



## IDENTIFIKATION OF CARBON STEEL CONSTITUTIVE EQUATIONS IN THE SEMI-SOLID STATE

R. Řídký, P. Kotrbáček\*

**Summary:** This paper is concerned with the investigation of constitutive equations of carbon steel in the semi-solid state. The semi-solid state forging is one of the near net-shape forging processes in which the final part is made at the temperature between the liquids and solids by loading the materials. The constitutive equation we have chosen from the library in the program code LS-DYNA. This program and ANSYS are used for numerical simulations and optimization. The work includes description and results of numerical simulations and of experimental tests.

### 1. INTRODUCTION

Tváření materiálů je jeden z nejstarších procesů, technologicky zvládnutých již v době, kdy nebyly známy teoretické základy. S rozvojem techniky byly objeveny nové postupy, které umožnily dosažení lepších kvalit výsledného produktu. Existují zde však reálné omezující faktory. Jedním z nich je požadovaná pevnost a odolnost nástroje. Dalším je možnost porušení tvářeného materiálu při velkých deformacích nebo u materiálů špatně tvářitelných. U uhlíkových ocelí se tvářecí teploty blíží až k 1300 °C. Výhodou je nejen malý přetvárný odpor, ale i zjemňování struktury a dynamické změkčování. Avšak stále relativně neznámá je oblast polotekutého stavu kovu. Zde je chování odlišné jak od tekutého, tak tuhého stavu. V teplotním pásmu polotekutého kovu se prostředí mění progresivně od oblasti čistě tuhé (křivka solidu), až po oblast čistě tekutou (křivka likvidu). Tak jak se mění složení těchto dvou fází, mění se reologie materiálu a tím i fyzikální rovnice, které ho popisují.

### 2. FORMULACE A CÍLE ŘEŠENÉHO PROBLÉMU

Cílem řešení, je prozkoumat chování materiálu při tváření za teplot pohybujících se v rozmezí mezi křivkami solidu a likvidu (obr.1) a najít takový matematický model (konstitutivní vztah) a jeho materiálové konstanty tak, aby byl vhodný pro popis materiálu za tohoto stavu. Proto byl navržen experimentální program, který má ověřit vliv následujících faktorů:

- vliv obsahu tuhé a tekuté fáze na zatěžovací sílu při tváření,
- vliv rychlosti zatěžování na zatěžovací sílu při tváření.

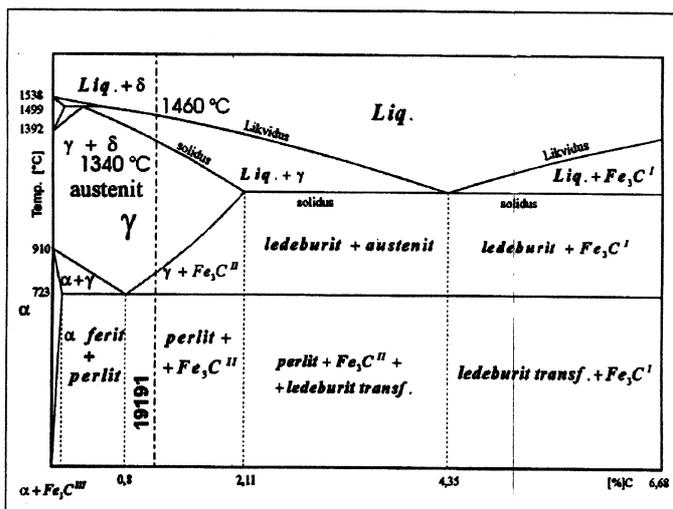
---

\* Ing. Radek Řídký: Ústav mechaniky těles, VUT FSI Brno, Technická 2, 616 69 Brno; E-mail: 7ridky@umtn.fme.vutbr.cz

Ing. Petr Kotrbáček: Letecký ústav, Laboratoř proudění a přenosu tepla, VUT FSI Brno, Technická 2, 616 69 Brno; E-mail: kotr@email.cz

Měření a výpočty budou provedeny nejprve pouze pro jeden typ materiálu. Zvoleným materiálem byla nástrojová uhlíková ocel 19 191. Jedná se o ocel s nízkým obsahem přísad, což umožňuje bližší studium jejích vlastností s pomocí rovnovážného metastabilního binárního diagramu Fe-C. Teplotní interval mezi křivkou solidu a likvidu, pro danou ocel, je 120 °C.

