

STABILITY ANALYSIS OF THE LONG JOURNAL BEARINGS

František POCHYLÝ, Eduard MALENOVSKÝ*

Summary: This contribution deals with numerical analysis of the stability of long journal bearings. The Navier - Stokes eq., continuity eq. and boundary conditions are used by the solution. Bézier body is used for approximation of liquid volume, velocity and pressure distribution. It is presented the new approach to the analysis of the SQUEEZE film dampers and journal bearings.

1. ÚVOD

Příspěvek se zabývá analýzou pohybu čepu v dlouhém kluzném ložisku, u kterého se předpokládá konstantní průběh tlakového a rychlostního pole podél osy ložiska. Vychází se z Navier – Stokesovy pohybové rovnice tekutiny, ke které dále přistupuje rovnice kontinuity a okrajové podmínky. Pro aproximaci objemu vyplněný tekutinou, stejně tak pro aproximaci rychlostí a tlaku je využito Bézierovo těleso. Přístup k řešení byl již v minulosti publikován a je uveden v řadě literárních pramenů, které jsou uvedeny v literatuře. Výpočtová analýza je doplněna exaktním řešením a je uvedeno řešení jednoduché modelové úlohy.

2. ANALÝZA POHYBU TEKUTINY

Pro předpoklad laminárního proudění mají pohybová rovnice, rovnice kontinuity a okrajové podmínky v Einsteinově sumační symbolice se zahrnutím konvektivních členů tvar (dolní index R značí to, že se jedná o celkové veličiny)

$$\rho \frac{\partial c_{R_i}}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (c_{R_i} c_{R_j}) - \eta \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial c_{R_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial c_{R_j}}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial p_R}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_{R_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$S: c_{R_i} = \varepsilon_{i3k} \omega y_k + z_{R_i}^* \quad \Gamma: c_{R_i} = 0 \quad (3)$$

Předpokládáme, že jak poloha středu hřídele, tak i rychlost a tlak jsou dány součtem stacionární a nestacionární části, pak pro polohu, rychlost a tlak platí

$$z_{R_j} = z_j(x_i) + v_j(x_i, t) \quad c_{R_j} = c_j(x_i) + w_j(x_i, t) \quad p_R = p(x_i) + \sigma(x_i, t) \quad (4)$$

Porovnáním členů u stacionárních a nestacionárních částí se obdrží soustava rovnic pro analýzu stacionárního a nestacionárního pohybu tělesa.

Stacionární pohyb tělesa

V pevném nerotujícím s.s. je statická poloha středu hřídele, který je zatížen statickou silou dán polohou středu hřídele. Kolem tohoto středu, jehož souřadnice jsou dány vektorem $\mathbf{z}_R$ rotuje hřídel

* Technical University of Brno, Faculty of Mechanical Engineering, Technická 2, 612 00 Brno, Czech Republic. E-mail: pochyl@khzs.fme.vutbr.cz. Tel +420541142335, Fax: +420541142876.

úhlovou rychlostí ω . Pro zadávání okrajových podmínek je důležité specifikovat rychlosti tělesa a tekutiny na tomto okraji. Pro reálnou tekutinu jsou zde rychlosti tekutiny a tělesa stejné. Pro polohu bodů na okraji hřídele v pevném nerotujícím ss. platí

$$x_i = z_{R_i} + y_i \quad (5)$$

Pro analýzu pohybu tekutiny je zvolena metoda kontrolních objemů [2, 4, 8]. Po integraci pohybové rovnice a rovnice kontinuity přes zvolený kontrolní objem, využitím věty Gauss- Ostrogradského lze psát rovnici rovnováhy kontinuity a okrajové podmínky ve tvaru

$$\rho \int_{\Delta S} \tilde{c}_i \tilde{c}_r \kappa_{mir} n_l dS - \eta \int_{\Delta S} \left(\frac{\partial \tilde{c}_r}{\partial u^l} - \frac{\partial \tilde{c}_l}{\partial u^r} \right) \gamma_{rm} n^l dS + \int_{\Delta S} p \gamma_{rm} n_r dS = 0 \quad (6)$$

