National Conference with International Participation
ENGINEERING MECHANICS 2001
Svratka, Czech Republic, May 14 – 17, 2001

SIMULATION OF IMPACT'S EFFECTS IN NONLINEAR PARAMETRIC SYSTEMS

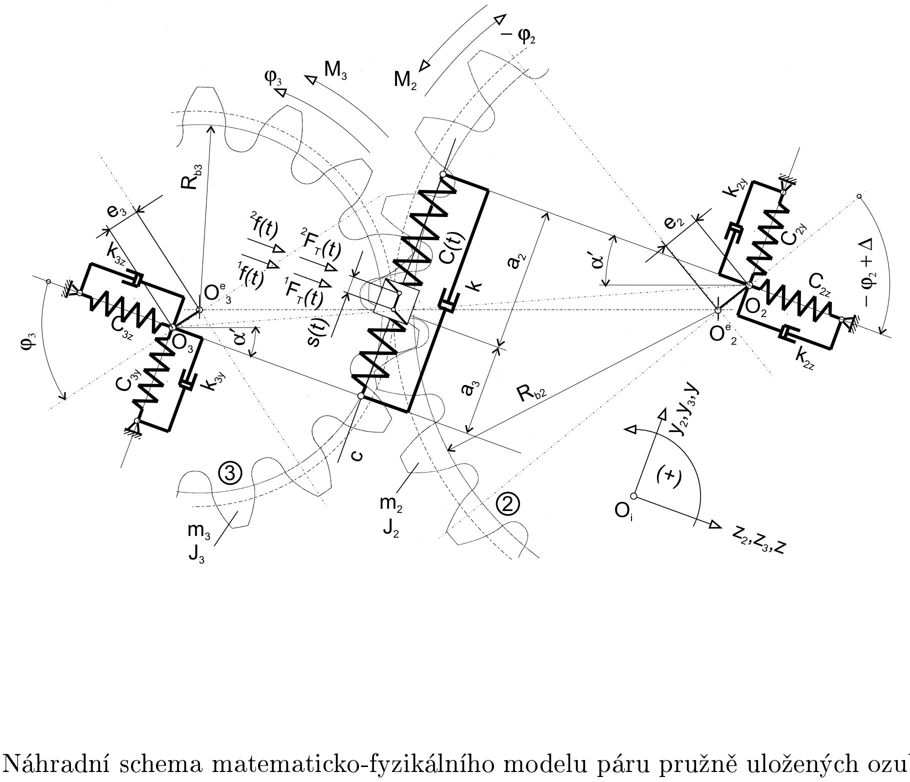
A. Škuderová*

Summary: *The creation of model of two spur gears with elastic supports so, in order that to what mostly approximate real fact, was the aim of this work. This model considers the influence of motion in bearings not only at direction of line of mesh, but and at normal direction, the damping and periodically variable stiffness into the gear mesh, frictional forces, possibly eccentricity of gears or manufacturing inaccuracy of teeth profile and influences of impacts, caused by existence of backlash.*

Key words: *nonlinear parametric systems, simulation, gearing, impact effects*

1 Úvod

Ozubené převody patří k nejrozšířenějším mechanismům většiny strojů. Podobně jako v jiných oborech techniky, stojí při jejich projektování na předním místě snaha o hmotnostní i dimenzionální minimalizaci na jednotku přenášeného výkonu. Znalost účinků dynamických sil, vyvolaných v ozubených převodech jak vnitřními, tak i vnějšími budícími vlivy, je tedy důležitá nejen z hlediska pevnostního dimenzování, rovnoměrnosti chodu, ale i z hlediska akustických vlastností celé převodové soustavy.



Obr.1 – Náhradní schema matematicko-fyzikálního modelu páru pružně uložených ozubených kol.

*Ing. Alena Škuderová, Ústav termomechaniky AVČR, Dolejškova 5, 182 00 Praha 8; tel. +420 2 6605 3803, e–mail: skuder@it.cas.cz

