



QUANTITATIVE ASSESSMENT OF THE T-STRESS IN SHORT FATIGUE CRACK PROPAGATION

Stanislav SEITL, Zdeněk KNĚSL*

Summary: Two parameter constrained based fracture mechanics is applied to quantitative assessment of microstructurally short fatigue cracks propagation. The different levels of a stress constraint are quantified by T - stress. Corresponding calculations are performed by finite element method (ANSYS system). The values of the T -stress are numerically estimated as a function of material properties, location and orientation of the short crack with respect to the grain boundary. The influence of constraint on small fatigue crack growth kinetic is discussed. It is shown that the level of constraint of the near-tip fields for microstructurally short fatigue cracks may influence the fatigue crack rate substantially.

Key words: short fatigue cracks, T -stress, finite element method

1. Úvod

Krátké únavové trhliny vykazují ve srovnání s dlouhými řadu anomálií [1]. Z praktického hlediska je problematika krátkých trhlin významná zejména v případech, kdy je celková únavová životnost konstrukce určena především jejich chováním před vznikem makroskopické dlouhé trhliny jejíž šíření vede k únavovému lomu. Dále se soustředíme na studium vlastností mikrostrukturálně krátkých únavových trhlin, tj. krátkých únavových trhlin jejichž velikost je srovnatelná s velikostí mikrostrukturální jednotky materiálu, např. s velikostí zrna.

V tomto příspěvku jsou prezentovány základní výsledky, které byly získány aplikací postupů dvouparametrové lomové mechaniky na popis chování těchto trhlin. S cílem popsat chování mikrostrukturálně krátkých únavových trhlin byl zejména studován vliv rozhraní dvou materiálů (charakterizující hranici zrna) na T -napětí. Byl vytvořen model umožňující výpočet faktorů intenzity napětí K_I a K_{II} a parametru T -napětí pro trhlínu nacházející se v blízkosti rozhraní dvou elastických různých materiálů. Získané výsledky umožňují modelovat úroveň constraintu napětí v okolí krátké únavové trhliny a spolu s výpočtem hodnot faktorů intenzity napětí K_I a K_{II} jsou použity pro popis chování krátkých trhlin ve vztahu k mikrostruktuře materiálu. Zejména bude poukázáno na rozdíly v chování mezi krátkými a dlouhými únavovými trhlínami, které souvisí s použitím dvouparametrové lomové mechaniky. Pro výpočet rychlosti šíření krátké únavové trhliny byla použita

* Ing. Seitl Stanislav: VUT FSI-ÚMT Brno, Technická 2, 616 63 Brno a ÚFM AV ČR, Žižkova 22, 616 62 Brno, seitl@ipm.cz
Prof. RNDr. Zdeněk Kněsl, CSc.: ÚFM AV ČR, Žižkova 22, 616 62 Brno, knesl@ipm.cz

modifikovaná Parisova-Erdoganova rovnice, která uvažuje vliv T-napětí na rychlost šíření únavových trhlin [2].

2. DVOUPARAMETROVÁ LOMOVÁ MECHANIKA

Klasická jednoparametrová lineární elastická lomová mechanika, která je úspěšně používána pro řešení celé řady problémů, vychází z předpokladu podle kterého je pro chování trhliny rozhodující napjatost v těsném okolí jejího vrcholu a pro popis napětí (pro kombinovaný normálový a smykový mód namáhání) je pak postačující použít první, vzhledem ke vzdálenosti od vrcholu trhliny r singulární, člen z nekonečné řady popisující rozdělení napětí v tělese s trhlinou, např. [3]

$$\sigma_{ij} = K_I / \sqrt{2\pi r} f_{ij}^I(\theta) + K_{II} / \sqrt{2\pi r} f_{ij}^{II}(\theta) \quad (1)$$

kde K_I a K_{II} jsou faktory intenzity napětí odpovídající normálovému a smykovému módu namáhání a f_{ij}^I , f_{ij}^{II} jsou známé funkce polárního úhlu. Velikost napětí je pak jednoznačně určena hodnotou faktorů intenzity napětí K_I a K_{II} .