Křivka závislosti síla-poloha při konstantní teplotě a rychlosti zatěžování je výsledkem každého měření. Ta dále slouží jako vstup do numerické simulace (s využitím optimalizačního algoritmu) pro zjišťování materiálových konstant do zvoleného matematického modelu.



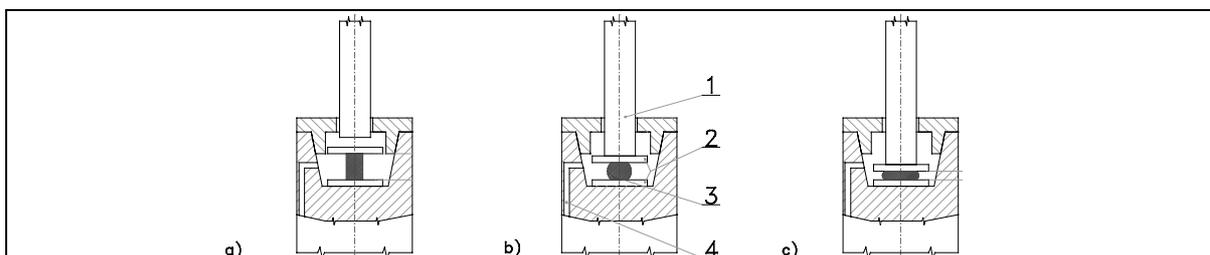
Obr. 1: Diagram Fe-C.

### 3. EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ

#### 3.1. Experimentální zařízení

Základ zařízení tvoří trhací stroj INSTRON. Do zatěžovacího rámu byla navržena a vyrobena pec, která slouží k ohřátí vzorku na požadovanou teplotu. K izolaci pece je použita vláknitá keramická vata s klasifikační teplotou 1600 °C. Vzhledem k požadovaným teplotám bylo nutné použít topné elementy z materiálu SUPERKANTHAL. Šest odporových topných článků je napájeno z transformátoru přes tyristorovou regulační jednotku, která je ovládána programovatelným regulátorem. Teplota je snímána pomocí dvou termočlánků PtRh-Pt 13 umístěných v těsné blízkosti ocelového vzorku. Vlastní vzorek oceli je umístěn v ose pece na bloku ze žarobetonu.

#### 3.2. Pěchovací zkouška



Obr. 2: Pěchovací zkouška za teplot odpovídajících natavení vzorku:

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| a) výchozí poloha nástroje (T = konst.; v = 0)         | 1) žarobetonový nástroj     |
| b) pěchování zkušební válečku (T = konst.; v = konst.) | 2) keramické destičky       |
| c) konečná poloha nástroje (T = konst.; v = 0)         | 3) zkušební váleček         |
|  | 4) přívod inertní atmosféry |

Experimentální vzorek pro pēchovací zkoušku je vyobrazen na obrázku 2a) (foto 1). Poměr průměru válečku k výšce válečku odpovídá vztahu  $v/d_0 = 1,6$ . Zkušební váleček je umístěn na korundové vysoceslynuté keramické destičce s broušeným povrchem. Masivní podpěra pod vzorkem je vyrobena ze žárobetonu, kterým je přiváděna ochranná atmosféra přímo ke vzorku oceli. Tvářecí nástroj je vyroben také ze žárobetonu a přes druhou korundovou destičku zatěžuje zkušební váleček (viz obr. 2b).

