National Conference with International Participation
ENGINEERING MECHANICS 2001
Svratka, Czech Republic, May 14 - 17, 2001

CRACK DETECTION IN ROTATING MACHINE

Miloš MUSIL•

Summary: *The possibility of localising and quantifying a crack in a rotating machine based on measured vibration amplitudes of the first and second harmonic in some locations of the structure and utilising the mathematical model of an undamaged system, will be the focus of this paper. The structure is modelled by means of the FE method. The effect of the crack is modelled by the non-linear (fractional) stiffness of the element with the crack. The excitation of the system is characterized by the simultaneous effect of static and dynamic harmonic load. The methodics was documented on an elementary example, in which simulated measured data were determined by the use of the numerical solution of the non-linear analytical model of a structure with a crack.*

1. INTRODUCTION

Včasným odhalením trhliny v konštrukcii možno zabrániť poruche strojných konštrukcií počas prevádzky. Častým príkladom uvedenej situácie v praxi sú napríklad rotačné stroje. Metodiky [1], [2] na odhalenie trhliny v konštrukcii založené na zmene vlastných uhlových frekvencií a vlastných tvarov sústavy, ktoré vyplývajú z poklesu tuhosti pri vzniku trhliny, sa ukazujú ako málo citlivé. Malý rozsah trhliny nespôsobí veľký pokles tuhosti a teda ani veľkú zmenu vlastných uhlových frekvencií a tvarov. Z toho vyplýva, že ani amplitúdy výchyliek prvej harmonickej v prípade porušenej konštrukcie (s trhlinou) sa výrazne nezmenia voči prípadu s neporušenou konštrukciou.

Avšak nárast amplitúd kmitania vyšších harmonických oproti nárastu amplitúdy prvej harmonickej je s nárastom rozsahu trhliny, ktorá sa roztvára a zatvára - dýcha, oveľa výraznejší. Táto vlastnosť umožňuje zefektívniť postup pri určovaní polohy a rozsahu trhliny na základe merania kmitania prevádzkovanej konštrukcie.

Vrámci overenia možností identifikačného postupu sa kmitanie konštrukcie simuluje numericky. Model konštrukcie je vytvoreny na základe metódy konečných prvkov. Vplyv trhliny je modelovaný nelineárnou lomenou charakteristikou tuhosti elementu, v ktorom sa rozvíja trhlina. Budenie sústavy je charakterizované súčasným spolupôsobením statického a dynamického harmonického zaťaženia. Zadávanie údajov, numerické výpočty nelineárnej dynamickej sústavy a následné grafické spracovanie výpočtov bolo z automatizovane v rámci programovej dávky v softwaerovom prostredí MATLAB.

2. DEFINÍCIA MODELU SÚSTAVY

Kmitanie konštrukcie opisuje vektorová rovnica

$$\boldsymbol{M}\,\ddot{\boldsymbol{v}}(t) + \boldsymbol{B}\,\dot{\boldsymbol{v}}(t) + \boldsymbol{K}\,\boldsymbol{v}(t) + \boldsymbol{f}_C(t) = \boldsymbol{f}(t), \tag{2.1}$$

•Ing. Miloš Musil, CSc.: Katedra technickej mechaniky, Strojnícka fakulta STU Bratislava; nám. Slobody 17, 81231 Bratislava, Slovensko; Email: musil@cvt.stuba.sk

kde $\boldsymbol{v}(t)$, $\dot{\boldsymbol{v}}(t)$, $\ddot{\boldsymbol{v}}(t)$ a $\boldsymbol{f}(t) \in C^q$ sú vektory zovšeobecnených výchyliek, rýchlostí a zrýchlení sústavy, respektíve zovšeobecnených síl závislé od času t. Vplyv fyzikálnych parametrov sústavy na kmitanie konštrukcie reprezentujú koeficientové matice $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{M}$. Trhlinu v konštrukcii charakterizuje pružina s nelineárnou tuhosťov k_C, ktorej vplyv je reprezentovaný vektorom