$$\int_{\Delta S} \tilde{c}_l n^l dS = 0 \quad (7)$$

$$S: \tilde{c}_i \gamma_{im} = \varepsilon_{m3k} (x_k - z_k) \omega \quad \Gamma: \tilde{c}_i \gamma_{im} = 0 \quad (8)$$

kde $\tilde{c}_i$ je kovariantní vektor rychlosti v křivočarých souřadnicích. n_r resp. n^l jsou kovariantní resp. kontravariantní složky vektoru vnější normály k povrchu ΔS . Pro další postup je velmi výhodné eliminovat staticky rovnovážnou polohu středu hřídele z_k z okrajových podmínek. Eliminace polohy středu hřídele z okrajových podmínek lze docílit na základě následujících předpokladů

$$\tilde{c}_i = \alpha_i + \alpha_{ij} z_j \quad p = \beta + \beta_j z_j \quad (9)$$

Rychlostní funkce α_i na povrchu hřídele je závislá na souřadnicích x_i okraje hřídele, jehož souřadnice se zadávají v pevném ss a úhlové rychlosti rotace. Souřadnice x_i jsou závislé na statické poloze hřídele z_k . Rychlostní funkce α_{ij} na povrchu hřídele je závislá pouze na úhlové rychlosti rotace hřídele. Dosazením z (9) do (6) - (8) mají rovnice pro stanovení α_i a β tvar

$$\rho \int_{\Delta S} \alpha_i \alpha_r \kappa_{mir} n_l dS - \eta \int_{\Delta S} \left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial u^l} - \frac{\partial \alpha_l}{\partial u^r} \right) \gamma_{rm} n^l dS + \int_{\Delta S} \beta \gamma_{rm} n_r dS = 0 \quad (10)$$

$$\int_{\Delta S} n^l \alpha_l dS = 0 \quad (11)$$

$$S: \gamma_{im} \alpha_i = \omega \varepsilon_{m3k} x_k \quad \Gamma: \gamma_{im} \alpha_i = 0 \quad (12)$$

Jestliže zanedbáme nelineární člen pro stacionární polohu obsahující z_i mají rovnice pro stanovení α_{ik} a β_k tvar

$$\rho \int_{\Delta S} (\alpha_i \alpha_{rj} + \alpha_{ij} \alpha_r) \kappa_{mir} n_l dS - \eta \int_{\Delta S} \gamma_{rm} \left(\frac{\partial \alpha_{rj}}{\partial u^l} - \frac{\partial \alpha_{lj}}{\partial u^r} \right) n^l dS + \int_{\Delta S} n_r \gamma_{rm} \beta_j dS = 0 \quad (13)$$

$$\int_{\Delta S} n^l \alpha_{lj} dS = 0 \quad (14)$$

$$S: \gamma_{im} \alpha_{ij} = -\omega \varepsilon_{m3j} \quad \Gamma: \gamma_{im} \alpha_{ij} = 0 \quad (15)$$

Jednou z možností řešení obou soustav je, neznámé hodnoty funkcí α_i a α_{ij} na hranicích explicitně vypočítat a dosadit do pohybových rovnic a rovnic kontinuity. Po dosazení do pohybové rovnice a rovnice kontinuity mají tyto v symbolickém vyjádření tvar

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 \alpha_1^2 - \mathbf{B} \alpha_1 + \mathbf{C} \beta_1 &= -\mathbf{f}_1 & \mathbf{D} \alpha_1 &= -\mathbf{f}_2 \\ \mathbf{A}_2 (\alpha_1) \alpha_2 - \mathbf{B} \alpha_2 + \mathbf{C} \beta_2 &= -\mathbf{f}_3 & \mathbf{D} \alpha_2 &= -\mathbf{f}_4 \end{aligned} \quad (16)$$

Z prvních dvou rovnic soustavy se vypočítají řešením nelineární soustavy rovnic funkční hodnoty β a α_i , a z druhých dvou β_j a α_{ij} .