### 3.3. Postup při pēchovací zkoušce

- zkušební váleček je umístěn do pece a v inertní atmosféře je ohřát na požadovanou teplotu ( $T = 1405 \text{ }^\circ\text{C} \sim 30 \%$  likvidu)
- je nastavena rychlost pohybu nástroje (rychlost pēchování  $v = 0,5; 5; 10;$  a  $20 \text{ cm/min.}$  )
- zkušební váleček je pēchován zvolenou rychlostí a jsou snímány údaje o okamžité poloze nástroje a okamžitě síle působící na nástroj (viz obr. 2b). Uvedený systém snímání síly a polohy umožňuje současný přenos obou údajů do počítače.
- vzorek je zdeformován na  $1/3$  původní délky (foto 2) a po vypnutí posuvu nástroje je měřeno odpevnění zkušební válečku (obr. 2c)
- pohyb je reverzován a nástroj je přesunut do výchozí polohy
- měření je opakováno pro jinou pēchovací rychlost nebo jinou teplotu



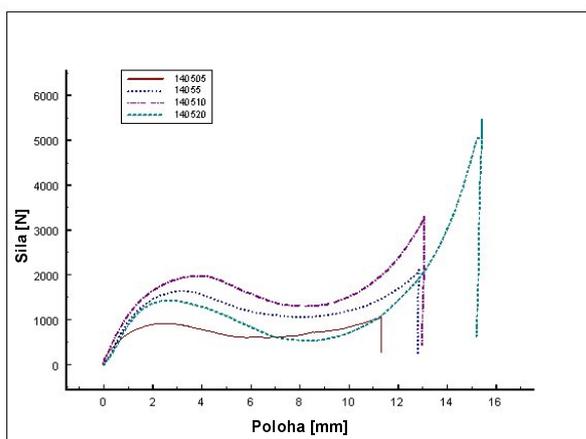
Foto 1: zkušební vzorek mezi korundovými disky



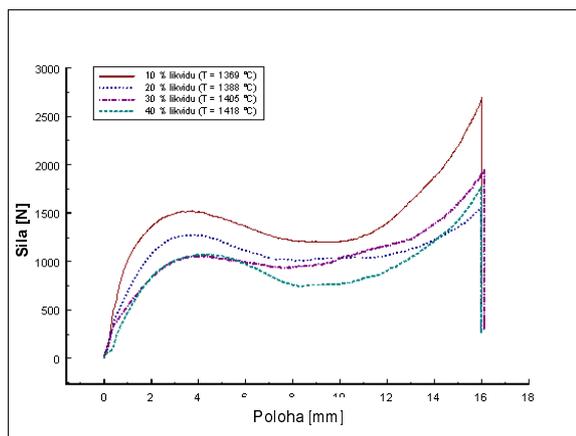
Foto 2: zkušební vzorek po pēchovací zkoušce  $T = 1405 \text{ }^\circ\text{C}$

### 3.4. Výsledky experimentů

Byly provedeny dvě série experimentů, které měly zjistit vliv rychlosti zatěžování na sílu potřebnou ke spēchování experimentálního válečku. V první sérii byly provedeny čtyři měření pro čtyři různé rychlosti pēchování ( $0,5 \text{ cm/min.}, 5 \text{ cm/min.}, 10 \text{ cm/min.}$  a  $20 \text{ cm/min.}$ ). viz. obr. 3.



Obr.3: Závislost zatěžovací síly na poloze nástroje během pēchovacího testu za konstantní teploty  $1405 \text{ }^\circ\text{C}$  pro rychlosti zatěžování  $0,5; 5; 10;$  a  $20 \text{ cm/min.}$



Obr.4: Závislost zatěžovací síly na poloze nástroje během pēchovacího testu při konstantní rychlosti zatěžování  $0,5 \text{ cm/min.}$  pro obsahy tekutých fází  $10\%, 20\%, 30\%$  a  $40\%$ .

Druhá série experimentů měla zjistit vliv teploty a tím i obsahu tekuté fáze na pēchovací sílu (Obr.4.). Byly provedeny čtyři pēchovací experimenty při teplotách 1369 °C (10 % likvidu), 1388 °C (20% likvidu), 1405 °C (30 % likvidu) a 1418 °C (40 % likvidu), viz. obr. 4. Při pozorování naměřených závislostí síla-poloha u pēchovací zkoušky je patrné, že velice zajímavým jevem je výrazný pokles síly v průběhu zatěžování. Dalším zajímavým efektem je odpevnění materiálu bezprostředně po ukončení zatěžování kdy síla velmi rychle klesá z maximální hodnoty na zhruba pětinu. Využití tohoto efektu v praxi by mohlo vést ke značnému snížení deformační energie ve srovnání se stávajícími postupy. Též dynamické odpevnění při rychlostech 20 cm/min. je velice zajímavý jev projevující se při pēchování oceli v polotekutém stavu.