2 Fyzikální formulace úlohy

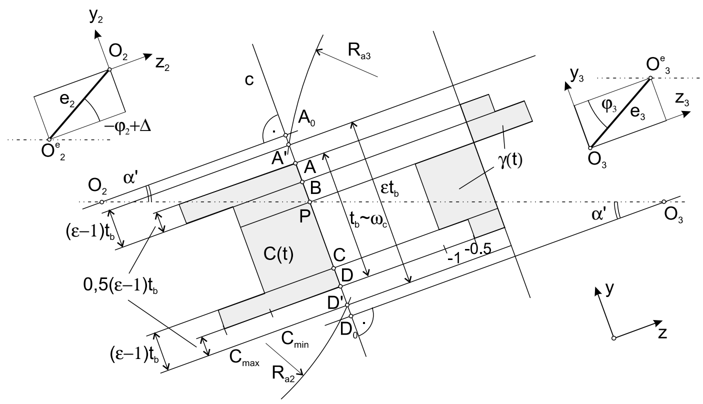
V práci je řešena vnitřní dynamika izolované soustavy jednoho páru pružně uloženého čelního soukolí s přímým vnějším ozubením, která je v náhradním schematu - obr.1 - představována soustavou o šesti stupních volnosti [10].

Ozubená kola 2,3 (m_j ... hmotnost, J_j ... hmotný moment setrvačnosti, φ_j ... úhel natočení, R_{bj} ... poloměr základní kružnice, M_j ... vnější moment, Z_j ... počet zubů j-tého kola ($j = 2, 3$), α' ... úhel záběru) jsou vzájemně paralelně spojena pružinou $C(t)$, modelující výslednou tuhost v záběru se nacházejících zubů, a tlumičem se součinitelem tlumení k. Do pružiny je dále vsunuta "šablona", která modeluje funkce ${}^{1,2}f(t)$ [1], představující výrobní nepřesnosti profilů zubů jako odchylky od ideálního evolventního profilu, chyby zubové rozteče, či odchylky od podmínek ideální modifikace ozubení, atd. Periodicita rušivé funkce je dána náhodnou periodou výrobní chyby, která může být např. za jednu otáčku kola nebo za uběhnutí jedné či více zubových roztečí apod. Její budící frekvence je pak v prvém případě rovna úhlové rychlosti kola ω_j , v druhém případě rovna úhlové frekvenci $\omega_j Z_j K^{-1}$, K ... přirozené číslo.

Podpory uložení kol (obr.1) jsou modelovány tuhostmi C_{jy} a C_{jz} a tlumiči se součiniteli útlumu k_{jy} a k_{jz}, ve dvou vzájemně ortogonálních směrech y, z, orientovaných směrem y do směru záběrové přímky c. Uvažované tuhosti podpor C_{jy} a C_{jz} jsou výslednými tuhostmi vlastních ložisek, olejového filmu, ložiskových podpor a hřídelů, na kterých jsou kola uložena.

2.1 Tuhost v záběru ozubení

Střídavým záběrem obecně m a $m + 1$ párů zubů na záběrové přímce c dochází v průběhu periodické výsledné tuhostní funkce $C(t)$ současně zabírajících zubů k periodickým změnám – viz obr.2.



Obr.2 – Průběhy jedné periody funkcí $C(t)$ a $\gamma(t)$ na záběrové úsečce.

Tuhostní funkci je možno vyjádřit Fourierovou řadou

$$C(t) = C_s + \frac{C_{max}(1-\kappa)}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} (-1)^n \sin n \left[(\varepsilon - 2)\pi\right] \cos n\omega_c t,$$

[1] Periodicky proměnlivou rušivou funkci ${}^{1,2}f(t)$ (indexem 1 je označena funkce působící při normálním záběru, indexem 2 při inverzním záběru) dále předpokládáme ${}^{1}f(t) = {}^{2}f(t) = f(t)$, stejně tak třecí sílu v oblasti normálního (index 1) a inverzního (index 2) záběru ${}^{1}F_T(t) = {}^{2}F_T(t) = F_T(t)$.

kde

$$C_s = \kappa C_{max} + \frac{C_{max}(1-\kappa)}{2}\left[1 + (2\varepsilon - 3)\right],$$

$\kappa = C_{min}C_{max}^{-1}$ amplitudová modulace tuhostní funkce, C_{min}, C_{max} minimální, resp. maximální hodnota tuhosti v záběru ozubení. V tuhosti zubů je respektována tuhost pouze vlastních zubů a vetknutí do věnce; věnce a kotouče předpokládáme absolutně tuhé.

2.2 Třecí síly v ozubení

Při otáčení soukolí se boky zubů po sobě jednak odvalují a jednak smykají. Ve směru kolmém na záběrovou dráhu je systém rozkmitáván třecí silou $F_T(t)$, proměnlivou s časem jak ve smyslu její velikosti, tak i směru, v závislosti na poloze záběrových bodů na záběrové přímce c. Třecí síla vyvolává svým střídavým průběhem vedle kmitání ve směru ortogonálním na záběrovou přímku i přídavné krouticí momenty M_{jT}, které způsobují další nerovnoměrnost chodu.