Okolí vrcholu trhlin ve kterém je pro popis napětí postačující znalost hodnot K_I a K_{II} se nazývá oblastí K - dominance a v případě dlouhé únavové trhliny reprezentuje asi 10% délky trhliny. Ukázalo se však, že tento jednoparametrový popis napětí pomocí singulárních členů ve výrazu (1) není vždy postačující a to zejména v případech, kdy je pro chování trhliny rozhodující vliv multiaxiality napětí vyvolaný různou geometrií studovaných těles. Pro stejnou hodnotu faktoru intenzity napětí jsou pak např. velikosti plastické zóny na čele únavové trhliny a tím i rychlosti šíření různé. Tento jev, označovaný v literatuře jako constraint, lze kvantifikovat uvážením druhého, vzhledem ke vzdálenosti r konstantního, členu T . V rámci dvouparametrového popisu je pak pole napětí v okolí vrcholu trhliny popsáno hodnotami K_I , K_{II} a veličinou T , tj.

$$\sigma_{ij} = K_I / \sqrt{2\pi r} f_{ij}^I(\theta) + K_{II} / \sqrt{2\pi r} f_{ij}^{II}(\theta) + T \delta_{ij} \delta_{1j} \quad (2)$$

Lze ukázat, že konstantní člen T je nenulový pouze pro normálové namáhání, představuje složku napětí σ_{xx} působící rovnoběžně s povrchem trhliny a označuje se jako T-napětí. Pro charakterizaci constraintu se běžně používá bezrozměrný parametr biaxiality B

$$B = \frac{T \sqrt{\pi a}}{K_I}, \quad (3)$$

kde a je odpovídající délka trhliny. Pro složky posuvů u_x , u_y v případě dvouparametrové lomové mechaniky pak platí

$$u_x = \frac{K}{E} (1+\nu) \sqrt{\frac{r}{2\pi}} f_x(\theta) + (1-\nu^2) \frac{B}{E\sqrt{\pi a}} K r \cos \theta \quad (4a)$$

$$u_y = \frac{K}{E} (1+\nu) \sqrt{\frac{r}{2\pi}} f_y(\theta) - \nu(1+\nu) \frac{B}{E\sqrt{\pi a}} K r \sin \theta \quad (4b)$$

Použití dvouparametrové (lineárně-elastické) lomové mechaniky je založeno na základním předpokladu, podle kterého je lomové chování dvou těles identické, lze-li trhlinu v

obou případech charakterizovat stejnou hodnotou faktoru intenzity napětí (K_I , K_{II}) a navíc i stejnou hodnotou parametru popisujícího constraint, tj. T-napětí, případně parametru biaxiality B , např.[4].

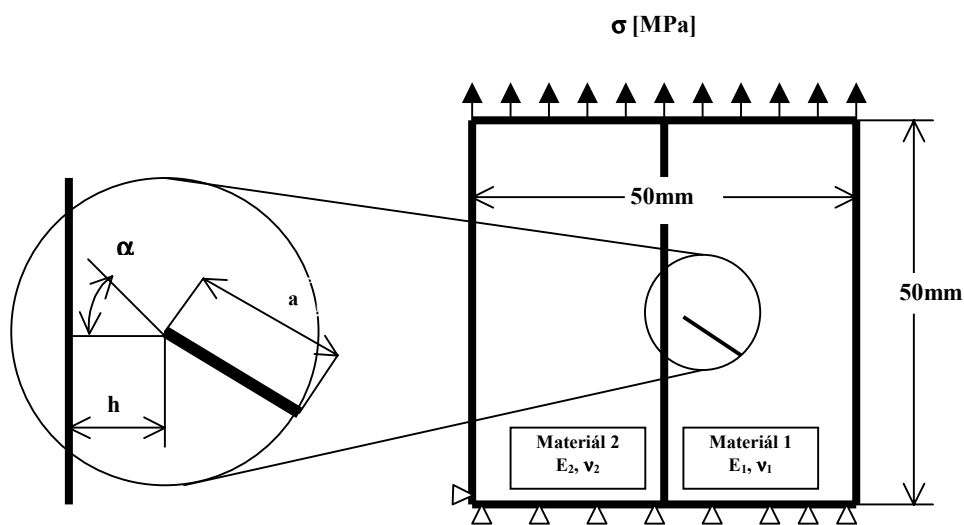
Postupy založené na metodice dvouparametrové lomové mechaniky eliminují vliv různé geometrie zkušebních těles na kritické hodnoty lomově-mechanických veličin (např. na lomovou houževnatost) a tím umožňují jejich přenos ze vzorků na konstrukce. Dvouparametrová lomová mechanika tedy obecně přispívá ke spolehlivějším odhadům životnosti konstrukcí. Základním předpokladem aplikací dvouparametrové lomové mechaniky je znalost parametru T - napětí.