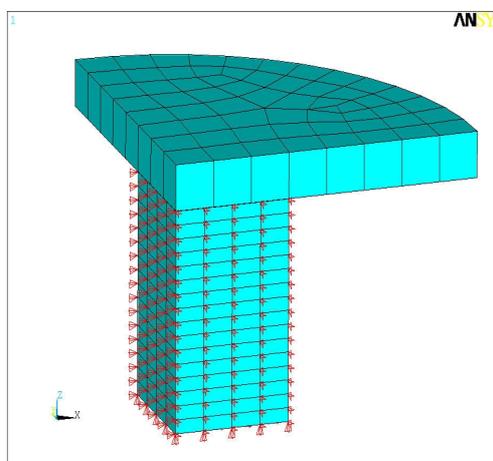
## 4. VÝPOČTOVÁ ČÁST

Numerická simulace byla prováděna v programových systémech **LS-DYNA** verze 950 a **ANSYS/LS-DYNA** verze 5.6.3.

Při modelování geometrického modelu (dále jen FE modelu) bylo využito symetrie geometrie, okrajových podmínek i zatížení (Obr.5.). FE model byl vytvořen jako osmina skutečné geometrie viz obr. Pro vytvoření sítě byl použit typ elementu **SOLID 164**. Je to lineární element s následujícími stupni volnosti v každém uzlu: posuv ( $u_x, u_y, u_z$ ), rychlost ( $v_x, v_y, v_z$ ) a zrychlení ( $a_x, a_y, a_z$ ). Tento typ elementu je použitelný pouze pro explicitní metody řešení.

Okrajové podmínky byly na FE model zadávány v rovinách symetrie. V rovině  $x-y$  byl omezen posuv ve směru osy  $z$ , v rovině  $x-z$  byl omezen posuv ve směru osy  $y$ , v rovině  $y-z$  byl omezen posuv ve směru osy  $x$ .

Z důvodů dlouhých výpočtových časů byly použity FE modely o co nejmenším počtu elementů. Po odladění materiálu a optimalizačního algoritmu budou použity modely s jemnější sítí.



Obr.5 FE model

### 4.1. Materiál

Materiál ve výpočtovém kódu LS-DYNA je možné vybírat ze 134 z dosud popsáných materiálových charakteristik. Kriteria podle nichž byl výběr prováděn jsou následující:

- Vybrat materiály, které jsou vhodné pro výpočty oceli a plasticity. Některé z vybraných materiálů jsou schopné popisovat i hydrodynamické děje.
- Z těchto materiálů byly dále vybírány ty, které mají do matematického modelu zahrnuté:
 

a) Rychlosti přetvoření	c) Teplotní efekt
b) Velikost přetvoření	d) Porušování během zatěžování

Aby bylo možné obecně popsat chování materiálu při tváření za takto vysokých teplot musí být změna rychlosti deformace explicitně zadávána do této materiálové charakteristiky.

Výše uvedeným kritériím vyhovují tyto materiálové modely:

**Johnson and Cook Plasticity Model** - tento model nazývaný též viskoplastický model, zahrnuje závislost na rychlosti deformace a adiabatickou závislost na teplotě.

Je popsán následujícím vztahem:

$$\sigma_y = (A + B\varepsilon_p^n)[1 + c \ln(d\varepsilon_p / d\varepsilon_0)][1 - [(T - T_0)/(T_m - T_0)]^m]$$

kde **A**, **B**, **C**, **n**, **m** jsou konstanty materiálu,  $\varepsilon_p$  je měrné plastické přetvoření,  $d\varepsilon_p$  je rychlost měrného plastického přetvoření, **T** je teplota materiálu,  $T_0$  je počáteční teplota materiálu,  $T_m$  je teplota tavení materiálu.

První člen ve vztahu Johnson and Cook popisuje závislost meze kluzu na plastickém přetvoření, druhý člen závislost meze kluzu na rychlosti plastického přetvoření a třetí člen závislost meze kluzu na teplotě materiálu.