Obecně je výsledná třecí síla působící v zubovém záběru funkcí

- relativní rychlosti prokluzu zabírajících zubových profilů (dáno jejich geometrií),
- relativní rychlostí prokluzu při pohybu středů otáčení kol ve směru ortogonálním na záběrovou dráhu,
- přítlačné síly v záběru ozubení,
- součinitele tření f_T.

Na obr.2 je schematicky znázorněna 1 perioda průběhu výsledné tuhostní funkce $C(t)$v záběru se nacházejícího ozubení, odpovídající základní zubové rozteči $t_b = \overline{AD}$. Délka záběrové úsečky je $\overline{A'D'}$, Bod A' (resp. D') je průsečík záběrové přímky c s hlavovou kružnicí kola 3 (resp. 2) o poloměru R_{a3} (resp. R_{a2}), vzdálenost $\overline{O_2A_0}$ (resp. $\overline{O_3D_0}$) je poloměr základní kružnice R_{b2} (resp. R_{b3}). Podle definice je součinitel trvání záběru $\varepsilon = \overline{A'D'}/t_b$; na délkách úsečky $\overline{A'B} = (\varepsilon-1)t_b$ a $\overline{CD'} = (\varepsilon-1)t_b$ zabírají současně dva páry zubů – hodnota výsledné tuhostní funkce je C_{max}, úseku $\overline{BC}$ odpovídá jednopárový záběr kol s hodnotou výsledné tuhostní funkce v záběru se nacházejícího ozubení C_{min}. Délka základní zubové rozteče $t_b = \pi m \cos\alpha'$ odpovídá záběrové frekvenci $2\pi/\omega_c$, kde m je modul ozubení a $\omega_c = \omega_j Z_j$ je tzv. záběrová frekvence. Vyjádříme-li charakteristické body na záběrové úsečce A, B, C, D a centrální bod P, který rozděluje záběrovou úsečku v poměru počtu zubů kol Z_2/Z_3, pomocí času t, jsou jejich odpovídající časové souřadnice patrné z tab.1. (Dále ještě zavedeme pomocný čas $t' = t - \mathrm{int}(\frac{t}{2\pi/\omega_c})$, kterým v dalším zohledňujeme periodu $2\pi/\omega_c$.)

bod	časová souřadnice
A	0
B	$(\varepsilon-1)\frac{\pi}{\omega_c}$
P	$\frac{Z_2}{Z_2+Z_3}\frac{2\pi\varepsilon}{\omega_c} - (\varepsilon-1)\frac{\pi}{\omega_c}$
C	$(3-\varepsilon)\frac{\pi}{\omega_c}$
D	$\frac{2\pi}{\omega_c}$

Tab.1. – Časové souřadnice bodů záběru.

Smysl působení třecích sil $F_T(t)$ (kolmo k záběrové přímce) je dán smyslem vzájemného skluzu boků zubů, v centrálním bodě P záběru (bod valení při absolutně tuhém uložení kol) jsou třecí síly nulové a skokem mění znaménko. V intervalu $\overline{AP}$ působí třecí síly proti zasouvání zubů do záběru, v intervalu $\overline{PD}$ proti vysouvání ze záběru. Průběh třecích sil v závislosti na okamžité poloze záběru na záběrové přímce lze vyjádřit pomocí funkce $\gamma(t)$, která nabývá hodnot 1/2, 1, 0, -1, -1/2, a to postupně v intervalech $\overline{AB}$, $\overline{BP}$, v bodě P, v intervalu $\overline{PC}$ a $\overline{CD}$, viz obr.2.

V čase $t = 0$ působí třecí síla v bodě A, v úseku dvoupárového záběru (její velikost uvažujeme poloviční) a současně, rovněž poloviční velikostí, v bodě D, vzdáleném od bodu A o hodnotu zubové rozteče t_b. V časovém intervalu $(0; (\varepsilon - 1)\frac{\pi}{\omega_c}\rangle$ působí třecí síla poloviční velikostí v úseku $\overline{AB}$ a poloviční velikostí v úseku $\overline{DD'}$, tj. opět v úsecích dvoupárového záběru zubů. V časovém intervalu $((\varepsilon - 1)\frac{\pi}{\omega_c}; (3 - \varepsilon)\frac{\pi}{\omega_c}\rangle$ působí třecí síla svou původní velikostí v úseku jednopárového záběru zubů, tj. v intervalu $\overline{BC}$. A konečně v časovém intervalu $((3 - \varepsilon)\frac{\pi}{\omega_c}; \frac{2\pi}{\omega_c}\rangle$ působí třecí síla svou poloviční velikostí v úseku dvoupárového záběru $\overline{CD}$ a současně poloviční velikostí na záběrové úsečce εt_b v úseku dvoupárového záběru zubů $\overline{A'A}$, vzdáleném o hodnotu zubové rozteče $-t_b$.