Šíření dlouhých únavových trhlin v rámci dvouparametrové lineární elastické lomové mechaniky je popsáno např. v [2]. Aplikací dvouparametrové lomové mechaniky na šíření krátkých únavových trhlin nebyla doposud v literatuře věnována zvláštní pozornost.

3. VÝPOČTOVÝ MODEL A VÝSLEDKY

ZADÁNÍ A REALIZACE VÝPOČTŮ

Pro úplný popis chování trhliny v rámci lineární dvouparametrové lomové mechaniky je nezbytná znalost hodnot faktoru intenzity napětí K_I , K_{II} a T -napětí příp. faktoru biaxiality B . Výpočet těchto parametrů pro mikrostrukturálně krátkou únavovou trhlinu metodou konečných prvků pomocí systému ANSYS je obsahem této kapitoly. Výsledné veličiny K_I , K_{II} , T -napětí a B jsou studovány v závislosti na orientaci trhliny vůči materiálovému rozhraní pro různé hodnoty poměrů E_1 / E_2 . Pro srovnání jsou provedeny i výpočty modelující dlouhou trhlinu.



Obr. 1. Numerický model krátké trhliny

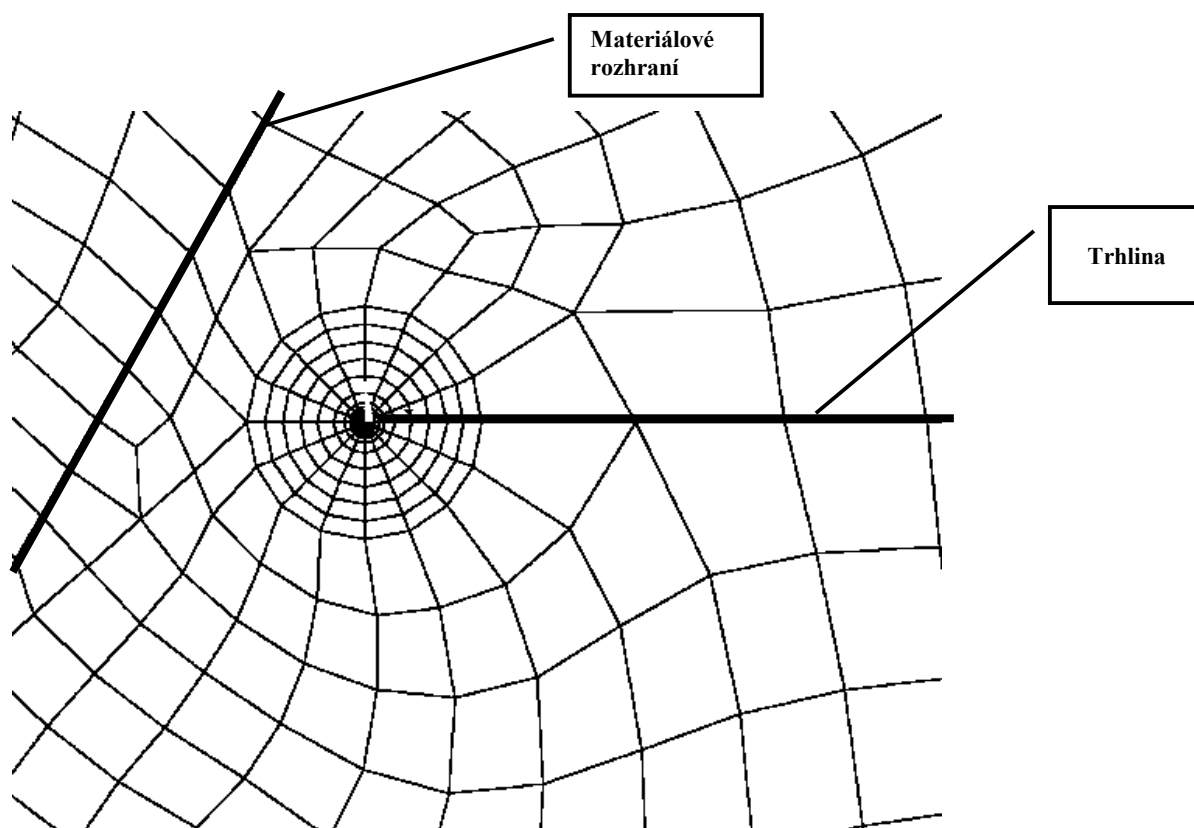
Hranici zrna v materiálu budeme modelovat jako rozhraní mezi dvěma různými elastickými materiály 1 a 2. Mikrostrukturální krátkou trhlinu budeme pak modelovat jako trhlinu, která se nachází v blízkosti materiálového rozhraní. Vzhledem k tomu, že nás zajímá vliv rozhraní, orientace trhliny a délky trhliny na veličiny charakterizující rozdělení napětí v okolí vrcholu trhliny, lze pro sledované cíle použít modelu, který je uveden na obr.1. Uvedená konfigurace odpovídá trhlině v nekonečně velkém bi-materiálovém tělese a uspokojivě modeluje vliv hranice zrna na hledané charakteristiky.