Porušování při deformaci je popsáno rovnicí

$$\varepsilon^f = [D_1 + D_2 \exp D_3 \sigma^*][1 + D_4 \ln \varepsilon^*][1 + D_5 T^*]$$

kde  $D_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$  jsou vstupní konstanty a  $\sigma^*$  je poměr tlaku a efektivního napětí:

$$\sigma^* = \frac{p}{\sigma_{eff}}$$

Při výpočtu začíná docházet k porušování, jestliže parametr porušení

$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon^{-p}}{\varepsilon^f}$$

dosahuje hodnoty 1.

**Steinberg: Elastic-Plastic With Thermal Softening** - tento materiálový model byl vyvinut pro výskyt plasticity při vysokých rychlostech deformace ( $10^5 \text{ s}^{-1}$ ), se zahrnutím porušování, jestliže napětí způsobené deformací dosáhne maximální hodnoty.

Modul ve smyku **G** a napětí v kluzu  $\sigma_y$  rostou s tlakem, ale klesají s teplotou. Modul ve smyku před porušením materiálu je dán vztahem

$$G = G_0 [1 + bpV^{1/3} - h(\frac{E - E_c}{3R'} - 300)]e^{-\frac{fE}{E_m - E}}$$

kde **G**<sub>0</sub>, **b**, **h**, a **f** jsou vstupní parametry, **E**<sub>c</sub> je energie stlačení za studena:

$$E_c(X) = \int_0^x p dx - \frac{900R' \exp(ax)}{(1 - X)^{2(\gamma_0 - a - 1/2)}}$$

kde

$$X = 1 - V,$$

a  $E_m$  je energie tavení:

$$E_m(X) = E_c(X) + 3R'T_m(X)$$

která je funkcí teploty tavení  $T_m(X)$ :

$$T_m(X) = \frac{T_{m0} \exp(2aX)}{(1-X)^{2(\gamma_0 - a - 1/3)}}$$

a  $T_{m0}$  je teplota tavení při  $\rho = \rho_0$ . Konstanty  $\gamma_0$  a  $a$  jsou vstupní parametry,  $R'$  je definováno

$$R' = \frac{R\rho_0}{A}$$

kde  $R$  je plynová konstanta a  $A$  je atomová hmotnost. Napětí meze kluzu  $\sigma_y$  je dáno rovnicí:

$$\sigma_y = \sigma'_0 \left[ 1 + b' p V^{1/3} - h \left( \frac{E - E_c}{3R'} - 300 \right) \right] e^{-\frac{fE}{E_m - E}}$$

Když  $E_m$  překročí  $E_i$ , je  $\sigma'_0$  dáno rovnicí

$$\sigma'_0 = \sigma_0 [1 + \beta(\gamma_i + \varepsilon^{-p})]^n$$

kde  $\gamma_i$  je počáteční plastická deformace, a  $b'$  a  $\sigma'_0$  jsou vstupní parametry. Jestliže  $\sigma'_0$  překročí  $\sigma_{\max}$ , maximální přípustnou hodnotu, dochází k porušení.

Pro řešení daného problému byl vybrán Johnson and Cook plasticity model. Tato volba byla provedena z jednoho prostého důvodu. Protože bylo snahou použít optimalizační algoritmus pro zjišťování materiálových konstant a programový systém ANSYS/LS-DYNA verze 5.6 neobsahuje druhý z uvedených materiálových modelů.

## 4.2. Optimalizační algoritmus

Pro identifikaci materiálového modelu bylo využito optimalizačního algoritmu, který obsahuje programový kód ANSYS.

Účelem optimalizačních metod je minimalizovat objektivní funkci  $F(X)$ , na základě stavových proměnných  $G(X)$  a  $H(X)$ . Pro řešení byla využita metoda nazývaná SUBPROBLEM APPROXIMATION METHOD.

Objektivní funkce je nahrazena následující aproximací:

$$F(X) = F'(X) + error$$

kde

$$F' = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2 + \dots + B_1 X_1^2 + B_2 X_2^2 + \dots + C_{12} X_1 X_2 + \dots$$

Podobně pro  $G(X)$  a  $H(X)$ .