Okamžitá třecí síla působící v zubových záběrech je vyjádřena vztahem

$$F_T(t) = -f_T C(t)\gamma(t) mbox sign[\dot{y}(t)]\mathrm{sign}(\dot{z}_2 - \dot{z}_3)\{y(t)H[y(t)] + [y(t) + s(t)]H[(-y(t) - s(t)]\}. \quad (1)$$

Třecí síly způsobují vznik přídavných krouticích momentů M_{jT}, ramena třecích sil a_j, viz obr.1, působících v těchto časových intervalech, vzhledem ke středům otáčení ozubených kol O_j jsou uvedena v tab.2 a 3. Protože uvažujeme výstřednosti e_j kol s vlivem vzájemného možného natočení těchto výstředností vůči sobě o fázový úhel Δ a elastické uložení kol, tj. pohyby jejich středů y_j a z_j, okamžitá velikost příslušných ramen třecích sil se bude s časem měnit, a to pro kolo $j = 2$ o hodnotu $a_2^* = -y_2(t) - e_2 \sin(\Delta - \varphi_2(t))$ a pro kolo $j = 3$ o hodnotu $a_3^* = y_3(t) + e_3 \sin \varphi_3(t)$.

čas t'	působiště F_T	rameno a_2
0	bod A	$R_{b2} \tan \alpha' + a_2^* - \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b$
$(0; (\varepsilon - 1)\frac{\pi}{\omega_c}\rangle$	v úseku $\overline{AB}$	$R_{b2} \tan \alpha' + a_2^* - \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b + t' \frac{\omega_c}{2\pi} t_b$
	v úseku $\overline{DD'}$	$R_{b2} \tan \alpha' + a_2^* - \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b + t_b(t' \frac{\omega_c}{2\pi} + 1)$
$(\varepsilon - 1)\frac{\pi}{\omega_c}; (3 - \varepsilon)\frac{\pi}{\omega_c}\rangle$	v úseku $\overline{BC}$	$R_{b2} \tan \alpha' + a_2^* - \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b + t' \frac{t_b \omega_c}{2\pi} t_b$
$(3 - \varepsilon)\frac{\pi}{\omega_c}; \frac{2\pi}{\omega_c}\rangle$	v úseku $\overline{CD}$	$R_{b2} \tan \alpha' + a_2^* - \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b + t' \frac{t_b \omega_c}{2\pi} t_b$
	v úseku $\overline{A'A}$	$R_{b2} \tan \alpha' + a_2^* - \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b + t_b(t' \frac{\omega_c}{2\pi} - 1)$

Tab.2. – Hodnoty ramen třecích sil a_2 vzhledem ke středu kola O_2.

čas t'	působiště F_T	rameno a_3
0	bod A	$R_{b3} \tan \alpha' + a_3^* + \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b$
$(0; (\varepsilon - 1)\frac{\pi}{\omega_c}\rangle$	v úseku $\overline{AB}$	$R_{b3} \tan \alpha' + a_3^* + \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b - t' \frac{\omega_c}{2\pi} t_b$
	v úseku $\overline{DD'}$	$R_{b3} \tan \alpha' + a_3^* + \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b - t_b(t' \frac{\omega_c}{2\pi} + 1)$
$(\varepsilon - 1)\frac{\pi}{\omega_c}; (3 - \varepsilon)\frac{\pi}{\omega_c}\rangle$	v úseku $\overline{BC}$	$R_{b3} \tan \alpha' + a_3^* + \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b - t' \frac{t_b \omega_c}{2\pi} t_b$
$(3 - \varepsilon)\frac{\pi}{\omega_c}; \frac{2\pi}{\omega_c}\rangle$	v úseku $\overline{CD}$	$R_{b3} \tan \alpha' + a_3^* + \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b - t' \frac{t_b \omega_c}{2\pi} t_b$
	v úseku $\overline{A'A}$	$R_{b3} \tan \alpha' + a_3^* + \frac{Z_2}{Z_2+Z_3} t_b - t_b(t' \frac{\omega_c}{2\pi} - 1)$

Tab.3. – Hodnoty ramen třecích sil a_3 vzhledem ke středu kola O_3.