Nestacionární pohyb tělesa

Na základě metody kontrolních objemů, po integraci pohybové rovnice a rovnice kontinuity přes zvolený kontrolní objem, využitím věty Gauss- Ostrogradského a po vyjádření vektoru rychlosti v křivočarých souřadnicích při zanedbání nelineárního členu lze rovnice přepsat do tvaru

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta V} \tilde{w}_r \gamma_{mr} dV + \rho \int_{\Delta S} (\tilde{c}_i \tilde{w}_r + \tilde{w}_i \tilde{c}_r) \kappa_{mir} n_i dS - \eta \int_{\Delta S} \left(\frac{\partial \tilde{w}_r}{\partial u^i} - \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial u^r} \right) \gamma_{mr} n^i dS + \int_{\Delta S} \sigma \gamma_{mr} n_r dS = 0 \quad (17)$$

$$\int_{\Delta S} \tilde{w}_i n^i dS = 0 \quad (18)$$

$$S: \tilde{w}_i \gamma_{im} = v_m^\bullet - \varepsilon_{m3k} \omega v_k = b_m^\bullet \quad \Gamma: \tilde{w}_i \gamma_{im} = 0 \quad (19)$$

Eliminace rychlosti $b_i^\bullet$ pohybu tělesa z rovnic lze docílit na základě transformačních vztahů

$$\tilde{w}_i = \int_0^t h_{ik} (t-\tau) b_k^\bullet(\tau) d\tau \quad \sigma = \int_0^t s_j (t-\tau) b_j^\bullet(\tau) d\tau \quad (20)$$

Tato substituce umožní využitím Diracovy distribuce vyloučit z okrajových podmínek rychlost pohybu tělesa $b_j^\bullet$. Po dosazení mají rovnice tvar

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta V} h_{ij} \gamma_{mr} dV + \rho \int_{\Delta S} [(\alpha_i + \alpha_k z_k) h_{ij} + (\alpha_r + \alpha_k z_k) h_{ij}] \kappa_{mir} n_i dS - \eta \int_{\Delta S} \left(\frac{\partial h_{ij}}{\partial u^i} - \frac{\partial h_{ij}}{\partial u^r} \right) \gamma_{mr} n^i dS + \int_{\Delta S} s_j \gamma_{mr} n_r dS = 0 \quad (21)$$

$$\int_{\Delta S} n^i h_{ij} dS = 0 \quad (22)$$

$$S: h_{ij} \gamma_{im} = \delta_{mj} \delta(t) \quad \Gamma: h_{ij} \gamma_{im} = 0 \quad (23)$$

Do pohybové rovnice jsou zahrnuty rychlostní funkce a staticky rovnovážná poloha s předchozího kroku řešení. Řešení soustavy rovnic je takové, že neznámé hodnoty funkcí h_{ij} na obou okrajích explicitně vypočítat a dosadit do rovnic (22) a (23). Pak mají rovnice tvar

$$\mathbf{A} \mathbf{h}^\bullet + \mathbf{B}_1(\mathbf{z}, \alpha_1, \alpha_2) \mathbf{h} + \mathbf{C} \mathbf{s} = -\mathbf{g}_1 \delta^\bullet - \mathbf{g}_2 \delta \quad \mathbf{D} \mathbf{h} = -\mathbf{g}_3 \delta \quad (24)$$

S ohledem na funkční závislost rychlostních funkcí v okrajových podmínkách, které jsou funkcí Diracovy funkce, předpokládáme řešení ve tvaru

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_1 \delta \quad \mathbf{s} = \mathbf{s}_1 \delta^\bullet + \mathbf{s}_2 \delta \quad (25)$$