Pro náš případ byla jako objektivní funkce zvolena celková chyba vyjádřená následujícím vztahem:

$$s = \sum_{i=1}^n [E_i - F_i]^2$$

kde  $E_i$  jsou vypočtené hodnoty,  $F_i$  jsou hodnoty zjištěné z experimentu. Snahou je, aby se velikost celkové chyby blížila rovno 0. Za stavové proměnné byly voleny absolutní hodnoty rozdílů naměřených a vypočtených hodnot  $|E_i - F_i|$  ve vybraných místech.

### 4.3. Výsledky měření a závěr

Pro prvotní otestování materiálu byly zvoleny vstupní materiálové konstanty v těchto intervalech:

$$A = (1500 - 500) \text{ MPa}$$

$$B = (500 - 1) \text{ MPa}$$

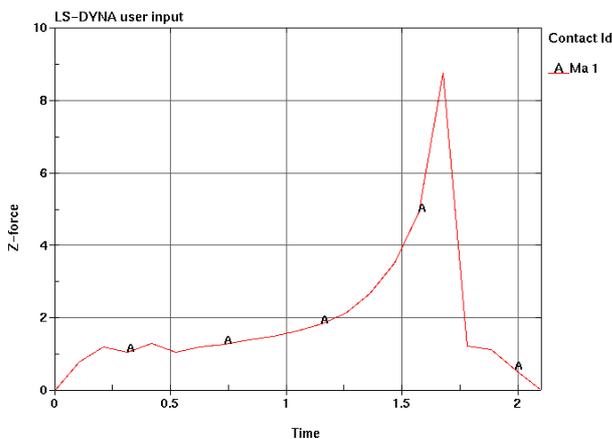
$$C = (0.22 - 0.001)$$

$$n = (0.011 - 0.00001)$$

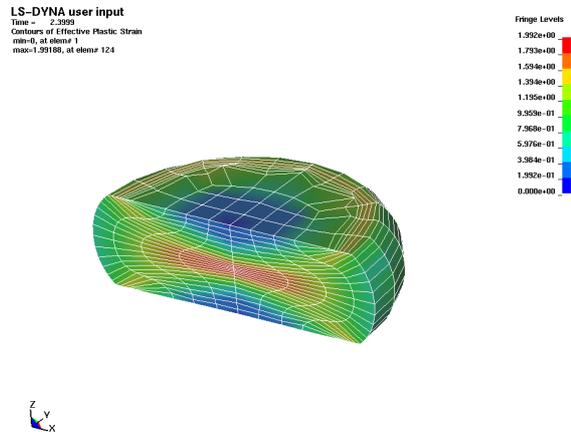
$$m = (1.07 - 0.002)$$

Byla provedena citlivostní analýza na zjištění vlivu jednotlivých konstant, zadávaných do daného vztahu a provedeny prvotní testovací výpočty (obr.6 a obr.7). Výpočet byl prozatím proveden pouze pro jednu teplotu, odpovídající 10% obsahu tekuté fáze. Po otestování řešeného problému byl daný vztah použit v optimalizačním algoritmu, kde byly zjištěny tyto materiálové konstanty:

$$A = 0.53802 \text{ MPa}, B = 0.030915 \text{ MPa}, C = -0.003895, N = 8.48, M = 0.0086512$$

