

INCORRECT CONTACT OF SCREW SURFACES CONSTITUTING A PLANE HIGHER KINEMATIC PAIR

Jaromír Švígler*, Jan Vimmr†

Summary: *The paper deals with the preliminary analysis of the correct and incorrect contact of the two-dimensional manifolds represented by screw surfaces which form a plane higher kinematic pair and which were created in the direct envelope way according to the Distelli theorem. Screw surfaces of different profiles represent the most spread application of the Distelli theorem. The incorrect contact of surfaces is caused, in this paper, by a large parallel displacement of the axis of one of the surfaces. The aim of this paper is to develop an appropriate method of finding the incorrect contact of two screw surfaces which could be applied to the problem of general axis displacement.*

Key words: *Correct and incorrect contact of the two-dimensional manifolds, screw surfaces, higher kinematic pair, contact characteristics, Distelli theorem*

1 Úvod

Vyšší kinematická dvojice, která je tvořena dotykem ploch dvou těles tříčlenného mechanismu, kde dotyk ploch může být křivkový nebo bodový, je prostorová nebo rovinná. O rovinné kinematické dvojici hovoříme, viz [1], konají-li členy vázané touto dvojicí rovinné pohyby ve vzájemně rovnoběžných rovinách. Vyšší kinematická dvojice je základním a rozhodujícím prvkem ozubených převodů. Na geometrické přesnosti a na kinematickém dotyku obou ploch, které dvojici tvoří, záleží chod nejen samotných spoluzabírajících členů, ale většinou celého konstrukčního dílu, který ozubený převod obsahuje. Každá ze spoluzabírajících ploch představuje dvourozměrnou varietu. Spoluzabírající plochy vzniknou podle Distelliho výtvarného teoremu, viz [2], při nepřímém způsobu jako obalové plochy jiných nástrojových ploch, případně při přímém způsobu vznikne jedna z ploch jako obalová plocha plochy spoluzabírající, která je tedy shodná s plochou nástrojovou.

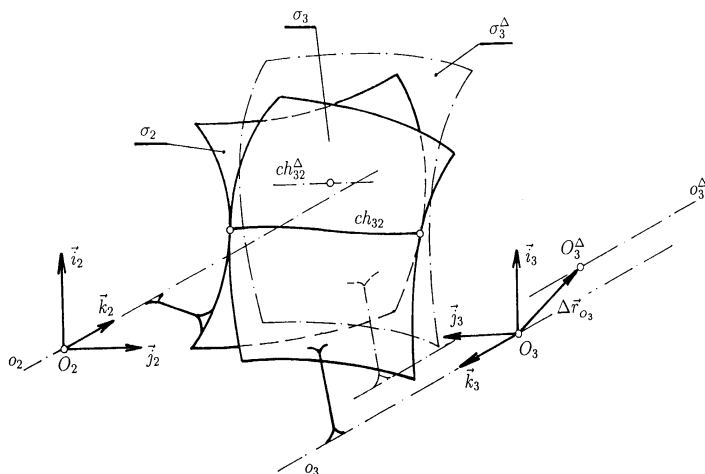
Při provozu ozubených kol, která tvoří nejběžnější a nejrozšířenější aplikaci Distelliho teoremu, dochází k silovým, teplotním, kinematicko-geometrickým a dalším deformacím, které způsobují posunutí, případně deformaci spoluzabírajících ploch. To má za následek, že dotyk variet probíhá v uvažovaném časovém okamžiku na jiném místě, než je teoreticky požadováno. Změna polohy dotyku, nebo spíše záběru, obou variet může být lokální nebo globální. Lokální změna, nebo-li změna v malém, je v okolí teoreticky přesného dotyku. Globální změna probíhá v oblasti, která leží mimo okolí teoreticky přesného dotyku variet. K dotyku dochází na jistém časovém intervalu, a proto má fázový charakter. Tato situace tvořící nekorektní dotyk dvourozměrných variet je zdrojem nežádoucích silových, kinematických, dynamických a hlukových účinků.

*Doc. Ing. Jaromír Švígler, CSc., Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 22, 306 14 Plzeň; tel. +420 19 7491123, e-mail: svigler@kme.zcu.cz

†Ing. Jan Vimmr, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 22, 306 14 Plzeň; tel. +420 19 7491115, e-mail: jvimmr@kme.zcu.cz

Předkládaný příspěvek je zaměřen na úvodní studii nekorektního dotyku dvourozměrných variet reprezentovaných šroubovými plochami, které tvoří vyšší kinematickou dvojici v rovině a které vznikly přímým způsobem. Šroubové plochy různých profilů tvoří nejrozšířenější technickou aplikaci Distelliho teorému. Nekorektní dotyk variet je v tomto příspěvku vyvolán velkým, globálním, paralelním posunutím jedné z ploch. Cílem příspěvku je vypracovat vhodnou metodiku stanovení dotyku variet, kterou by bylo možné aplikovat na případ obecného posunutí jedné z os, případně s uvažováním deformace posouvající se osy. Zobecnění uvedené situace na obě osy povede k matematickému modelu, který může výstižně zachytit reálnou situaci.