Pro jednoduchost budeme dále předpokládat, že oba materiály jsou charakterizovány poměrem E_1 / E_2 , kde E_1, E_2 jsou hodnoty Youngova modulu pro materiál 1 a 2, přičemž $E_1 = 2 \cdot 10^5$ MPa. Poissonova konstanta byla volena pro oba materiály stejná, tj. $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,33$. Poměry E_1 / E_2 použité pro výpočet nabývaly hodnot 1/3.5; 1/2.5; 1/2; 1/1.5; 1; 1.5; 2; 2.5; 3. Poznamenejme, že hodnota poměru E_1 / E_2 závisí na velikosti vzájemné disorientace jednotlivých materiálových zrn. Úhel α definující orientaci trhliny vzhledem k hranici zrna byl měněn od 0° do 90° s přírůstkem 10° . Délka trhliny nabývala hodnot 1; 1.5; 2; 3; 5; 8; 10 mm.

REALIZACE MODELU SYSTÉMEM ANSYS

Problém byl modelován jako rovinná úloha za podmínek rovinné deformace při použití prvků PLANE82. Osa trhliny a směr šíření sledovaného vrcholu k rozhraní zůstával při libovolné orientaci trhliny totožný s osou x globálního kartézského systému. Sledovaný kořen trhliny se nachází v počátku globálního souřadného systému. Tyto předpoklady umožňují jednodušší realizaci výpočetních postupů pro odhad velikosti T-napětí. Formulace okrajových podmínek je zřejmá z obr.1. Bi-materiálová hranice je modelována tak, že při přechodu z jednoho materiálu do druhého jsou složky posunuté a odpovídající komponenty tensoru napětí spojité.

Použitá síť s detailem uspořádání elementů v okolí vrcholu trhliny je znázorněna na obr. 2. Pro generaci odpovídajících sítí byl použit preprocesor systému ANSYS [5].



Obr. 2. Detail uspořádání elementů v okolí kořene trhliny

VÝPOČETNÍ POSTUP

a) Výpočet K_I a K_{II}

Pro výpočet hodnot faktorů intenzity napětí K_I a K_{II} byla použita standardní procedura systému ANSYS KCALC a navíc byly hodnoty K_I pro trhlinu kolmou k rozhraní počítány s použitím J-integrálu.

b) Výpočet T - napětí

Pro výpočet T-napětí byla použita diferenční metoda [6,7], která vychází ze vztahu (složky napětí jsou vypočteny pro $\theta = 0$)

$$T = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \quad (5)$$

Hodnota T-napětí byla získána extrapolací lineární části závislosti pro $r \rightarrow 0$.