$$\boldsymbol{f}_C(t) = F_C(t)\, \boldsymbol{e}_{Cjc} = k_C\, v_{Tjc}(t)\, H[v_{Tjc}(t)]\, \boldsymbol{e}_{Cjc}, \tag{2.2}$$

$$F_C(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } v_{Tjc}(t) \leq 0, \\ k_C\, v_{Tjc}(t), & \text{if } v_{Tjc}(t) > 0. \end{cases} \tag{2.3}$$

kde relatívna výchylka $v_{Tjc}(t) = [v_n(t) - v_m(t)]$ vyjadruje vzájomné posunutie koncových bodov nelineárnej pružiny s tuhosťou k_C charakterizujúcej rozsah - veľkosť trhliny. Pomocou Heavisideovej jednotkovej funktie $H[v_{Tjc}(t)]$ relatívnej výchylky $v_{Tjc}(t)$ je charakterizovaná zmena tuhosti, keď vratná sila v prípade nezmenenej tuhosti sústavy kým je trhlina zavretá je $F_C(t) = 0$ je a v prípade poklesu tuhosti sustavy v dôsledku roztvorenia trhliny je $F_C(t) = k_C\, v_{Tjc}(t)$. Vektor

$$\boldsymbol{e}_{Cjc} = \boldsymbol{e}_n - \boldsymbol{e}_m \tag{2.4}$$

charakterizuje polohu trhliny, pričom umiestnenie nelineárnej pružiny, a teda aj trhliny v konštrukcii, reprezentujú indexy m, n súradníc výchyliek koncových bodov nelineárnej pružiny. Relatívne súradnice v_{Tj} a vektory $\boldsymbol{e}_{Cj}$ ($v_{Tj}(t) = \boldsymbol{v}^T(t)\, \boldsymbol{e}_{Cj}$) reprezentujú možné polohy trhliny v konštrukcii, pričom hodnota $j = j_c$ reprezentuje jej skutočnú polohu.

Súčasné statické a dynamické harmonické zaťaženia konštrukcie reprezentuje vektor budenia

$$\boldsymbol{f}(t) = \boldsymbol{f}_0 + \boldsymbol{f}_1\, e^{i\,\omega\, t}, \tag{2.5}$$

kde vektor $\boldsymbol{f}_0$ charakterizuje statické budenie (predpätie) a komplexný vektor $\boldsymbol{f}_1$ charakterizuje komplexné amplitúdy harmonického budenia s uhlovou frekvenciou ω. Amplitúdy budenia vyšších harmonických sú rovné $\boldsymbol{0}$.

3. Ustálené periodické riešenie sústavy

Ustálené periodické riešenie sústavy (2.1) s budením (2.5) reprezentuje vektor ustálenej ozvy

$$\boldsymbol{v}_U(t) = \sum_{k=0}^{w} \boldsymbol{v}_k\, e^{i\,k\,\omega\,t}, \tag{3.1}$$

kde komplexný vektor $\boldsymbol{v}_k$ charakterizuje komplexné amplitúdy k-tej harmonickej zložky s uhlovou frekvenciou $(k\ \omega)$. Porovnaním jednotlivých harmonických, zo vzťahov (2.1), (2.5) a (3.1) postupne dostaneme

$$(\boldsymbol{K} + i\,k\,\omega\,\boldsymbol{B} - k^2\,\omega^2\,\boldsymbol{M})\,\boldsymbol{v}_k + F_{Nk}\,\boldsymbol{e}_{Cjc} = \boldsymbol{f}_k, \qquad k = 0,1,2,\ldots w, \tag{3.2}$$

$$\boldsymbol{v}_k - \boldsymbol{H}_k(ik\omega)\,\boldsymbol{f}_k = -\,F_{Nk}\,\boldsymbol{h}_{Tk}(k\omega), \qquad k = 0,1,2,\ldots w, \tag{3.3}$$

kde matica

$$\boldsymbol{G}_k^{-1}(ik\omega) = (\boldsymbol{K} + i\,k\,\omega\,\boldsymbol{B} - k^2\,\omega^2\,\boldsymbol{M})^{-1} = \boldsymbol{H}_k(ik\omega) = \{\boldsymbol{h}_j(ik\omega)\}_k \tag{3.4}$$