Po dosazení těchto vztahů do (24) a po porovnání členů u derivace Diracovy funkce a Diracovy funkce se z pohybové rovnice obdrží soustava rovnic

$$\mathbf{A} \mathbf{h}_1 + \mathbf{C} \mathbf{s}_1 = -\mathbf{g}_1 \quad \mathbf{B}_1(\mathbf{z}, \alpha_1, \alpha_2) \mathbf{h}_1 + \mathbf{C} \mathbf{s}_2 = -\mathbf{g}_2 \quad \mathbf{D} \mathbf{h}_1 = -\mathbf{g}_3 \quad (26)$$

3. STABILITA LOŽISEK

Obecná poloha čepu

Vyjdeme z rovnice (24), kterou lze pro libovolný bod objemu vyplněného tekutinou se zahrnutím okrajových podmínek i se zahrnutím stacionární polohy psát v homogenním tvaru

$$\mathbf{A} \mathbf{h}^\bullet + \mathbf{B}_1(\mathbf{z}, \alpha_1, \alpha_2) \mathbf{h} + \mathbf{C} \mathbf{s} = \mathbf{0} \quad \mathbf{D} \mathbf{h} = \mathbf{0} \quad (27)$$

kteou lze přepsat do tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix}^\bullet + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{C} \\ \mathbf{D} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Zkráceně pak

$$\mathbf{M} \mathbf{q}^\bullet + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (29)$$

Řešení předpokládejme ve tvaru

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 e^{st} \quad (30)$$

Vzhledem k singulární matici $\mathbf{M}$ řešení zapišme ve tvaru

$$\left(\frac{1}{s} \mathbf{K} + \mathbf{M} \right) \mathbf{q}_0 = \mathbf{0} \quad (31)$$

K řešení rovnice (31) lze již využít standardních procedur pro řešení vlastních hodnot matice $\mathbf{K}^+ \mathbf{M}$, kde horní index + značí pseudoinverzi. Vypočítávají se tak převrácené hodnoty vlastních čísel. Vlastní tvar pak již klasickým způsobem.

Řešení problému vlastních hodnot pro centrickou polohu.

Rovnicemi (6) a (7), počátečními a okrajovými podmínkami je určeno rychlostní a tlakové pole v jistém oboru V . Předpokládejme, že toto proudění je stacionární složkou rychlosti a tlakem. V dalším se budeme snažit dokázat, že předpokládané stacionární proudění je stabilní. Za tímto účelem předpokládejme, že na původní stacionární proudění působí jistá malá porucha w_i rychlosti a tlaku σ . V takovém případě má soustava rovnic za předpokladu zanedbání malých hodnot $w_i w_i$ tvar

$$\rho \frac{\partial w_i}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} c_{0j} + \frac{\partial c_{0i}}{\partial x_j} w_j \right) - \eta \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \sigma}{\partial x_i} = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial w_i}{\partial x_i} = 0 \quad (33)$$

Zaměřme se nyní na stanovení modálních vlastností rychlostního a tlakového pole. Uvažujme nyní válcové souřadnice (r, φ, x_3) . Rychlost pro k - tý tvar se skládá z radiální a tangenciální složky. Předpokládejme, že pro rychlosti při nulové stacionární rychlosti a nulový stacionární tlak platí $w_k = w_{0k} e^{s_k t}$ kde s_k je k - té vlastní číslo ve tvaru $s_k = \alpha_k + i \omega_k$. Pro rychlosti k - tého tvaru kmitu (index k je pro přehlednost vynechán) ve válcovém ss. pak platí

$$w_{1k} = w_{kr} \cos(\varphi) - w_{k\varphi} \sin(\varphi) \quad w_{2k} = c_{kr} \sin(\varphi) + w_{kr} \cos(\varphi) \quad (34)$$