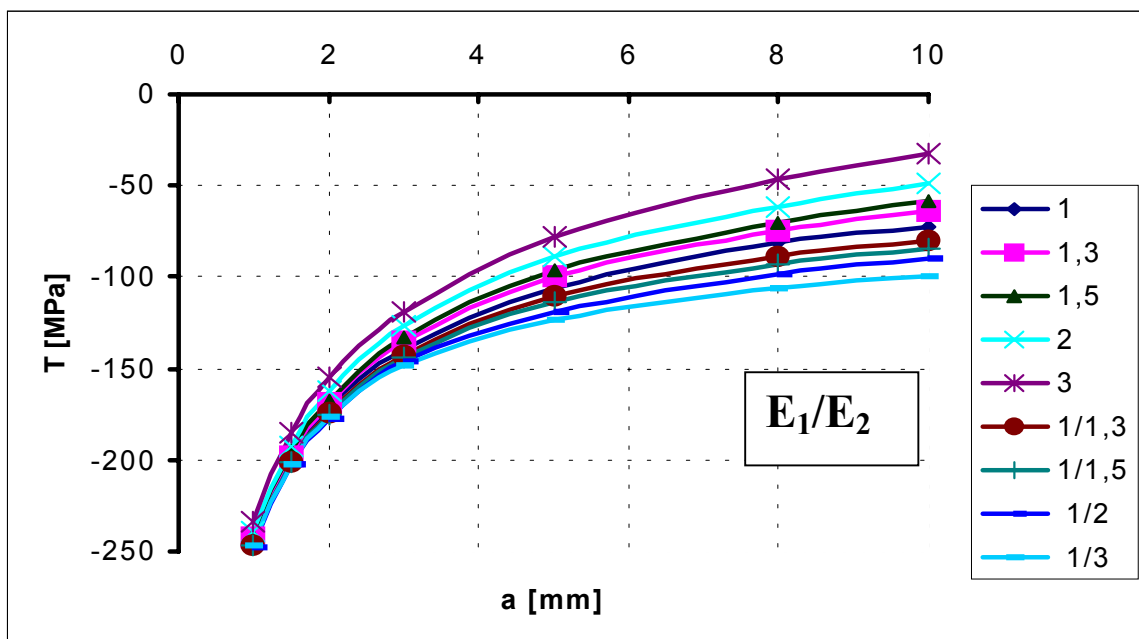
Přesnost řešení byla testována pro případ homogenního tělesa (tj. pro $E_1 = E_2$) srovnáním numericky vypočtených hodnot K_I , K_{II} , T a případně B s příslušnými hodnotami těchto veličin získanými na základě analytických výrazů. V případě existence rozhraní (tj. pro nehomogenní prostředí) byla sledována závislost vypočtených veličin na hustotě použité sítě MKP. Použitá síť MKP byla navržena tak, aby její další zjemňování v okolí vrcholu trhliny již nemělo vliv na vypočtené hodnoty ve všech případech materiálových studovaných materiálových poměrů E_1/E_2 . Velikost oblasti modelující těleso je volena tak, aby pro všechny studované délky trhliny bylo možno vždy těleso považovat za nekonečně velké. Tím je vyloučena závislost výsledků na geometrii tělesa.

4. VÝSLEDKY

Hlavním cílem výpočtů bylo odhadnout velikost constraintu (charakterizovaného hodnotou T-napětí) pro krátké únavové trhliny mikrostrukturálního typu v závislosti na poloze a orientaci trhliny vzhledem k materiálovému rozhraní. Materiálové rozhraní je charakterizováno poměrem odpovídajících hodnot Youngových modulů pružnosti E_1/E_2 . V výpočtovém modelu byla volena délka krátké trhliny 1 mm. Hlavní získané výsledky jsou prezentovány na obr. 3 - 5.