je prenosová charakteristika neporušenej sústavy. Komplexná veličina F_{Nk} je k-tá harmonická zložka vratnej sily $F_C(t) = \sum_{k=0}^{w} F_{Nk}\, e^{i\,k\,\omega\,t}$, nelineárnej pružiny, ktorá charakterizuje rozsah trhliny. Vektor

$$\boldsymbol{h}_{Tk}(k\omega) = \boldsymbol{H}_k(ik\omega)\, \boldsymbol{e}_{Cjc} = \boldsymbol{H}_k(ik\omega)\, \boldsymbol{e}_n - \boldsymbol{H}_k(ik\omega)\, \boldsymbol{e}_m = [\boldsymbol{h}_n(ik\omega)]_k - [\boldsymbol{h}_m(ik\omega)]_k, \tag{3.5}$$

charakterizuje polohu trhliny.

4. URČENIE POLOHY TRHLINY

Vzťah (3.3) možno vyjadriť lineárnou závislosťou

$$\boldsymbol{a}_k\, x_k = \boldsymbol{b}_k, \tag{4.1}$$

kde v prípade druhých harmonických je:

$$\boldsymbol{a}_2 = \{h_{jn}(i2\omega)_2 - h_{jm}(i2\omega)_2\},\ \boldsymbol{b}_k = \{v_{j2}\},\ x_2 = \{-\,F_{N2}\}. \qquad (4.2)\text{-}(4.4)$$

Zo vzťahu (4.1) vyplýva postup, ako na základe známych vlastností neporušenej sústavy (koeficientových matíc $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{M}$ alebo prenosových charakteristík $\boldsymbol{H}_k(ik\omega)$), známej ozvy ($\boldsymbol{v}_k$) v niektorých miestach konštrukcie a známeho budenia ($\boldsymbol{f}_k$) možno určiť polohu nelineárnej pružiny charakterizujúcej trhlinu v konštrukcii. Hodnoty veličiny x_k možno vyjadriť v tvare

$$x_k = \boldsymbol{a}_k^{+}\, \boldsymbol{b}_k, \tag{4.5}$$

$$\boldsymbol{a}_k\, x_k - \boldsymbol{b}_k = \boldsymbol{\varepsilon}., \tag{4.6}$$

kde vektor reziduí $\boldsymbol{\varepsilon}$ reprezentuje nekonzistentnosť sústavy (4.2) v dôsledku chýb pri určovaní vektora $\boldsymbol{a}_k$ a vektora $\boldsymbol{b}_k$.

Keďže vektor $\boldsymbol{a}_k$ je funkciou vektora $\boldsymbol{e}_{Cj}$, ktorý reprezentuje polohu trhliny (nelineárnej pružiny) v konštrukcii, aj veličina x_k a následne aj vektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ budú funkciou vektora $\boldsymbol{e}_{Cj}$. Z priebehu euklidovskej normy

$$//\boldsymbol{\varepsilon}//_2 = (\boldsymbol{\varepsilon}^T\, \boldsymbol{\varepsilon})^{0,5}, \tag{4.7}$$

pre zvolené vektory $\boldsymbol{e}_{Cj}$, ktoré charakterizujú možnu polohu trhliny v konštrukcii, vyplýva hľadaný vektor $\boldsymbol{e}_{Cjc}$. Hľadaným vektorom $\boldsymbol{e}_{Cjc}$ (a teda aj hľadaným miestom, kde sa nachádza trhlina v konštrukcii) je ten zvolený vektor zo všetkých možných vektorov $\boldsymbol{e}_{Cj}$, ktorému zodpovedá minimálna hodnota normy vektora $//\boldsymbol{\varepsilon}//_2$.