Po dosazení (34) do (32) a (33) bude mít pohybová rovnice pro vlastní tvary rychlosti tvar (pro přehlednější tvar je vynechán index k)

$$s\rho w_r - \eta \left(\frac{\partial^2 w_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w_r}{\partial x_3^2} - \frac{w_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi} \right) - 2\rho \left(A + \frac{B}{r^3} \right) w_\varphi + \frac{\partial \sigma}{\partial r} = 0 \quad (35)$$

$$s\rho w_\varphi - \eta \left(\frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial x_3^2} - \frac{w_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} \right) + A\rho w_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} = 0 \quad (36)$$

$$s\rho w_3 - \eta \left(\frac{\partial^2 w_3}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_3}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_3}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w_3}{\partial x_3^2} \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial x_3} = 0 \quad (37)$$

Rovnice kontinuity

$$\frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{w_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_3}{\partial x_3} = 0 \quad (38)$$

$$C_0 = Ar + \frac{B}{r} \quad (39)$$

$$A = -\frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \omega \quad B = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \omega \quad (40)$$

Rovnicemi (35) – (40) je určena k - tá vlastní hodnota s_k a jí odpovídající vlastní tvar rychlosti a tlaku. Pro numerickou analýzu nyní stanovme analytický výraz pro vlastní tvar kmitání úlohy kdy budeme předpokládat

$$w_3 = 0, \frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi} = 0, \frac{\partial w_r}{\partial \varphi} = 0, \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} = 0. \quad (41)$$

Z rovnice (38) za těchto předpokladů plyne
$$\frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{w_r}{r^2} = 0 \quad (42)$$

odkud $w_r = k r^{-1}$. Okrajové podmínky pro centrickou polohu jsou

$$\text{Pro } r = R_1 \text{ je } w_r = 0 \quad \text{Pro } r = R_2 \text{ je } w_r = 0 \quad (43)$$

Pak musí pro libovolný poloměr $R_1 < r < R_2$ platit $w_r = 0$. Rovnice (35) – (37) pak lze zjednodušeně psát ve tvaru

$$-2\rho \left(A + \frac{B}{r^2} \right) w_\varphi + \frac{\partial \sigma}{\partial r} = 0 \quad (44)$$

$$s\rho w_\varphi - \eta \left(\frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_\varphi}{\partial r} - \frac{w_\varphi}{r^2} \right) = 0 \quad (45)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x_3} = 0 \quad (46)$$

Rovnice (45) je Besselova rovnice ve tvaru

$$\frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_\varphi}{\partial r} - \left(\frac{s}{\nu} + \frac{1}{r^2} \right) w_\varphi = 0 \quad (47)$$

kde $\nu = \rho\eta$ je kinematická viskozita. Řešení této rovnice lze psát ve tvaru

$$w_\varphi = C_1 J_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\nu}} r \right) + C_2 Y_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\nu}} r \right) \quad (48)$$

Okrajové podmínky pro centrickou polohu jsou

$$\text{Pro } r = R_1 \text{ je } w_\varphi = 0 \quad \text{Pro } r = R_2 \text{ je } w_\varphi = 0 \quad (49)$$

Dosazením řešení (48) do těchto okrajových podmínek pro netriviální řešení musí být

$$J_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\nu}} R_1 \right) Y_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\nu}} R_2 \right) - J_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\nu}} R_2 \right) Y_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\nu}} R_1 \right) = 0 \quad (50)$$

což je rovnice pro určení vlastní hodnoty s_k . Vlastní tvar tlaku σ_k lze určit integrací rovnice (44) dosazením z rov. (48)

$$\sigma(r) = \int_{R_1}^{R_2} 2\rho \left(-\frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{1}{r^2} \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \right) \left[C_1 J_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\nu}} r \right) + C_2 Y_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\nu}} r \right) \right] \omega dr \quad (51)$$

4. ANALÝZA STABILITY MODELOVÉ ÚLOHY

Jak již bylo uvedeno v předchozí kapitole, exaktní řešení stability kluzných ložisek je v současné době provedeno pro centrickou polohu čepu a pouze pro symetrické tvary kmitu, kdy se nepředpokládá změna rychlosti a tlaku po obvodu. Řešení vycházející z aplikace Navier – Stokesovy rovnice při využití Bézierova tělesa je obecné a zahrnuje všechny tvary rychlosti a tlaku, včetně obecné polohy středu hřídele. Aby bylo možno porovnat výsledky exaktního řešení a řešení vycházejícího z aplikace Bézierových těles, byla zvolena modelová úloha s centrickou polohou hřídele s těmito vstupními daty: Vnitřní kroužek o poloměru 0.05 m, délka 0.01 m, vůle 1 mm, statické

zatížení ve svislém směru 1 N, hustota 885 kg/m^3 , dynamická viskozita oleje 0.0008 Pa s a otáčky 0 rad/s.