Obtížnost úlohy spočívá v tom, že jedna z variet určená vztahem $\sigma_3: f_3(u_3, v_3) = 0$ je funkcí svých vnitřních souřadnic a druhá varieta, která je její obálkou, je určena vztahy $\sigma_2: f_2[u_2(u_3, v_3), v_2(u_3, v_3), \varphi_i] = 0 \wedge \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_{32} = 0$. Poslední vztah je podmínkou dotyku ch_{32} obou variet, viz obr. 1, v korektní neposunuté poloze, ze kterého stanovíme parametr φ_i pro $i = 2, 3$. Při posunutí σ_3 do polohy σ_3^Δ se variety σ_2 a σ_3^Δ dotknou v zatím neznámém bodě. Situace je tedy taková, že hledáme jednorozměrnou varietu tvořící dotykovou křivku ch_{32}^Δ , která může degenerovat do dotykového bodu dvourozměrných variet σ_2 a σ_3^Δ , přičemž varieta σ_2 není v tomto bodě definována a σ_3^Δ se nachází v nekorektní pozici, viz obr. 1. Současně je na přesnost stanovení dotykové variety ch_{32}^Δ kladen vysoký nárok. Jedná se tedy o zcela jinou situaci, než která je řešena např. v [3].



Obr. 1: Spoluzabírající dvourozměrné variety tvořící vyšší kinematickou dvojici

2 Korektní dotyk šroubových ploch

Uvažujme, že máme v třírozměrném kartézském souřadném systému definovanou dvourozměrnou varietu představující šroubovou plochu σ_3 , jejímž profilem p_3 v čelním řezu je tvořící kružnice $k_3(S, r_k)$, kde r_k je její poloměr. Pro obecný bod L kružnice k_3 v pomocném prostoru $R_{3\gamma}$ platí podle obr. 2

$${}_{R_{3\gamma}}\mathbf{r}_L = {}_{R_{3\gamma}}\mathbf{r}_S + {}_{R_{3\gamma}}\mathbf{r}_k. \quad (1)$$

Protože celé další řešení budeme provádět v homogenních souřadnicích, je rovnice kružnice k_3 v prostoru $R_{3\gamma}$ vyjádřena podle (1) v rozšířeném maticovém zápisu vztahem

$${}_{R_{3\gamma}}\mathbf{r}_L = \begin{bmatrix} {}_{R_{3\gamma}}x_L \\ {}_{R_{3\gamma}}y_L \\ {}_{R_{3\gamma}}z_L \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_S \sin \varphi - r_k \sin \chi \\ -r_S \cos \varphi + r_k \cos \chi \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Šroubová plocha σ_3 vznikne šroubovým pohybem kružnice k_3 kolem osy o_3 . Podle obr. 2 tedy provedeme transformaci $\mathbf{t}: R_{3\gamma} \rightarrow R_3$ a dostaneme vyjádření šroubové plochy σ_3 v prostoru R_3

$${}_{R_3}^{\sigma_3}\mathbf{r}_L = \mathbf{T}_{R_3' R_3}(-p_{3L}) \mathbf{T}_{R_{3\gamma} R_3'}(\psi_{3L}) \cdot {}_{R_{3\gamma}}\mathbf{r}_L = \mathbf{T}_{R_{3\gamma} R_3} \cdot {}_{R_{3\gamma}}\mathbf{r}_L, \quad (3)$$

kde $\mathbf{T}_{R_i R_j}$ je transformační matice z prostoru R_i do prostoru R_j . Početní operace jsou prováděny v základním prostoru R , který je, stejně jako další pomocné prostory potřebné k řešení,

znázorněn na obr. 2. Rovnici šroubové plochy σ_3 v základním prostoru R získáme transformací $\mathbf{t} : R_3 \longrightarrow R$

$${}^{\sigma_3}_R \mathbf{r}_L = \mathbf{T}_{R_\pi R}(\pi) \mathbf{T}_{R_{30} R_\pi}(-a_w) \mathbf{T}_{R_3 R_{30}}(\varphi_3) \cdot {}^{\sigma_3}_{R_3} \mathbf{r}_L = \mathbf{T}_{R_3 R} \cdot {}^{\sigma_3}_{R_3} \mathbf{r}_L. \quad (4)$$

