodnotu normovaného kritického otevření trhliny Δ_C/R pro $\kappa = 0$. Uvažujme nyní případ $\kappa \neq 0$. Po dosazení vztahů (3) a $\sigma_m/\sigma_{eq} = \sigma_1/\sigma_f - 2/3$ do rovnice (13) dostáváme

$$2 \ln \left[\left(\frac{R}{r} \right)_{\kappa \neq 0} \right]_{f_r} = \frac{\ln[(\bar{d}_p)/(2\bar{r})]}{0.28 \exp \left[\frac{3}{2} \left(1 + \frac{2R}{\kappa r} \right) \ln \left(1 + \frac{\kappa r}{2R} \right) - 1 \right]}, \quad (16)$$

který lze pomocí vztahu (15) upravit na tvar

$$\ln \left[\left(\frac{R}{r} \right)_{\kappa \neq 0} \right]_{f_r} = \ln \left(\frac{1}{f(\Delta_C/R)_{\kappa=0}} \right) \frac{\exp(1/2)}{\exp \left[\frac{3}{2} \left(1 + \frac{2R}{\kappa r} \right) \ln \left(1 + \frac{\kappa r}{2R} \right) - 1 \right]}. \quad (17)$$

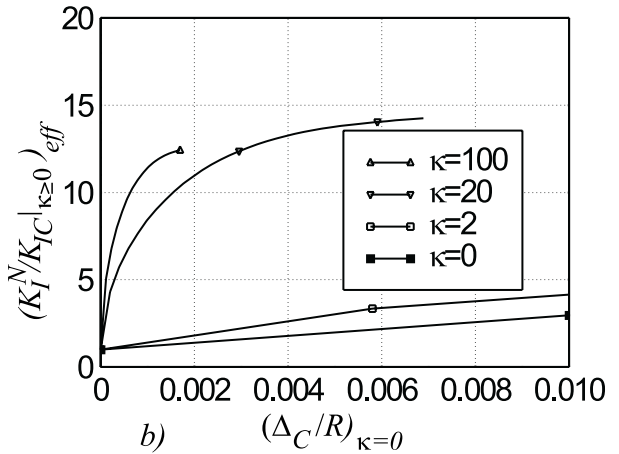
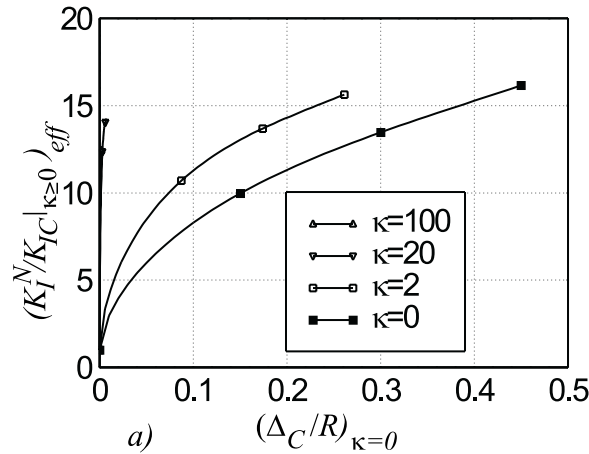


Obrázek 8: Závislost normovaného kritického otevření trhliny pro $(\Delta_C/R)_{\kappa \geq 0}$ na $(\Delta_C/R)_{\kappa=0}$ pro několik hodnot křivosti κ .

vztahům mezi $(K_I^N/K_{IC}|_{\kappa \geq 0})_{eff}$ a $(\Delta_C/R)_{\kappa=0}$ znázorněným na obr. 9. Nezávisle proměnná $(\Delta_C/R)_{\kappa=0}$ charakterizuje tvárnost mostících částic při jednoosém stavu napjatosti. Obr. 9

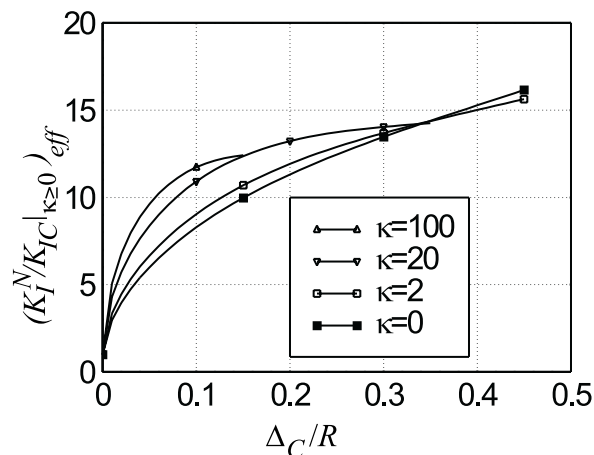
Všimněme si, že pro dané $(\Delta_C/R)_{\kappa=0}$ a κ můžeme z rovnice (17) vypočítat hodnotu $(r/R)_{f_r}$ a z relace $r/R = f(\Delta/R)$, viz obr. 3, určit velikost kritického otevření trhliny $(\Delta_C/R)_{\kappa \geq 0}$. Výsledky těchto výpočtů jsou znázorněny na obr. 8, který ilustruje vztah mezi $(\Delta_C/R)_{\kappa \geq 0}$ a $(\Delta_C/R)_{\kappa=0}$ pro několik hodnot křivosti κ . Z obr. 8 vyplývá, že kritické otevření trhliny $(\Delta_C/R)_{\kappa \geq 0}$ je pro větší hodnoty křivosti κ značně menší než $(\Delta_C/R)_{\kappa=0}$ díky vlivu trojososti napětí v krčku přemostující částice.