2.3 Rázové jevy v ozubení

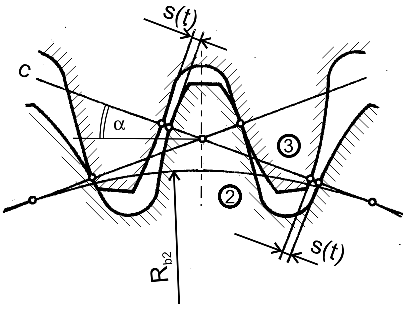
Pro případ kontaktu páru zubů v záběru, tj. pro oblast normálního záběru ozubení, platí pro relativní pohyb $y > 0$. V případě, kdy relativní pohyb v záběru ozubení $y < 0$, dochází ke ztrátě kontaktu zabírajících zubových profilů. Podle velikosti setrvačných sil v tomto okamžiku buď zub proběhne celou oblastí boční vůle $s(t)$ – obr.3, narazí neaktivní stranou profilu na profil zubu druhého kola – inverzní záběr ($|y| > s(t)$) – a po zpětném proběhnutí oblastí vůle dojde znovu ke kontaktu pracovních částí zubů s měkkým rázem, nebo zuby od sebe pouze odskočí ($|y| < s(t)$) a opět se s měkkým rázem znovu spojí. Zatímco u soustavy s absolutně tuhým uložením kol platí, že velikost boční vůle $s(t)$ zůstává při chodu soukolí konstantní, u elastického uložení je zubová vůle proměnlivou funkcí času, závislou na relativním pohybu podpor ve směru záběrové přímky, tj.

$$s(t) = s_k + y_3 - y_2 + e_3 \sin\varphi_3 - e_2 \sin(\Delta - \varphi_2) + (z_3 - z_2 + e_3 \cos\varphi_3 - e_2 \cos(\Delta - \varphi_2)) \tan\alpha, \quad (2)$$

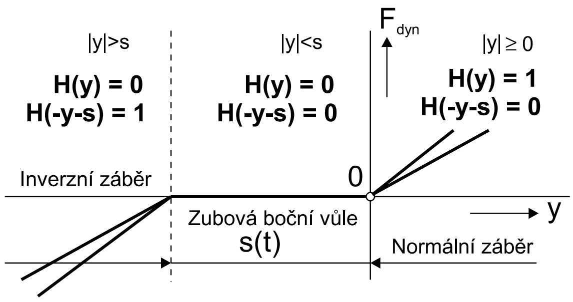
kde s_k je hodnota konstantní technologické boční zubové vůle či vůle korigované. [2]

Výskyt rázových jevů je v důsledku existence technologických bočních zubových vůlí možný, nikoliv však nutný, a je podmíněn většími dynamickými než staticko-elastickými deformacemi v zubovém záběru. Rázové jevy - měkké rázy - v ozubených kolech způsobují jednak nerovnoměrnosti chodu - střídavými odskoky v záběru se nacházejících zubů a jejich opětovným stykem v oblasti normálního nebo inverzního záběru, tak i opakované porušování souvislé nosné olejové vrstvy, což podmiňuje vznik polosuchého až suchého tření v záběru s důsledkem možného vzniku samobuzeného kmitání, a tím snížené životnosti soukolí. Dále má výskyt rázových jevů za následek vznik hluku - nejen při provozním zatížení ozubených kol a přejíždění rezonančních oblastí, ale též ve fázi nezatížených párů zubů (např. u automobilových převodových skříní) tzv. "drnčení" (v anglické terminologii "rattling", v německé odborné literatuře "Klappergeräusche" či "Rasselgeräusche").

Popis pohybu soustavy ve všech třech oblastech, tj. v oblasti normálního záběru, vůle a v oblasti inverzního záběru, usnadňuje zavedení Heavisideových funkcí $H(y(t))$ a $H(-y(t) - s(t))$ do soustavy pohybových rovnic. (Hodnoty Heavisideových funkcí v jednotlivých fázích záběru jsou uvedeny v obr.4.)



Obr.3 – Boční vůle v ozubení.



Obr.4 – Hodnoty Heavisideových funkcí v oblastech záběru ozubení s vůlemi.