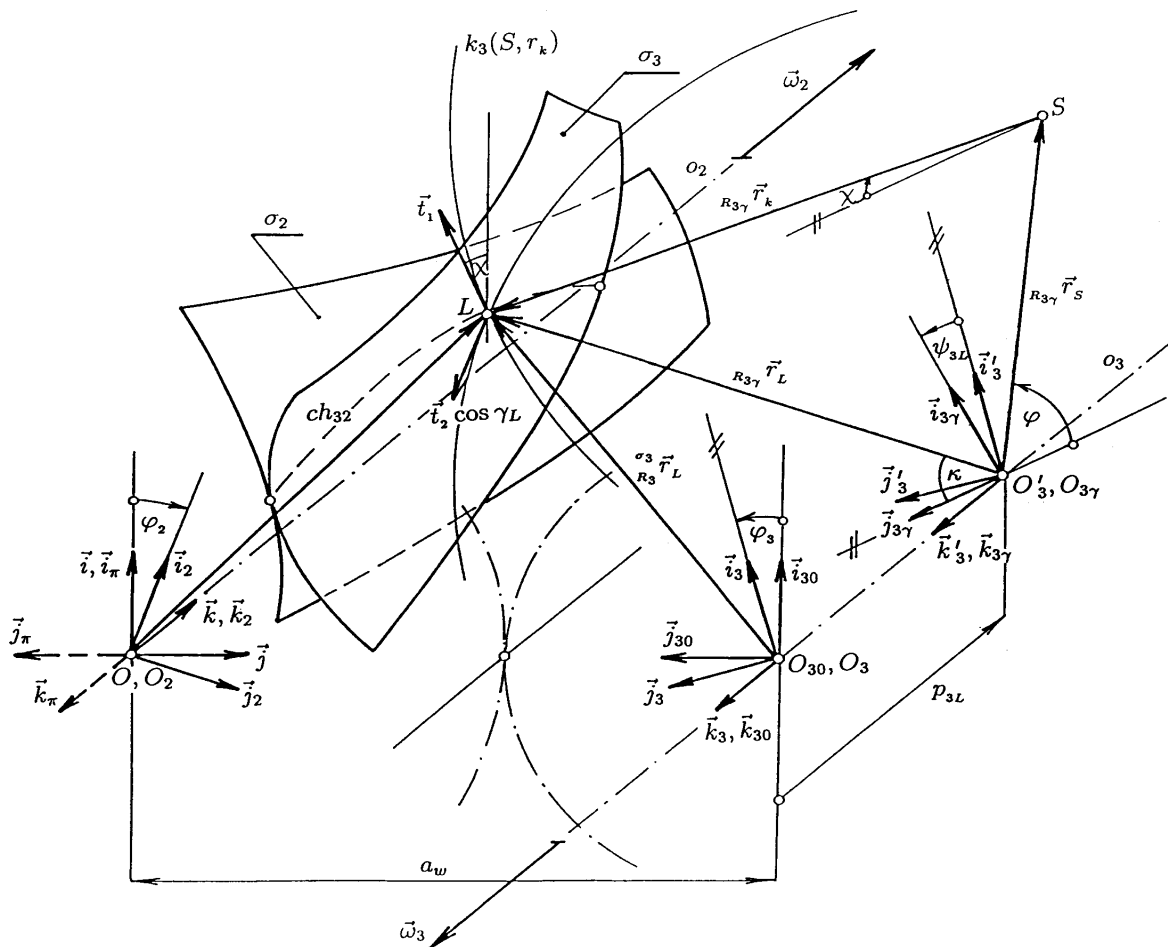
Dosazením transformačního vztahu (3) do vztahu (4) dostaneme výslednou transformační matici $T_{R_{3\gamma}R}$ z prostoru $R_{3\gamma}$ do prostoru R ve tvaru

$$\mathbf{T}_{R_{3\gamma}R} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_3 + \psi_{3L}) & -\sin(\varphi_3 + \psi_{3L}) & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_3 + \psi_{3L}) & -\cos(\varphi_3 + \psi_{3L}) & 0 & a_w \\ 0 & 0 & -1 & p_{3L} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Potom plocha σ_3 má v základním prostoru R parametrické vyjádření

$$\begin{aligned} \sigma_3 \mathbf{r}_L = \mathbf{T}_{R_{3\gamma R} \cdot R_{3\gamma}} \mathbf{r}_L = & \begin{bmatrix} r_S \sin(\varphi + \varphi_3 + \psi_{3L}) - r_k \sin(\chi + \varphi_3 + \psi_{3L}) \\ r_S \cos(\varphi + \varphi_3 + \psi_{3L}) - r_k \cos(\chi + \varphi_3 + \psi_{3L}) + a_w \\ p_{3L} \\ 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

které představuje dvourozměrnou varietu $\sigma_3: f_3(\psi_{3L}, \chi) = 0$.