Na obr.3 jsou uvedeny výsledky výpočtů hodnoty T-napětí pro různé délky trhliny a . Výpočet odpovídá trhlíně kolmé na rozhraní a normálovému módu namáhání. Délka trhliny se mění v intervalu 1 - 10 mm a prezentované výsledky odpovídají vrcholu trhliny, který je bližší materiálovému rozhraní. Vzdálenost tohoto vrcholu od rozhraní byla volena 1 mm a ve všech případech je stejná. Vnější aplikované namáhání bylo voleno tak, aby ve všech případech (tj. pro všechny délky trhliny a všechny studované hodnoty poměru E_1/E_2) byla hodnota faktoru intenzity napětí K_I konstantní. Pro kratší délky trhliny jsou tedy hodnoty vnějšího namáhání větší. V případě míjivého cyklu bude $K_I = \Delta K_I$, kde ΔK_I je odpovídající hodnota rozkmitu faktoru intenzity napětí. Za předpokladů platnosti lineární elastické lomové mechaniky (což odpovídá dlouhým trhlínám šířícím se v podmínkách vysokocyklové únavy) je ΔK_I veličinou, která určuje rychlost šíření únavové trhliny a platí $da/dN = C \Delta K_I^m$, (6)

kde C a m jsou materiálové parametry. Podle těchto předpokladů bude tedy rychlost šíření únavové trhliny pro všechny délky uvedené v obr.3 stejná a bude dána vztahem (6), kde $\Delta K_I = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$.



Obr. 3. Závislost T napětí na délce trhliny a . Výpočet je proveden pro konstantní hodnotu $K_I = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$

V případě dvouparametrové lomové mechaniky je rychlost šíření únavové trhliny určena hodnotami obou parametrů, tj. ΔK_I a T a platí [2]

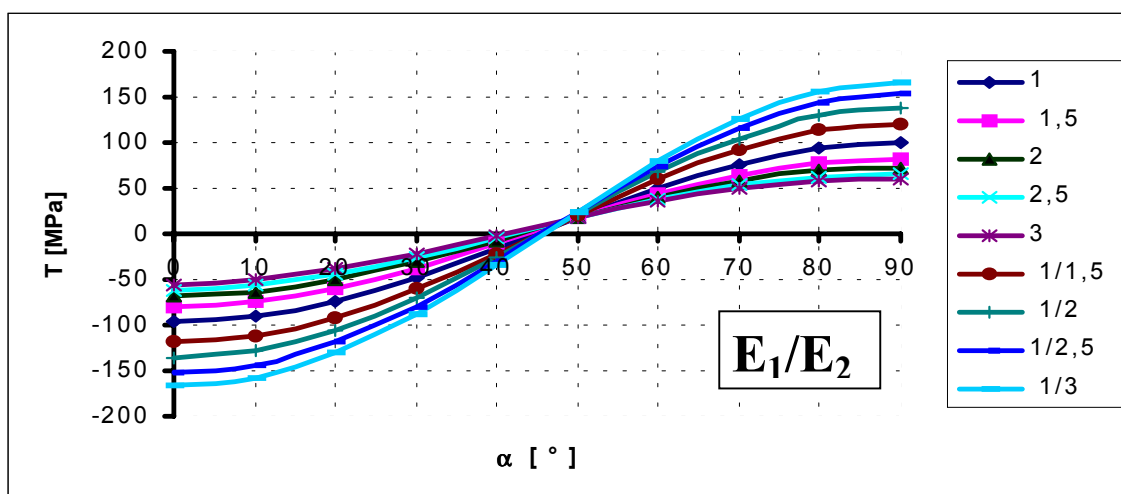
$$da/dN = C \Delta K_{\text{eff}}^m, \quad (7)$$