Pro další řešení zavedeme jisté omezující či zjednodušující předpoklady:

- výstřednosti e_j jsou mnohem menší než poloměry základních kružnic R_{bj}, tj. $e_j << R_{bj}$,
- změna záběrového úhlu α', způsobená výstřednostmi e_j a posuvy středů otáčení y_j a z_j je tak malá, že ji lze zcela zanedbat (s ohledem na řád výrobních nepřesností, amplitud kmitů a rozměry skutečných kol předpokládáme, že z kinematického hlediska je chod systému s výstřednostmi možný, že součinitel trvání záběru ε neklesne pod 1, a naopak, že přílišnou interferencí zabírajících profilů nedojde k zakliňování zubů),
- v prvním přiblížení uvažujeme u rázových jevů hodnotu koeficientu restituce rovnou jedné a nezahrnujeme do modelu tlumení při pohybu oblastí boční zubové vůle,

[2] Dosáhne-li v určitém časovém okamžiku hodnota funkce $s(t) = 0$, jedná se o vymezení vůle v zubovém záběru, případ $s(t) < 0$ znamená interferenci, tj. současný normální i inverzní záběr, čili zadírání zubů v záběru.

- protože pozornost je věnována výzkumu vnitřní dynamiky (kmitání ozubených převodů vybuzené vnitřními zdroji buzení v zubových záběrech), zanedbáváme vlivy sousedních pružných členů - vedlejších ozubených kol, torzní tuhost hřídelů atd.

Souhrnně lze různá zjednodušení i předpoklady použité při výchozí fyzikální formulaci úlohy a při matematických úpravách rozdělit do dvou hledisek:

1. hledisko, kdy o zaváděných parametrech jsou velmi omezené znalosti,
2. hledisko kvantitativní, kdy na základě kvantitativních diskusí jednotlivých členů např. řádových velikostí je usuzováno na váhu ovlivnění pohybu celé dané mechanické soustavy.

3 Matematický popis modelu soustavy

Pro vlastní pevnostní a dimenzionální návrh ozubených kol je rozhodující relativní pohyb y ve směru záběrové přímky, protože dynamická síla v ozubení je dána součinem $F_{dyn} = yC(t)$. Relativní pohyb v záběru ozubení je dán vztahem (viz obr.1)

$$y = R_{b2}\varphi_2 + R_{b3}\varphi_3 + y_3 - y_2 + e_3 \sin\varphi_3 - e_2 \sin(\Delta - \varphi_2) + f(t). \tag{3}$$

Přesnější dynamické vyšetřování vlastností soustav s kinematickými vazbami vede při hmotnostní diskretizaci na řešení soustavy nelineárních obyčejných diferenciálních rovnic druhého řádu s časově proměnlivými koeficienty pro neznámé veličiny φ_j, y_j, z_j, kterými jsou úhel natočení a navzájem ortogonální pohyby středu j-tého kola (v souřadnicovém systému O_j, y_j, z_j). Pro odvození pohybových rovnic byla s výhodou použita analytická Lagrangeova metoda [10].

Z důvodů následné aplikace numerické simulace v prostředí Matlab/Simulink, jsou tyto pohybové rovnice vyjádřeny v explicitním tvaru pro druhou derivaci zobecněných souřadnic podle času.