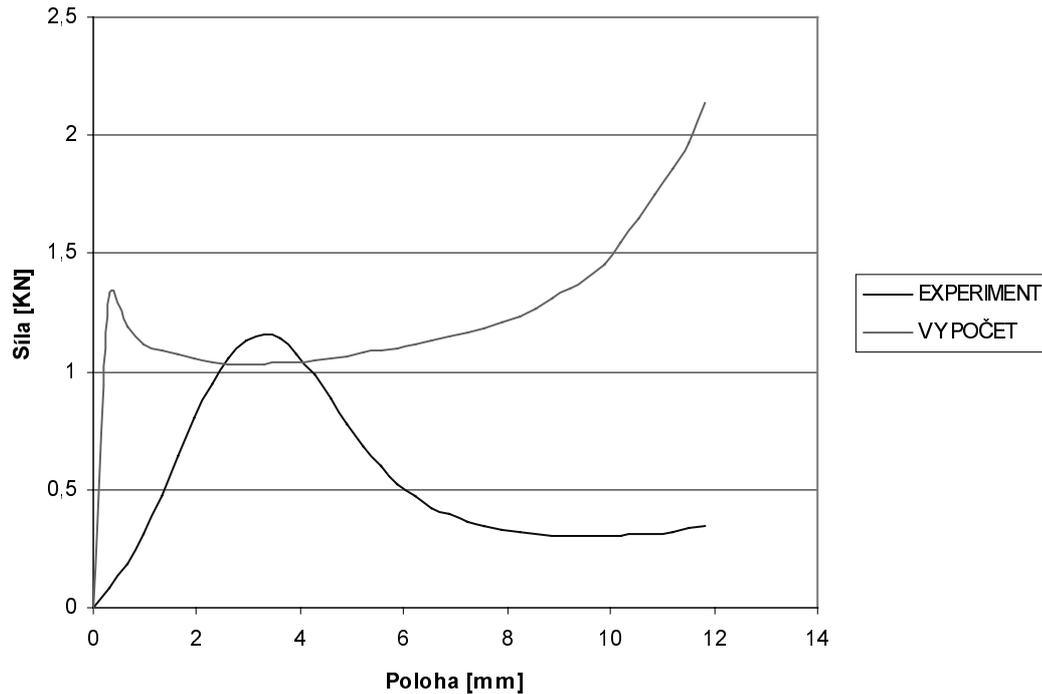


**Obr.6.** Závislost síly na čase - testovací výpočet



**Obr.7.** Plastické přetvoření na deformovaném vzorku bez porušování

Na obr.8 jsou vyneseny průběhy sil na čase pro hodnoty zjištěné z optimalizace a z experimentálního měření. Protože byly tyto hodnoty zjišťované pro různé rychlosti zatěžování, nelze úplně tyto závislosti srovnávat. Z první poloviny grafu je patrné, že numerická simulace byla prováděna pro daleko vyšší rychlosti zatěžování. Tento rozdíl bude odstraněn použitím menších rychlostí. Ve druhé polovině je patrné rozcházení výsledků experimentu a výpočtového modelování. Toto může být způsobeno tím, že ve skutečnosti dochází k porušování daného vzorku. Proto další snahou bude snížit



**Obr.8.** Závislost zatěžovací síly na čase během zatěžování vzorku pro tyto hodnoty materiálových konstant zjištěných z optimalizačního algoritmu:  
 $A = 0.53802 \text{ MPa}$ ,  $B = 0.030915 \text{ MPa}$ ,  $C = -0.003895$ ,  $N = 8.48$ ,  $M = 0.0086512$

rychlost zatěžování a zahrnout do numerické simulace porušování. S tím samozřejmě souvisí i použití FE modelu s jemnější sítí.

Kromě otestování a zjištění vstupních konstant do materiálového modelu Johnson and Cook, pro široký rozsah teplot, bychom chtěli otestovat i další materiálové modely, které by vyhovovaly k popisu chování uhlíkové oceli, při tváření v polotekutém stavu.

## 5. LITERATURA

1. Alexandrou, Andreas N. - Burgos, Gilmer R. - Entov, V.: *Two-phase model for processing materials in semisolid state*, Light Metals, Proceedings of Sessions, TMS Annual Meeting (Warrendale, Pennsylvania) 1998, Minerals, Metals & Materials Soc (TMS), Warrendale, PA, USA, p 1081-1086.
2. Chen, C. P. - Tsao, C. *On The crack formation of non-dendritic structure deformed in the semi-solid state*, International Journal of Materials & Product Technology v 12 n 4-6 1997, p 416-427.
3. KIUCHI, M. - SUGIZAMA, S.: *A new Process to Manufacture Semi-Solid Metals*, Proceedings of the Second Int. Conf., Eds Brown and Flemings, 1992, 43-65
4. LAXMANAN, V. - FLEMINGS, M. C.: *Deformation of Semi-solid Sn-15%Pb Alloy*, Metallurgical Transaction, Vol 11A, 1980.