Výsledky řešení stanovených na základě Bézierových křivek

Pro numerickou analýzu byla zvolena diskretizace, kdy segment byl rozdělen na tři konečné objemy v obvodovém i radiálním směru, radiální směr byl rozdělen na 3 segmenty a obvodový na 8 segmentů.

Tvar	Reálná část [rad/s]	Imaginární část [rad/s]	Poznámka
1	-9.107080	0	$k = 0, p = 0$
2	-37.93100	0	$k = 1, p = 4$
3	-37.93742	0	$k = 1, p = 3$
4	-37.93742	0	
5	-37.93786	0	$k = 1, p = 2$
6	-37.93786	0	
7	-37.93879	0	$k = 1, p = 1$
8	-37.93879	0	
9	-37.93933	0	$k = 1, p = 0$

Tabulka I Vlastní čísla stanovená s využitím Bézierova tělesa

V tabulce I jsou uvedena vlastní čísla pro prvních 9 tvarů. Z grafického znázornění rychlostního pole je zřejmá analogie s diskovými tvary kmitu, které jsou charakterizovány uzlovými průměry a kružnicemi. Ke stejnému závěru dospějeme i ze srovnání diferenciálních rovnic pro řešení modálních vlastností tenkých disků s osově symetrickými okrajovými podmínkami s diferenciální rovnicí pro analýzu stability ložiska. V poznámce tab. I je uvedena specifikace tvaru rychlosti, která byla převzata s terminologie kmitání disků. Počet uzlových kružnic po radiále je označen k a počet uzlových průměrů p . Z tabulky I je dále zřejmé, že některé tvary rychlosti jsou komplexně sdružené a některé nikoliv. Na obr. 1 – 6 jsou nakresleny pole rychlostí pro vybrané tvary. Z komplexního páru vlastních čísel (stejná reálná část) je kreslen vždy jeden tvar. Číslo tvaru souhlasí s číslem uvedeným v tabulce I.

Výsledky exaktního řešení

Jak již bylo uvedeno, exaktním řešením lze získat pouze tvary rychlostí s nulovým počtem uzlových průměrů. V tabulce II jsou pro srovnání uvedeny reálné části vlastních čísel stanovených exaktně a na základě aplikace Bézierova tělesa.

Tvary	Reálná část - Exaktně	Reálná část - Bézier
1	-8.9297	-9.107080
2	-35.6563	-37.93933
3	-80.3125	-97.46673

Tabulka II Srovnání vlastních čísel tvarů bez uzlových průměrů

Na obr. 7 a 8 je srovnání rychlostních profilů pro tvary s bez uzlové kružnice a s jednou kružnicí. Z tabulky II je zřejmý větší rozdíl pro tvar se dvěma kružnicemi. Ten může být způsoben zvolenou diskretizací.

5. ZÁVĚR

Analýza dynamických vlastností kluzných, která je řešena na základě Reynoldsovy rovnice je velmi dobře z literatury známa. Stabilita kmitání se však posuzuje na základě analýzy konkrétního typu rotorové soustavy. Námi navrhovaný přístup umožňuje provádět analýzu stability samotného kluzného ložiska, i když samozřejmě na základě daného statického zatížení. Nový přístup k analýze pohybu tuhého tělesa v reálné tekutině je v současné době softwarově zpracováván a je ve stadiu ověřování a porovnávání mezi oběma teoriemi.