5. URČENIE ROZSAHU TRHLINY

Lomenú charakteristiku tuhosti (2.3) nelineárnej pružiny, reprezentujúcej trhlinu, možno aproximovať pomocou Fourierovho rozkladu v tvare

$$F_C(t) = k_C\, v_{Tjc}(t)\, H[v_{Tjc}(t)] \;\cong\; \tfrac{1}{2}\, c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_1 \cos(k\,\omega\, t) + d_1 \cos(k\,\omega\, t) = \sum_{k=0}^{w} F_{Nk}\, e^{i\,k\,\omega\,t}, \tag{5.1}$$

s koeficientami

$$c_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F_C(t)\, cos(k\, \omega\, t)\, d(\omega\, t),$$

$$d_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F_C(t)\, sin(k\, \omega\, t)\, d(\omega\, t). \qquad (5.2)$$

V mnohých prácach [4], [5] bolo ukázané a ako aj priamo z analýzy numericky získaných ustálených oziev $v_U(t)$ vyplýva, že zmeny amplitúd vyšších harmonických so zmenou rozsahu trhliny sú v celom frekvenčnom rozsahu budenia ďaleko výraznejšie ako zmeny amplitúd prvých harmonických. Keďže veľkosť amplitúd so stupňom harmonickej rapídne klesá, obmedzíme sa v ďalšom na určovanie rozsahu trhliny na základe porovnania vzťahov (4.5) a (5.1) pre hodnotu $k = 2$. Potom v pripade malého statického predpätia ($\boldsymbol{f_0} < \boldsymbol{f_1}$)

$$v_{Tjc,1} >> v_{Tjc,0},\ v_{Tjc,1} >> v_{Tjc,2},$$

a podmienky

$$F_C(t) = k_C\, v_{Tjc}(t)\, H[v_{Tjc}(t)] > 0 \text{ ak } \sum_{l=0}^{2} /v_{Tjc,l}/\, cos(k\, \omega\, t + \psi_{Tjc,l}) > 0$$

upravou dostaneme koeficienty

$$c_2 \cong \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_1}^{2\pi+\alpha_2} k_C \sum_{l=0}^{2} /v_{Tjc,l}/\, cos(k\, \omega\, t + \psi_{Tjc,l})\, cos(2\, \omega\, t)\, d(\omega\, t),$$

$$d_2 \cong \frac{1}{\pi} \int_{-\alpha_1}^{2\pi+\alpha_2} k_C \sum_{l=0}^{2} /v_{Tjc,l}/\, cos(k\, \omega\, t + \psi_{Tjc,l})\, sin(2\, \omega\, t)\, d(\omega\, t). \qquad (5.3)$$

$$\alpha_1 \cong \alpha_2 \cong \frac{v_{Tj_c,0}}{/\, v_{Tj_c,1}\, /},$$

z ktorých postupne vyplýva vzťah pre určenie rozsahu trhliny

$$-\, F_{N2} \cong k_C\, \frac{1}{2}\, (v_{Tjc,2} - \frac{4}{3\pi} \frac{{v_{Tj_c,1}}^2}{/\, v_{Tj_c,1}\, /} + \frac{2}{\pi} \frac{{v_{Tj_c,0}}^2}{/\, v_{Tj_c,1}\, /}). \qquad (5.4)$$

$$k_C \cong -\, F_{N2}\, [\, \frac{1}{2}\, (v_{Tjc,2} - \frac{4}{3\pi} \frac{{v_{Tj_c,1}}^2}{/\, v_{Tj_c,1}\, /} + \frac{2}{\pi} \frac{{v_{Tj_c,0}}^2}{/\, v_{Tj_c,1}\, /})]^{-1}. \qquad (5.5)$$

6. URČENIE RELATÍVNEJ SÚRADNICE EXPANZIOU SÚSTAVY

Vo všeobecnosti je nákladné, prípadne nemožné, na základe experimentov určiť ľubovoľný prvok vektora výchyliek $\boldsymbol{v}(t)$ a teda aj hodnoty $v_{Tjc,k}$, $k=0,1,2$. Postupom založeným na metóde dynamickej expanzie [2], [3], možno doplniť chýbajúce prvky vektora výchyliek.