Obr. 2: Vytváření spoluzabírajících šroubových ploch σ_2 a σ_3

Šroubová plocha σ_2 vznikne podle Distelliho výtvarného teorému přímým způsobem jako obálka plochy σ_3 a je v základním prostoru R určena vztahy

$${}^{\sigma_2}_R \mathbf{r}_L = \mathbf{T}_{R_2R}(\varphi_{2k0}) \mathbf{T}_{RR_2}(\varphi_2) \cdot {}^{\sigma_3}_R \mathbf{r}_L, \quad (7)$$

$${}^{\sigma_3}_R \mathbf{n}_L \cdot {}_R \mathbf{v}_{L32} = 0, \quad (8)$$

kteřé dohromady představují dvourozměrnou varietu $\sigma_2: f_3(\psi_{3L}, \chi, \varphi_i) = 0$ pro zobecněný parametr $\varphi_i \in \{\varphi_3, \varphi_2\}$. Mezi úhly φ_2 a φ_3 platí kinematická vazba $\varphi_2 = \frac{\varphi_3}{i_{32}}$, kde $i_{32} = \frac{\omega_3}{\omega_2}$ je převodový poměr. Zobecněný parametr φ_i určuje natočení ploch a je dán rovnicí (8). Dosazením vztahu (6) do rovnice (7) dostaneme parametrické vyjádření plochy σ_2 v základním prostoru R za současného splnění podmínky dotyku (8)

$${}^{\sigma_2}_R \mathbf{r}_L = \begin{bmatrix} r_s \sin(\varphi + \varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{3L} - \varphi_{2k0}) - r_k \sin(\chi + \varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{3L} - \varphi_{2k0}) + a_w \sin(\varphi_2 - \varphi_{2k0}) \\ r_s \cos(\varphi + \varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{3L} - \varphi_{2k0}) - r_k \cos(\chi + \varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{3L} - \varphi_{2k0}) + a_w \cos(\varphi_2 - \varphi_{2k0}) \\ p_{3L} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Jednotkový vektor vnější normály ke šroubové ploše σ_3 je v základním prostoru R určen vztahem

$${}^{\sigma_3}_R \mathbf{n}_L = \mathbf{S}_{R_{3\gamma}R} \cdot {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{n}_L, \quad {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{n}_L = \frac{{}_{R_{3\gamma}} \mathbf{t}_1 \times {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{t}_2}{|{}_{R_{3\gamma}} \mathbf{t}_1 \times {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{t}_2|}, \quad (10)$$

kde $\mathbf{S}_{R_{3\gamma}R}$ je submatice směrových kosínů výsledné transformační matice $\mathbf{T}_{R_{3\gamma}R}$, neboť stačí určit jen směr vektoru vnější normály. Vektor ${}_{R_{3\gamma}} \mathbf{t}_1 = [\cos \chi, \sin \chi, 0]^T$ je tečný vektor ke kružnici k_3 a ${}_{R_{3\gamma}} \mathbf{t}_2 = [-\cos \gamma_L \cos \kappa, \cos \gamma_L \sin \kappa, \sin \gamma_L]^T$ představuje tečný vektor ke šroubovici obecného bodu $L \in \sigma_3$ zapsaný v pomocném prostoru $R_{3\gamma}$, viz obr. 2, kde γ_L je úhel stoupání šroubovice bodu L . Úhel κ je pomocí rovnice (2) určen vztahem

$$\kappa = \arctan \left(\frac{{}_{R_{3\gamma}} x_L}{{}_{R_{3\gamma}} y_L} \right) = \arctan \left(\frac{r_s \sin \varphi - r_k \sin \chi}{-r_s \cos \varphi + r_k \cos \chi} \right). \quad (11)$$

Provedením vztahu (10) dostaneme pro jednotkový vektor vnější normály ke šroubové ploše σ_3 v základním prostoru R vyjádření

$${}^{\sigma_3}_R \mathbf{n}_L = \frac{\begin{bmatrix} \sin \gamma_L \sin(\chi + \varphi_3 + \psi_{3L}) \\ \sin \gamma_L \cos(\chi + \varphi_3 + \psi_{3L}) \\ -\cos \gamma_L \sin(\chi + \kappa) \end{bmatrix}}{\sqrt{\sin^2 \gamma_L + \cos^2 \gamma_L \sin^2(\chi + \kappa)}}. \quad (12)$$