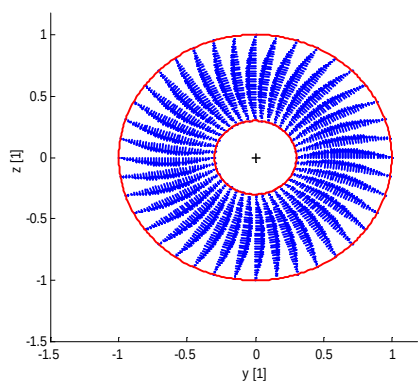
Z porovnání výsledků řešení stability modelové úlohy lze celkově konstatovat velmi dobrou shodu mezi exaktním řešením a řešením na bázi Bézierova tělesa. Je však nutno provést podrobnější analýzu zejména s ohledem na diskretizaci, analyzovat vliv rotace hřídele a v neposlední řadě i obecnou polohu středu hřídele. Pro tento případ není v současné době exaktní řešení provedeno.

6. LITERATURA

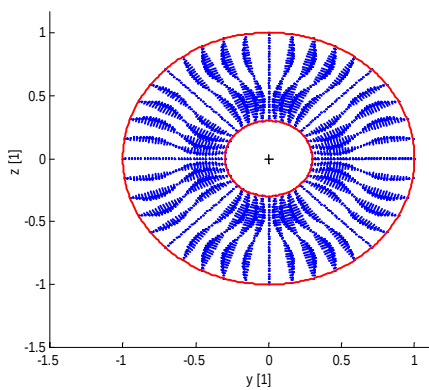
- [1] Malenovský, E., Hlavoň, P., Pochylý, F., Computational Modelling of Dynamic Behaviour of Long Squeeze Film Dampers. VIII. International Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Technical University of Liberec, Liberec, Czech Republic, (2000) pp. 413 - 418.
- [2] Malenovský, E., Pochylý F., Some results of Computational Modelling of Dynamic Behaviours of Journal Bearings by the Bézier Body Application. (CD). University of Žilina, Slovakia. VIII th. International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics NMCM 2000. Liptovský Ján, Slovakia, (2000), CD, pp. 1 - 20.
- [3] Malenovský, E., Computational Modelling of the Long Journal Bearings Properties. International Scientific Conference Mechanical Engineering 2000, Slovak University of Technology in Bratislava, Bratislava (2000), Slovak Republic, pp. 8 - 15.
- [4] Malenovský, E., Pochylý F., The Rigid Body Interaction with Real Liquid. Colloquium „Dynamics of Machines ’2000“ Institute of Thermomechanics ASCR, Prague, Czech Republic, (2000), pp 121 - 128.
- [5] Malenovský, E., Pochylý, F., Zapoměl, J., The Static Equilibrium Position of a Rotating Shaft. National Conference „Engineering Mechanics 2000“, Institute of Theoretical and Applied Mechanics, ASCR, Svratka, Czech Republic, (2000), pp. 205 - 212.
- [6] Hlavoň, P., Malenovský, E.: One Approache to the Modelling SQUEEZE Film Damper. Colloquium „Dynamics of Machines ’2000“ Institute of Thermomechanics ASCR, Prague, (2000), pp 89 - 96.
- [7] Malenovský, E., Stability of the Numerical Solution of Rigid Body Motion in Real Liquid Using the „ALE“ Method and Bézier Body Application. State Technical University Saint-Petersburg. Third International Conference „Differential Equations and Applications“, Saint - Petersburg, Russia, (2000), pp. 118-129.
- [8] Malenovský, E., Pochylý F., The Computational Modelling of Dynamic Behaviour of SQUEEZE Film Dampers and Journal Bearings. State Technical University Saint-Petersburg. Third International Conference „Differential Equations and Applications“, Saint - Petersburg, Russia, (2000), pp. 130-141.