Prvky vektora výchyliek $\boldsymbol{v}(t)$ a vektora charakterizujúceho polohu trhliny $\boldsymbol{e}_{Cjc}$ zoradíme v takom poradí, že platí:

$$\boldsymbol{v}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_R(t) \\ \boldsymbol{v}_O(t) \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{e}_{Cjc} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{CD} \\ \boldsymbol{e}_{CU} \end{bmatrix}. \tag{6.1}$$

Subvektory $\boldsymbol{v}_R(t) \in C^r$ a $\boldsymbol{v}_O(t) \in C^{q-r}$ reprezentujú prvky vektora výchyliek $\boldsymbol{v}(t)$ určené (v počte r a s indexom R), respektíve neurčené (v počte $q-r$ a s indexom O) meraním. Subvektory $\boldsymbol{e}_{CD} \in C^p$ a $\boldsymbol{e}_{CU} \in C^{q-p}$ reprezentujú prvky vektora charakterizujúceho polohu trhliny $\boldsymbol{e}_{Cjc}$, ktorých prvky sú rovné jednej, prípadne mínus jednej ($/e_{CDj}/ = 1$, v počte p a s indexom D), respektíve ktorých prvky sú rovné nule ($e_{CUj} = 0$, v počte $q-p$ a s indexom U). Využitím vzťahu (6.1) možno upraviť vzťah (3.2) postupne do tvaru

$$\boldsymbol{G}_k(ik\omega)\, \boldsymbol{v}_k - \boldsymbol{f}_k = -\, F_{Nk}\, \boldsymbol{e}_{Cjc}, \qquad k = 0,1,2,\ldots w, \tag{6.2}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{DR}(ik\omega) & \boldsymbol{G}_{DO}(ik\omega) \\ \boldsymbol{G}_{UR}(ik\omega) & \boldsymbol{G}_{UO}(ik\omega) \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_R \\ \boldsymbol{v}_O \end{bmatrix}_k - \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_D \\ \boldsymbol{f}_U \end{bmatrix}_k = -\, F_{Nk} \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{CD} \\ \boldsymbol{e}_{CU} \end{bmatrix}_k, \tag{6.3}$$

z ktorého vyplýva

$$[\, \boldsymbol{G}_{UR}(ik\omega) \quad \boldsymbol{G}_{UO}(ik\omega)\,]_k \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_R \\ \boldsymbol{v}_O \end{bmatrix}_k - \left[\boldsymbol{f}_U\right]_k = \boldsymbol{0}, \tag{6.4}$$

kde matica dynamickej tuhosti sústavy $\boldsymbol{G}_k(ik\omega)$ a vektor budenia $\boldsymbol{f}_k$ sú rozdelené na submatice $\boldsymbol{G}_{DRk}(ik\omega) \in C^{pxr}$, $\boldsymbol{G}_{DOk}(ik\omega) \in C^{pxq-r}$, $\boldsymbol{G}_{URk}(ik\omega) \in C^{q-pxr}$, $\boldsymbol{G}_{UOk}(ik\omega) \in C^{q-pxq-r}$, respektíve subvektory $\boldsymbol{v}_{Rk} \in C^r$, $\boldsymbol{v}_{Ok} \in C^{q-r}$, $\boldsymbol{f}_{Dk} \in C^p$, $\boldsymbol{f}_{Uk} \in C^{q-p}$, analogicky ako vektory $\boldsymbol{v}(t)$ a $\boldsymbol{e}_{Cjc}$,

Na základe vzťahu (6.4) možno doplniť subvektory

$$\boldsymbol{v}_{Ok} = \boldsymbol{G}_{URk}^{+}(ik\omega)\, [\boldsymbol{f}_{Uk} - \boldsymbol{G}_{URk}(ik\omega)\, \boldsymbol{v}_{Rk}], \qquad k = 0,1,2, \tag{6.5}$$

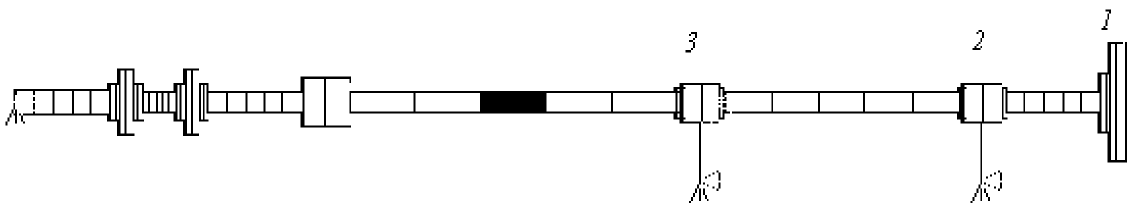
a následne aj hodnoty veličín

$$v_{Tjc,k} = \boldsymbol{v}_k^T\, \boldsymbol{e}_{Cjc}, \qquad k = 0,1,2, \tag{6.6}$$

ktoré sú potrebné pre určenie rozsahu trhliny k_C zo vzťahu (5.9).