kde

$$K_{\text{eff}}(T) = K_I(T=0) \lambda(T/\sigma_0), \quad (8)$$

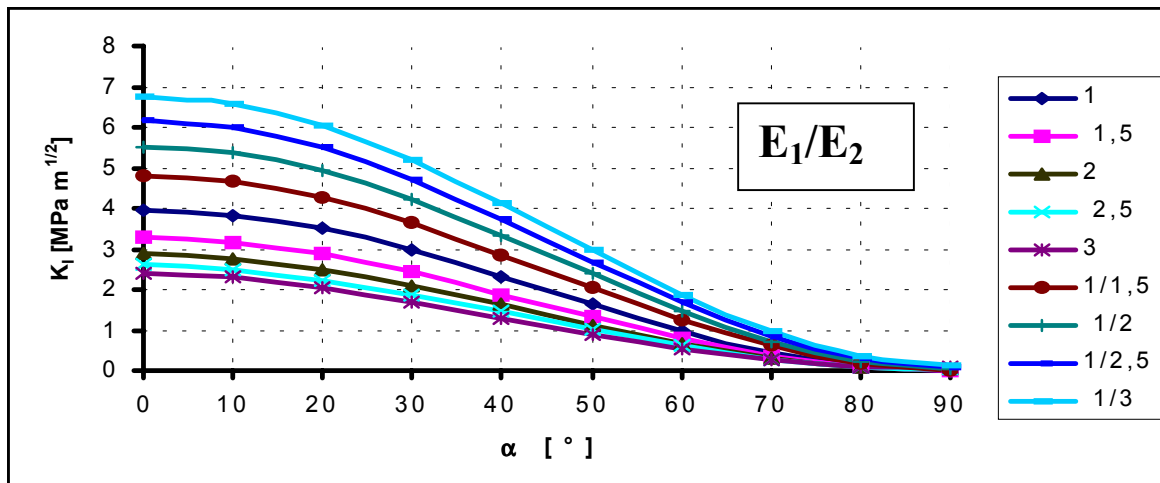
$$\lambda(T/\sigma_0) = -0.8517 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right)^3 + 0.5239 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right)^2 - 0.3047 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right) + 1, \quad (9)$$

kde σ_0 je mez kluzu.



Obr. 4. Závislost T -napětí na orientaci krátké trhliny vzhledem k materiálovému rozhraní. Hodnota aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl}} = 100 \text{ MPa}$.

Z obr.3 vyplývá poměrně silná závislost hodnot T-napětí na délce trhliny a to zejména v oblasti krátkých trhlín. V použitém modelu je krátká trhlina definována jako trhlina, jejíž délka je srovnatelná se vzdáleností h jejího bližšího vrcholu od rozhraní. V našem případě je $h = 1$ mm. Poznamenejme, že pro homogenní těleso a délku trhliny $a \rightarrow 0$ je $T = -\sigma_{\text{appl}}$. Pro změnu rychlosti šíření únavové trhliny vlivem constraintu je tedy rozhodující poměr T/σ_0 .

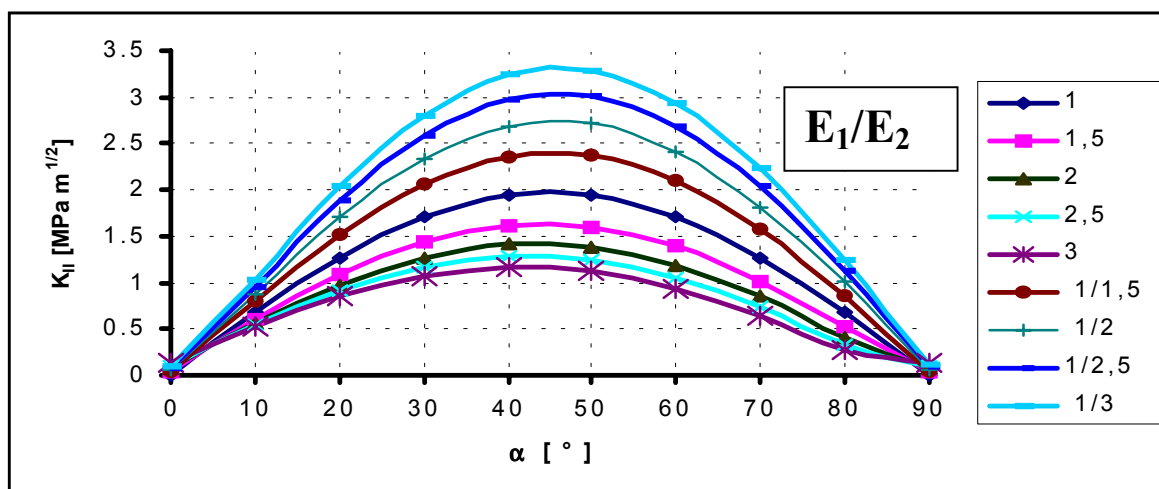


Obr. 5a. Závislost hodnot K_I na orientaci krátké trhliny vzhledem k materiálovému rozhraní. Hodnota aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl}} = 100$ MPa.