$$\begin{aligned}
\ddot{\varphi}_2 &= \frac{1}{J_2 + m_2 e_2^2} \{M_2 + M_{2T}\left[H(y) - H(-y-s)\right] + m_2 e_2 \left[\ddot{z}_2 \sin(\Delta - \varphi_2) - \ddot{y}_2 \cos(\Delta - \varphi_2)\right] + \\
&- C(t)y\left[R_{b2} + e_2\cos(\Delta - \varphi_2)\right]\left[H(y) - H(-y-s)\right] - k\dot{y}\left[R_{b2} + e_2 \cos(\Delta - \varphi_2)\right] \\
&\quad \left[H(y) - H(-y-s)\right] - \frac{1}{2}\frac{\partial C(t)}{\partial \varphi_2}\left[H(y) - H(-y-s)\right]\Big\}, && (4) \\
\ddot{\varphi}_3 &= \frac{1}{J_3 + m_3 e_3^2} \{M_3 - M_{3T}\left[H(y) - H(-y-s)\right] - m_3 e_3 \left[\ddot{y}_3 \cos\varphi_3 - \ddot{z}_3 \sin\varphi_3\right] + \\
&- C(t)y\left[R_{b3} + e_3\cos\varphi_3\right]\left[H(y) - H(-y-s)\right] - k\dot{y}\left[R_{b3} + e_3 \cos\varphi_3\right] \\
&\quad \left[H(y) - H(-y-s)\right] - \frac{1}{2}\frac{\partial C(t)}{\partial \varphi_3}\left[H(y) - H(-y-s)\right]\Big\}, && (5) \\
\ddot{y}_2 &= \frac{1}{m_2}\Big\{m_2 e_2 \ddot{\varphi}_2 \cos(\Delta - \varphi_2) + m_2 e_2 \dot{\varphi}_2^2 \sin(\Delta - \varphi_2) + C(t)y\left[H(y) - H(-y-s)\right] + \\
&+ k\dot{y}\left[H(y) - H(-y-s)\right] - C_{2y} y_2 - k_{2y}\dot{y}_2\}, && (6) \\
\ddot{y}_3 &= \frac{1}{m_2}\Big\{-m_3 e_3 \ddot{\varphi}_3 \cos\varphi_3 + m_3 e_3 \dot{\varphi}_3^2 \sin\varphi_3 - C(t)y\left[H(y) - H(-y-s)\right] + \\
&- k\dot{y}\left[H(y) - H(-y-s)\right] - C_{3y} y_3 - k_{3y}\dot{y}_3\}, && (7) \\
\ddot{z}_2 &= \frac{1}{m_2}\Big\{-m_2 e_2 \ddot{\varphi}_2 \sin(\Delta - \varphi_2) + m_2 e_2 \dot{\varphi}_2^2 \cos(\Delta - \varphi_2) + \\
&- C_{2z} z_2 - k_{2z}\dot{z}_2 + F_T(t)\left[H(y) - H(-y-s)\right]\}, && (8) \\
\ddot{z}_3 &= \frac{1}{m_3}\Big\{m_3 e_3 \ddot{\varphi}_3 \sin\varphi_3 + m_3 e_3 \dot{\varphi}_3^2 \cos\varphi_3 + \\
&- C_{3z} z_3 - k_{3z}\dot{z}_3 + F_T(t)\left[H(y) - H(-y-s)\right]\}, && (9)
\end{aligned}$$

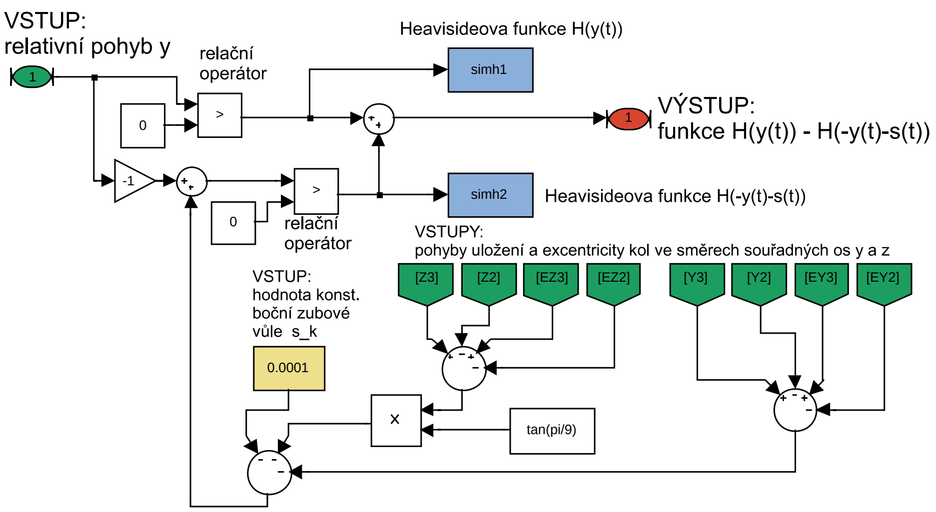
4 Simulační model soustavy

Cílem simulace je řešení problémů souvisejících s analýzou vlastností a potenciálně možných chování technických objektů.

Simulační modelování je specifické výpočtové modelování, u něhož se na počítači opakovaně realizuje algoritmus přímé úlohy sestavený pro řešení problému chování objektu, a to pro předem zvolenou strategii vstupních údajů s cílem vyšetřovat potenciálně možná chování objektu. Proces opakovaných výpočtů je označován jako počítačový experiment. Struktury technických objektů se mohou vytvářet na různých úrovních složitosti, to může ovlivnit i charakter vazeb mezi prvky objektu, proto jedním z cílů simulačního modelování pak může být i vyšetřování různých úrovní strukturovanosti technického objektu na jeho vlastnosti a chování.