PODĚKOVÁNÍ

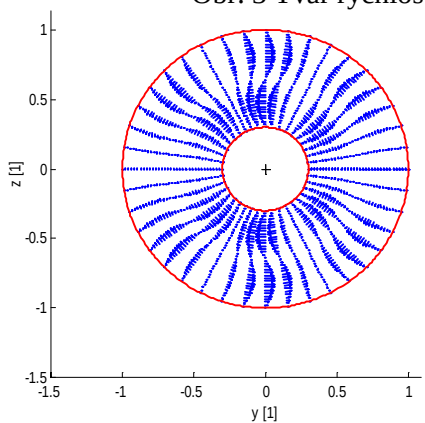
Výsledky práce zde uveřejněné byly vykonány s podporou GAČR úkolu č. 101/99/1327.



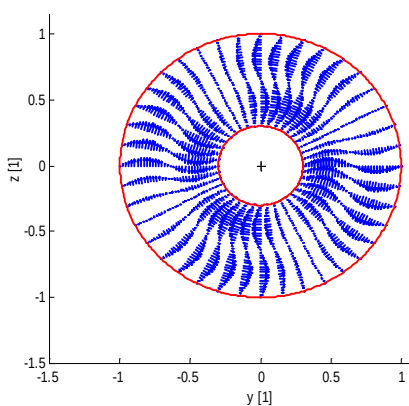
Obr. 3 Tvar rychlosti 1



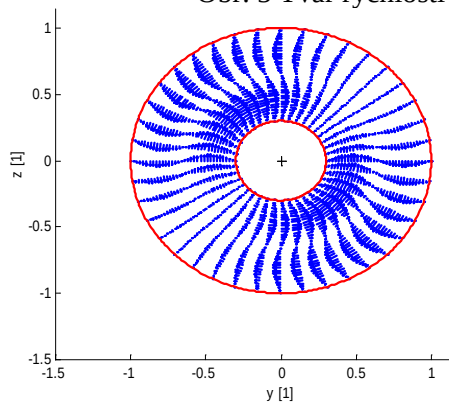
Obr. 4 Tvar rychlosti 2



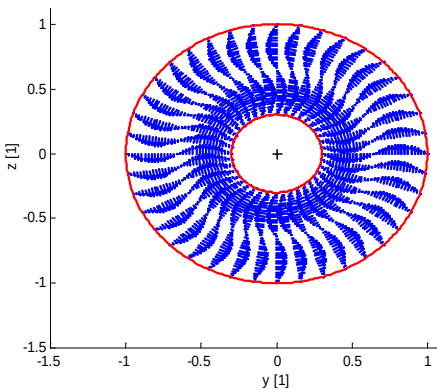
Obr. 5 Tvar rychlosti 3



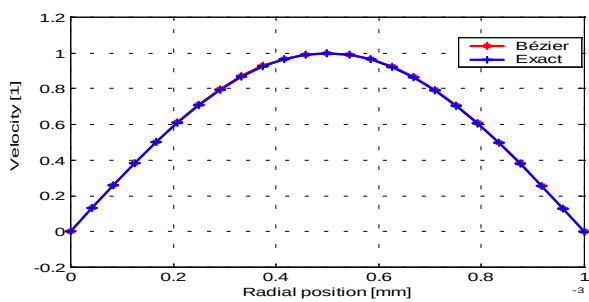
Obr. 6 Tvar rychlosti 5



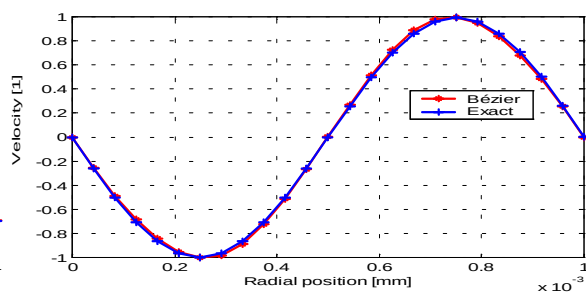
Obr. 7 Tvar rychlosti 7



Obr. 8 Tvar rychlosti



Obr. 9 Rychlostní profil tvaru $k = 0, p = 0$



Obr. 10 Rychlostní profil tvaru $k = 1, p = 0$