Rozdíl mezi rychlostí šíření krátké a dlouhé únavové trhliny pak může být v důsledku změny constraintu až 100%.

Na obr. 4 a 5 jsou uvedeny hodnoty faktoru intenzity napětí K_I , K_{II} a T-napětí pro případ krátké trhliny délky $a = h = 1$ mm v závislosti na úhlu orientace trhliny vzhledem k rozhraní. Pro výpočet byla volena hodnota aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl}} = 100$ MPa. Z obrázku 4 je patrna závislost hodnoty T-napětí na orientaci trhliny a na poměru elastických konstant E_1/E_2 . Je zřejmé, že v závislosti na natočení trhliny vzhledem k rozhraní lze rozlišit dva případy:

(a) odpovídající hodnota T-napětí je záporná (pro úhel $\alpha < 45^\circ$) a tedy dochází ke zvýšení rychlosti šíření únavové trhliny,



Obr. 5b. Závislost hodnot K_{II} na orientaci krátké trhliny vzhledem k materiálovému rozhraní. Hodnota aplikovaného napětí $\sigma_{\text{appl}} = 100$ MPa.

(b) hodnoty T - napětí jsou kladné a dochází ke zpomalení rychlosti šíření.

Poznamenejme dále, že v obou případech závisí velikost T - napětí i na poměru E_1/E_2 . Vliv E_1/E_2 na rychlost šíření lze posoudit srovnáním s případem $E_1 = E_2$ tj. s homogenním tělesem. Změna hodnot faktoru intenzity napětí K_I a K_{II} vlivem změny orientace trhliny vzhledem k rozhraní (nebo ekvivalentně vzhledem k směru působení aplikovaného napětí) je uvedena na obr.5. Rychlost šíření únavové trhliny závisí opět na K_I , K_{II} a T .

5. ZÁVĚR

Dvouparametrová lomová mechanika byla aplikována pro popis rychlosti šíření krátkých únavových trhlin mikrostrukturálního typu. Pro výpočet T -napětí byl navržen numerický model. Hranice zrn byla simulována rozhraním dvou různých elastických materiálů. Odpovídající výpočty byly provedeny pomocí metody konečných prvků. Základní dosažené výsledky lze formulovat takto:

- (1) Na základě navrženého modelu byly určeny hodnoty K_I , K_{II} a T - napětí pro mikrostrukturálně krátkou únavovou trhlínu. Veličiny byly vypočteny v závislosti na poloze a orientaci trhliny vzhledem k hranici zrna.
- (2) Byl studován vliv T - napětí na rychlost šíření krátkých mikrostrukturálních únavových trhlin. Výsledky vedou k závěru, že rychlost šíření těchto trhlin se mění v širokém spektru hodnot v závislosti na poloze a orientaci trhliny vzhledem k hranici zrna.
- (3) Získané výsledky lze použít k vysvětlení některých anomálií v chování krátkých únavových trhlin.

Poděkování

Tento výzkum byl prováděn v rámci grantu GA ČR č. 106/99/1173 “Aplikace dvouparametrové lomové mechaniky na šíření únavových trhlin”

5. LITERATURA

- [1] Suresh S.: Fatigue of Materials. Cambridge University Press, Cambridge 1998.
- [2] Knésl Z., Bednář K., Radon J.: Influence of T -stress on the rate of propagation of fatigue cracks. Odesláno do Physical Mesomechanics
- [3] Anderson T.L.: Fracture mechanics Fundamentals and Applications Second Edition, CRC Press, 1995.
- [4] Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1171, ASTM STP 1244, Philadelphia 1993, 1994.
- [5] Ansys Release 5.5.3. Ansys, Inc., 1998.
- [6] Yang B., Ravi-Chandar K.: Evaluation of elastic T - stress by the stress difference method, Engineering Fracture Mechanics 64, 1999, pp. 589-605
- [7] Seitzl S., Bednář K., Knésl Z.: Výpočet T -napětí v případě mikrostrukturně krátkých únavových trhlin, Výpočtová mechanika 2000, Nečtiny, 2000, 381-388.