Nyní můžeme srovnávat hodnoty efektivní lomové houževnatosti kompozitu pro různé hodnoty křivosti κ a s ohledem na vliv trojososti napětí na velikost kritického otevření trhliny. Výsledky z obr. 8 společně s předchozími výpočty $(K_I^N/K_{IC})_{eff}$ z rovnic (12) vedou ke



Obrázek 9: Závislost $(K_I^N/K_{IC}|_{\kappa \geq 0})_{eff}$ na $(\Delta_C/R)_{\kappa=0}$ popisující stav trojososti napětí v krčku přemostující částice na kritickém otevření trhliny pro $k = 0, 5$, $f = 0, 25$.

dokumentuje dva protichůdné vlivy pevnosti rozhraní částice/matrice. Menší pevnost rozhraní, tj. nižší hodnota křivosti κ , dovoluje vyšší hodnoty kritického otevření trhliny a tedy vede k vyšší lomové houževnatosti kompozitu. Současně však nižší stav trojososti napětí v tomto případě odpovídá nižší hodnotě efektivního normálového napětí σ_0 , viz obr. 4, a tudíž nižší lomové houževnatosti kompozitu a naopak.



Obrázek 10: Závislost $(K_I^N / K_{IC}|_{\kappa \geq 0})_{eff}$ na Δ_C / R přičemž není uvažován stav trojososti napětí v krčku přemostující částice na kritickém otevření trhliny.

Pro srovnání obr. 10 ukazuje výpočty lomové houževnatosti $(K_I^N / K_{IC}|_{\kappa \geq 0})_{eff}$ v závislosti na $(\Delta_C / R)_{\kappa=0}$ pro případ, že není uvažován vliv trojososti napětí v krčku přemostující částice na kritické otevření trhliny a Δ_C / R se mění v celém rozsahu $(0, \Delta_{max} / R >)$, viz obr. 4.

Z předešlých výsledků vyplývá, že pro dosažení optimální lomové houževnatosti kompozitu je nutná jistá optimální pevnost rozhraní částice/matrice v závislosti na tvárnosti nestísňených částic charakterizované parametrem $(\Delta_C / R)_{\kappa=0}$. Přitom obr. 9 jednoznačně dokládá, že optimální pevnost rozhraní neodpovídá případu $\kappa = 0$, jak uvádí některé dřívější práce, viz např. Rubinstein a Wang [1].

Poděkování: Tato práce vznikla díky podpoře prostřednictvím grantu GAČR č.101/99/0829.

References

- [1] Rubinstein, A.A. and Wang, P. The Fracture Toughness of a Particulate-reinforced Brittle Matrix. *J. Mech. Phys. Solids*, **7**, 1139–1154, (1998).
- [2] Urbiš, R. and Kotoul, M. Model šíření trhliny v částicových kompozitech s křehkou maticí. In *Engineering Mechanics*, ed. J. Náprstek and J. Minster, pages IV 37–42, Svratka, (2000).
- [3] Urbiš, R., Kotoul, M. and Vrbka, J. Mikromechanická analýza účinku inkluzí na lomovou houževnatost v částicově zpevněných kompozitech. In *Computational Mechanics*, ed. J. Křen, 401–408, Nečtiny, (2000).
- [4] Urbiš, R., Kotoul, M. and Vrbka, J., Vliv mechanických parametrů částicových kompozitů na stabilitu trhliny, *Inženýrská mechanika*, (2001), in press.
- [5] Tvergaard, V. Effect of Ductile Particle Debonding During Crack Bridging in Ceramics. *Int. J. Mech. Sci.* **34**, 635–649, (1992).
- [6] Tvergaard, V. On the Micromechanics and Fracture of Ceramics. *Fracture of Brittle Disordered Materials: Concrete, Rock and Ceramics*, ed. G. Baker and B. L. Karihaloo, 361–375, London, E&FN Spon, (1995).
- [7] Rice, J.R. and Tracey, D.M. On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields. *J. Mech. Phys. Solids* **17**, 201–217, (1969).