Numerická simulace deterministické nelineární parametrické soustavy o šesti stupních volnosti z obr.1 v prostředí Matlab/Simulink vychází z pohybových rovnic (4) až (9), vyjádřených v explicitním tvaru pro druhé derivace zobecněných souřadnic podle času.

Schema subsystému pro řešení vlivů vůlí $s(t)$ a výpočet Heavisideových funkcí simulačního modelu páru elasticky uložených ozubených kol je uvedeno na obr.5.



Obr.5 – Subsystém pro řešení vůlí $s(t)$ a Heavisideových funkcí simulačního modelu páru pružně uložených ozubených kol.

Na obrázku jsou zelenou barvou označené bloky vstupů signálů ze simulačního modelu řešené soustavy ozubených kol, červeně označený blok je výstup z tohoto subsystému zpět do simulačního modelu [3]. Vstupy jsou jednak pro relativní pohyb $y(t)$, jednak pro navzájem ortogonální pohyby středů uložení kol $y_j(t)$ s $z_j(t)$ a excentricity e_{yj} a e_{zj} ve směrech os y a z souřadného systému $\{O_j; y_j; z_j\}$ – vstupy označené [Z3], [Z2], [Y3], [Y2] a [EZ3], [EZ2], [EY3], [EY2]. V modrých blocích "simh1" a "simh2" se ukládají do paměti Heavisideovy funkce $H[y(t)]$ a $H[-y(t) - s(t)]$. Ve žlutě označeném bloku se zadává konstantní hodnota dříve zmíněné boční zubové vůle s_k.

5 Závěr

Cílem práce bylo vytvoření modelu soustavy dvou ozubených kol s čelním ozubením tak, aby pokud možno co nejvíce vystihoval reálnou skutečnost. V modelu je respektován vliv po-

[3] Z důvodu přehlednosti zde není uveden celý simulační model pro řešení parametrické soustavy s kinematickými vazbami, který je velmi rozsáhlý.

hybů v uložení kol nejen ve směru záběrové přímky, ale i ve směru na ni kolmém, tlumení a proměnlivá tuhost v záběru ozubení, tření v záběru kol, možná excentricita kol či házivost roztečných kružnic, výrobní nepřesnosti evolventního profilu boků zubů a je zohledněn i možný vznik rázových jevů, podmíněných existencí bočních zubových vůlí. Numerické řešení je prováděno simulací v prostředí Matlab/Simulink. Schema celého simulačního modelu řešené soustavy a některé výsledky řešení budou ukázány na konferenci.

References

[1] Hortel, M. Výzkum vlivu parametrických kmitů na dynamické chování ozubeného převodu. *Výzkumná zpráva ÚT ČSAV Z-178/64*, Praha, (1964)

[2] Hortel, M. Vynucené kmitání v nelineárním parametrickém systému ozubených kol s více stupni volnosti. *Výzkumná zpráva ÚT ČSAV Z-216/66*, Praha, (1966)

[3] Hoffmann, J. *MATLAB und SIMULINK. Beispielorientierte Einführung in die Simulation dynamischer Systeme.* Addison/Wesley Verlag GmbH, Bonn, (1998)

[4] *SIMULINK. Dynamic System Simulation for MATLAB.* The MathWorks, Inc., (1998)

[5] Šalamoun, Č., Suchý, M. *Čelní a šroubová soukolí s evolventním ozubením.* SNTL Praha. (1990)

[6] Brepta, R., Půst, L., Turek, F. *Mechanické kmitání.* Sobotáles, Praha, (1994)

[7] Janíček, P., Ondráček, E. *Řešení problémů modelováním.* PC-DIR s.r.o., Brno, (1998)

[8] Janíček, P., Ondráček, E. *Výpočtové modely v technické praxi.* SNTL, Praha, (1990)

[9] Škuderová, A. Poznámky k numerické simulaci dynamických jevů v nelineárních parametrických soustavách. *In: Proc. Colloquium Dynamics of Machines 2000, Institute of Thermomechanics ASCR Prague*, pp.217-224, (2000)

[10] Škuderová. A. To modeling of phenomenons of internal dynamics of systems with strong non-analytical nonlinearities. *In Proc. Colloquium Dynamics of Machines 2001, Institute of Thermomechanics ASCR Prague*, February 6-7, 2001, pp.205-212, 2001

Práce vznikla při řešení úkolu reg.č.101/00/0225 Grantové agentury ČR.