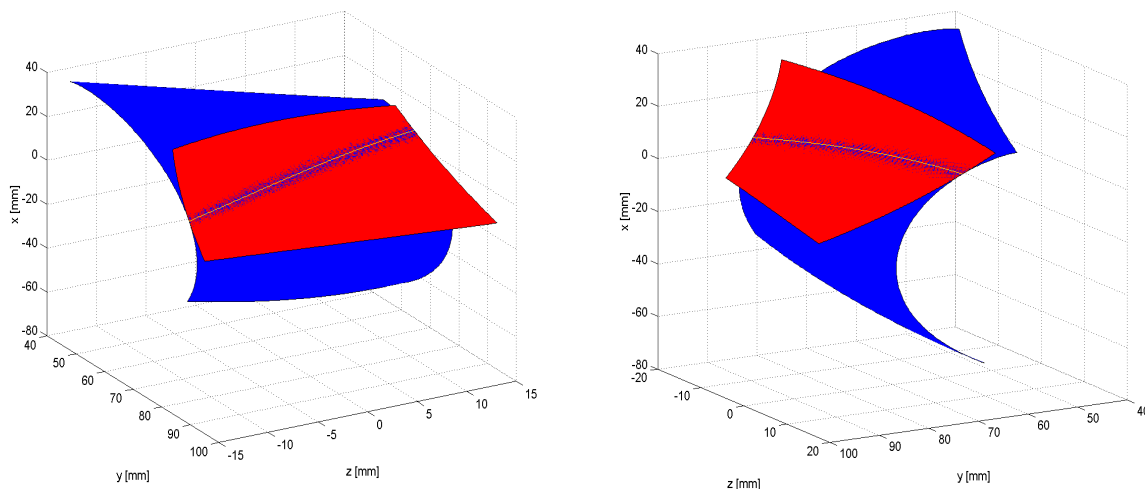
Pro vektor relativní rychlosti ${}_R \mathbf{v}_{L32}$ bodu L v základním prostoru R platí

$${}_R \mathbf{v}_{L32} = {}_R \mathbf{v}_{L31} - {}_R \mathbf{v}_{L21} = \mathbf{S}_{R_{3\gamma}R} \cdot {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{v}_{L31} - {}_R \boldsymbol{\omega}_{21} \times {}_R \mathbf{r}_L, \quad (13)$$

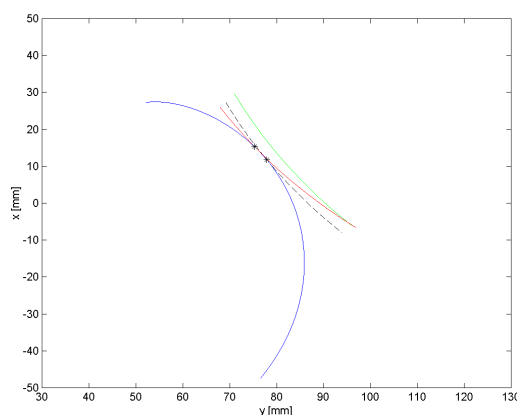
kde ${}_{R_{3\gamma}} \mathbf{v}_{L31} = {}_{R_{3\gamma}} \boldsymbol{\omega}_{31} \times {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{r}_L$ je vektor rychlosti v prostoru $R_{3\gamma}$ a ${}_R \mathbf{r}_L = \mathbf{T}_{R_3R} \mathbf{T}_{R_{3\gamma}R_3} \cdot {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{r}_L$, kde ${}_{R_{3\gamma}} \mathbf{r}_L$ je dán vztahem (2).

Úloha korektního dotyku šroubových ploch σ_2 a σ_3 byla řešena pro následující hodnoty: $a_w = 100$ mm (osová vzdálenost), $\gamma = 45^\circ$ (úhel stoupání šroubovice), $r_k = 125$ mm (poloměr tvořící kružnice k_3), $i_{32} = \frac{3}{2}$ (převodový poměr), $r_s = 115,1086$ mm, $\varphi = 34,38^\circ$ (polární souřadnice středu S tvořící kružnice k_3) a $\varphi_{2k0} = \frac{10^\circ}{i_{32}}$ (úhel fixující polohu plochy σ_2).

Prostorová vizualizace korektního dotyku variet σ_2 a σ_3 je provedena na obr. 3. Grafické znázornění dotyku dvourozměrných variet σ_2 a σ_3 v rovině čelního řezu pro $\psi_{3L} = 0^\circ$ je na obr. 4.



Obr. 3: Vizualizace korektního dotyku šroubových ploch σ_2 (modře) a σ_3 (červeně)



Obr. 4: Čelní řez spoluzabírajícími šroubovými plochami σ_2 , σ_3 a σ_2 , σ_3^Δ pro $\psi_{3L} = 0^\circ$.

Profil p_2 plochy σ_2 (modře) tvoří korektní dotyk s profilem p_3 plochy σ_3 (čárkovaně).

Profil p_3^Δ plochy σ_3^Δ (zeleně) tvoří nekorektní dotyk s profilem p_2 (červeně).

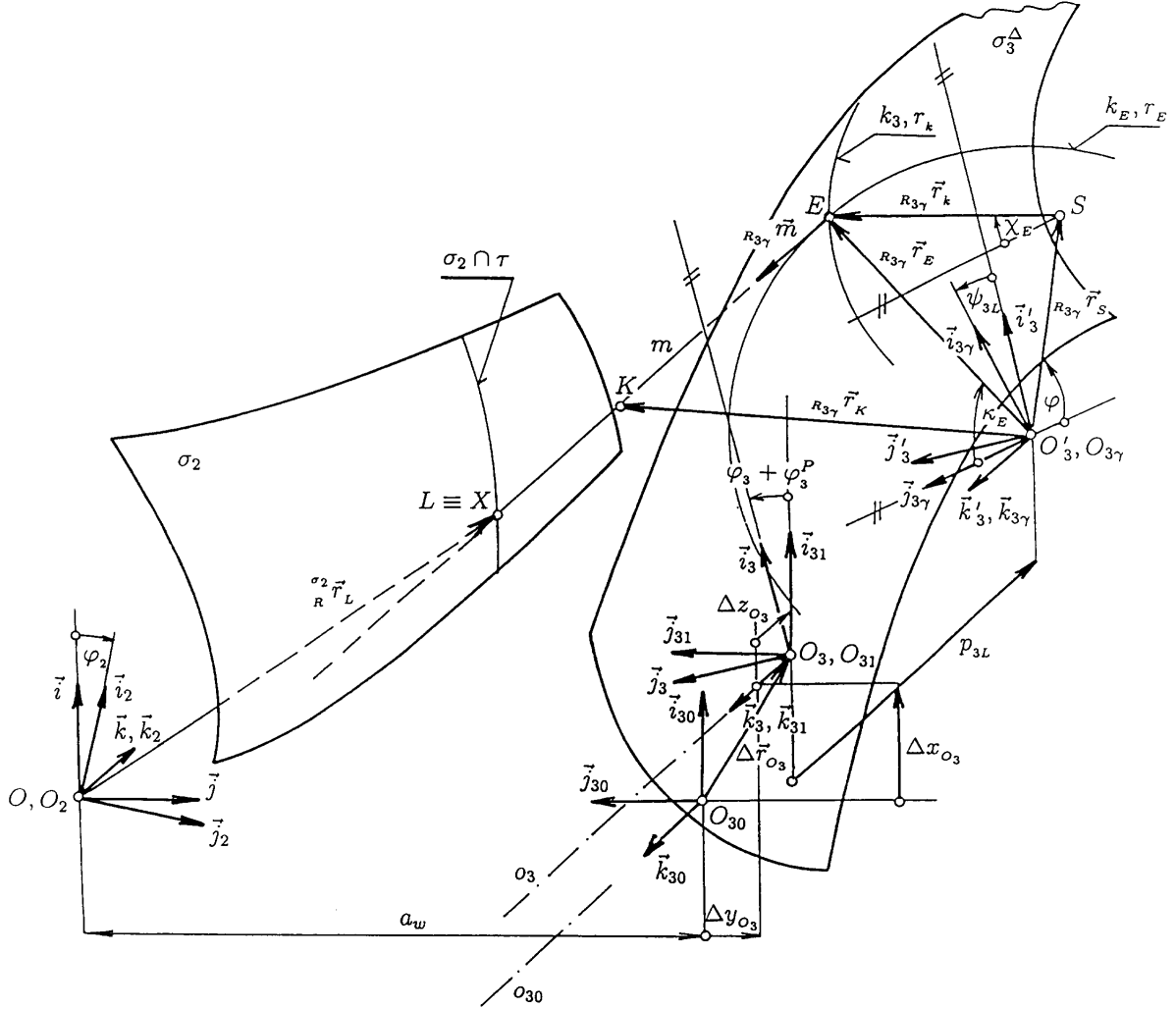
Korektně zabírající dvourozměrné variety tvořené navzájem se obalujícími šroubovými plochami σ_2 a σ_3 s rovnoběžnými osami rotace o_2 a o_3 se dotýkají tak, jak je známo z teorie šroubových ploch, v křivce ch_{32} , která pro $\varphi_i = konst$, $i = 2, 3$ představuje jednorozměrnou varietu, viz obr. 3.

3 Nekorektní dotyk šroubových ploch

Uvažujme paralelní posunutí osy rotace o_3 šroubové plochy σ_3 o $\Delta \mathbf{r}_{o_3}$, viz obr. 1. Plocha σ_3 přejde do plochy σ_3^Δ a úkolem je nalézt pro daný časový okamžik dotyk šroubových ploch σ_2 a σ_3^Δ . Řešení provedeme tak, že budeme určovat páry združených bodů $E \in \sigma_3^\Delta$ a $X \in \sigma_2$, z nichž každý přísluší jedné z ploch σ_3^Δ a σ_2 , viz obr. 5, a jejichž vzdálenost je při myšleném otáčení ploch v jistém časovém okamžiku minimální. Dotyk ploch nastane v okamžiku, kdy alespoň jeden

pár bodů z množiny všech párů združených bodů bude mít nulovou vzdálenost, tedy když bude platit $L \equiv X \equiv E$. Postupovat budeme tak, že plochu σ_2 znehybníme a plochou σ_3^Δ budeme pootáčet tak dlouho, až pro bod $E \in \sigma_3^\Delta$ nalezneme bod $X \in \sigma_2$ takový, že $\overline{XE} = \min\{\overline{XE}\}$. Realizujeme tento postup tak, že v bodě E sestrojíme tečnu m ke kružnici $k_E(O_{3\gamma}, r_E)$, viz obr. 5, a pootáčením kolem osy o_3 o úhel φ_3^P nalezneme bod $X \equiv \sigma_2 \cap m$. Úlohu řešíme jako rovinou v rovině čelního řezu určené parametrem $p_{3L}(\psi_{3L})$. Podmínkou dotyku šroubových ploch σ_2 a σ_3^Δ je současné splnění následující trojice vztahů

$${}_R \mathbf{r}_K \equiv {}_R \mathbf{r}_X \equiv {}_{\sigma_2} \mathbf{r}_L \quad \wedge \quad {}_{\sigma_2} \mathbf{n}_L \times {}_{\sigma_3^\Delta} \mathbf{n}_L = \mathbf{0} \quad \wedge \quad \varphi_3^P = \min\{\varphi_3^P\}. \quad (14)$$



Obr. 5: Hledání nekorektního dotyku šroubových ploch σ_2 a σ_3^Δ

Rovnici tečny m v pomocném prostoru $R_{3\gamma}$, viz obr. 5, lze vyjádřit ve tvaru

$${}_{R_{3\gamma}} \mathbf{r}_K = {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{r}_E + \lambda \cdot {}_{R_{3\gamma}} \mathbf{m}, \quad (15)$$

kde λ je libovolný parametr, vektor ${}_{R_{3\gamma}} \mathbf{r}_E$ je určen vztahem (2) pro úhel $\chi \equiv \chi_E$. Pro jednotkový vektor tečny m platí ${}_{R_{3\gamma}} \mathbf{m} = [-\cos \kappa_E, \sin \kappa_E, 0, 1]^T$, kde úhel κ_E je dán vztahem (11) pro

$\chi \equiv \chi_E$. Dosazením do rovnice (15) dostaneme

$${}_{R_{3\gamma}}\mathbf{r}_K = \begin{bmatrix} {}_{R_{3\gamma}}x_K \\ {}_{R_{3\gamma}}y_K \\ {}_{R_{3\gamma}}z_K \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_S \sin \varphi - r_k \sin \chi_E - \lambda \cos \kappa_E \\ -r_S \cos \varphi + r_k \cos \chi_E + \lambda \sin \kappa_E \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Protože počítáme v základním prostoru R , provedeme transformaci $\mathbf{t} : R_{3\gamma} \rightarrow R$ charakterizovanou celkovou transformační maticí $\mathbf{T}_{R_{3\gamma}R}^\Delta$, která je dána součinem následujících transformačních matic, viz obr. 5

$$\mathbf{T}_{R_{3\gamma}R}^\Delta = \mathbf{T}_{R\pi R}(\pi) \mathbf{T}_{R_{30}R\pi}(-a_w) \mathbf{T}_{R_{31}R_{30}}(-\Delta \mathbf{r}_{O_3}) \mathbf{T}_{R_3R_{31}}(\varphi_3 + \varphi_3^P) \mathbf{T}_{R'_3R_3}(-p_{3L}) \mathbf{T}_{R_{3\gamma}R'_3}(\psi_{3L}). \quad (17)$$

Pronásobením získáme celkovou transformační maticí $\mathbf{T}_{R_{3\gamma}R}^\Delta$ z prostoru $R_{3\gamma}$ do prostoru R ve tvaru

$$\mathbf{T}_{R_{3\gamma}R}^\Delta = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) & -\sin(\varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) & 0 & \Delta x_{O_3} \\ -\sin(\varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) & -\cos(\varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) & 0 & a_w + \Delta y_{O_3} \\ 0 & 0 & -1 & p_{3L} + \Delta z_{O_3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Potom rovnice tečny m má v základním prostoru R parametrické vyjádření

$${}_R\mathbf{r}_K = \mathbf{T}_{R_{3\gamma}R}^\Delta \cdot {}_{R_{3\gamma}}\mathbf{r}_K = \begin{bmatrix} {}_{R_{3\gamma}}x_K \cos(\varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) - {}_{R_{3\gamma}}y_K \sin(\varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) + \Delta x_{O_3} \\ -{}_{R_{3\gamma}}x_K \sin(\varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) - {}_{R_{3\gamma}}y_K \cos(\varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) + a_w + \Delta y_{O_3} \\ p_{3L} + \Delta z_{O_3} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Splnění druhé podmínky ve vztahu (14) zajišťuje kolineárnost jednotkových vektorů vnějších normál šroubových ploch σ_2 a σ_3^Δ v bodě L , který je bodem dotyku obou ploch. Jednotkový vektor vnější normály ${}_{\sigma_2}^{\sigma_2} \mathbf{n}_L$ ke šroubové ploše σ_2 stanovíme pomocí jednotkového vektoru vnější normály k ploše σ_3 v korektním postavení podle vztahu

$${}_{\sigma_2}^{\sigma_2} \mathbf{n}_L = \mathbf{S}_{R_2R}(\varphi_{2k0}) \mathbf{S}_{RR_2}(\varphi_2) \cdot {}_{\sigma_3}^{\sigma_3} \mathbf{n}_L, \quad (20)$$

kde jednotkový vektor vnější normály ${}_{\sigma_3}^{\sigma_3} \mathbf{n}_L$ ke šroubové ploše σ_3 je dán vztahem (12). Ve výrazu (20) jsou použity submatice směrových kosínů transformačních matic $\mathbf{T}_{R_2R}(\varphi_{2k0})$ a $\mathbf{T}_{RR_2}(\varphi_2)$. Upravením vztahu (20) dostaneme jednotkový vektor vnější normály ke šroubové ploše σ_2 vyjádřený v základním prostoru R ve tvaru

$${}_{\sigma_2}^{\sigma_2} \mathbf{n}_L = \frac{\begin{bmatrix} \sin \gamma_L \sin(\chi + \varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{3L} - \varphi_{2k0}) \\ \sin \gamma_L \cos(\chi + \varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{3L} - \varphi_{2k0}) \\ -\cos \gamma_L \sin(\chi + \kappa) \end{bmatrix}}{\sqrt{\sin^2 \gamma_L + \cos^2 \gamma_L \sin^2(\chi + \kappa)}}. \quad (21)$$

Jednotkový vektor vnější normály ${}_{\sigma_3^\Delta}^{\sigma_3^\Delta} \mathbf{n}_L$ ke šroubové ploše σ_3^Δ je dán transformačním vztahem

$${}_{\sigma_3^\Delta}^{\sigma_3^\Delta} \mathbf{n}_L = \mathbf{S}_{R_{3\gamma}R}^\Delta \cdot {}_{R_{3\gamma}}\mathbf{n}_L \quad (22)$$

kde $\mathbf{S}_{R3\gamma R}^\Delta$ je submatice směrových kosínů výsledné transformační matice $\mathbf{T}_{R3\gamma R}^\Delta$ určené rovnicí (18). Po provedení dostaneme jednotkový vektor vnější normály ke šroubové ploše σ_3^Δ nacházející se v nekorektním postavení

$${}_{\sigma_3^\Delta}^{\sigma_3^\Delta} \mathbf{n}_L = \frac{\begin{bmatrix} \sin \gamma_L \sin(\chi + \varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) \\ \sin \gamma_L \cos(\chi + \varphi_3 + \varphi_3^P + \psi_{3L}) \\ -\cos \gamma_L \sin(\chi + \kappa) \end{bmatrix}}{\sqrt{\sin^2 \gamma_L + \cos^2 \gamma_L \sin^2(\chi + \kappa)}}. \quad (23)$$

Číselné řešení bylo provedeno pro hodnoty: $\Delta x_{O_3} = 2$ mm, $\Delta y_{O_3} = 2$ mm, $\Delta z_{O_3} = 2$ mm. Grafické znázornění nekorektního dotyku dvourozměrných variet σ_2 a σ_3^Δ v rovině čelního řezu pro $\psi_{3L} = 0^\circ$ je ukázáno na obr. 4. Dotykovou varietou šroubových ploch σ_2 a σ_3^Δ je křivka ch_{32}^Δ , která tvoří posunutou charakteristiku.

4 Závěr

V předloženém příspěvku je navržena analytická metoda stanovení dotykové charakteristiky dvou šroubových ploch, z nichž jedna má kruhový profil, tvořících vyšší kinematickou dvojici v rovině. Šroubové plochy představující dvourozměrné variety, které vznikly přímým obálkovým způsobem, se nacházejí v nekorektním postavení, kdy osa rotace jedné z ploch je paralelně vysunutá o velkou hodnotu do nové pozice. Obě variety, které se v teoreticky správné, korektní, poloze dotýkají v jednorozměrné varietě tvořící charakteristiku, se v posunuté, nekorektní, poloze dotýkají opět v jednorozměrné varietě, která je oproti původní charakteristice posunutá. Navržená metoda představuje základ pro určení kontaktu spoluzabírajících šroubových ploch při obecném posunutí deformované osy rotace jedné z ploch a při splnění velkého nároku na přesnost řešení. Metoda byla aplikována na šroubové plochy s jednoduchým čelním profilem, které mají osy rotace rovnoběžné.

Tento příspěvek byl vypracován v rámci **výzkumného záměru MSM 235200003**.

References

- [1] V. Brát: *Maticové metody v analýze a syntéze prostorových vázaných mechanických systémů*. Academia, Praha, (1981).
- [2] M. Distelli: *Über Schraubengeschwindigkeiten und die Verzahnung der Hyperboloidräder*. Zeitschrift für Mathematik und Physik, (1904).
- [3] D. Gabriel, J. Plešek, J. Dobiáš: *Nový přístup k vyhledávání kontaktu v MKP*. Engineering Mechanics 1997, str. 101–104, Svratka, (1997).