7. PRÍKLAD

Uvažujme priečné kmitanie sústavy podľa obr. 1, ktorej model s trhlinou v označenom mieste získaný pomocou MKP je na obr. 1. Trhlina je modelovaná prídavnou pružinou s nelineárnou tuhosťou v ohybe.

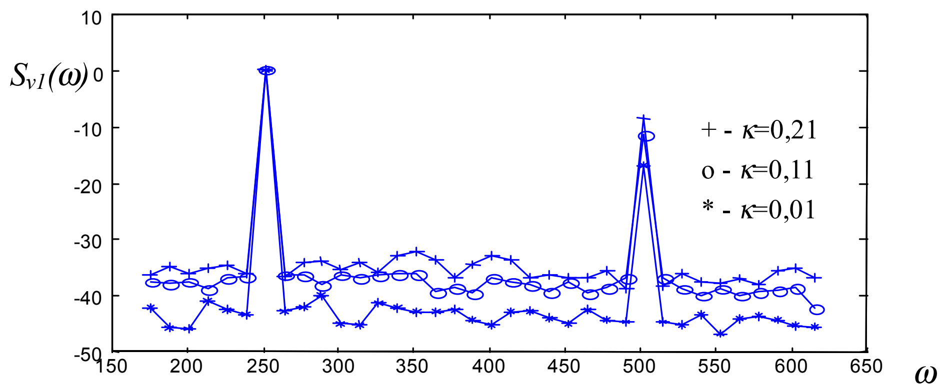


Obr. 2. Model kmitajúcej sústavy získany pomocou MKP

Sústava je budená v tvare (2.5). Vektor $\boldsymbol{f}_1$ ma jeden nenulový prvok, ktorý charakterizuje odstredivu silou v dôsledku zostatkovej nevyváženosti v mieste najväčšieho kotúča. Vektor $\boldsymbol{f}_0$ má nenulové prvky, ktoré charakterizujú tiaž jednotlivých kotúčov.

Numerickým riešení sústavy diferenciálnych rovníc (2.1) boli získané priebehy ustálenej výchylky $v_j(t)$ v troch miestach sústavy (obr. 1), pre rôzne hodnoty uhlovej frekvencie ω a pre rôzne dané hodnoty rozsahu trhliny k_C.

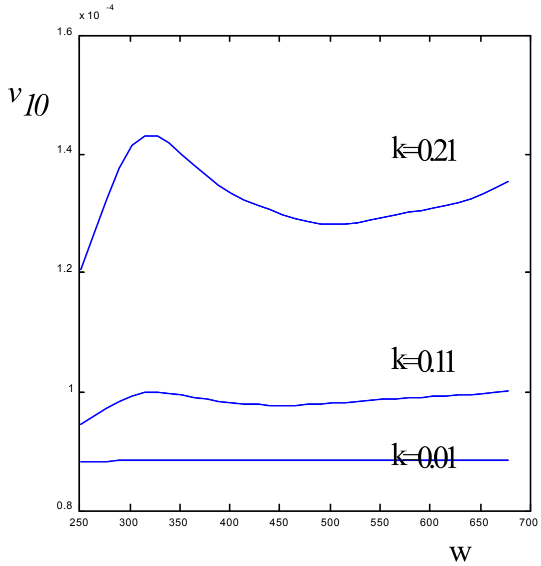
Na obr. 2 je znazorneny priebeh spektrálnej výkonovej hustoty $S_{v1}(\omega)$ ustalenej výchylky $v_j(t)$ s budiacou frekvenciou $\omega = 252$ $^{s-1}$ pre tri rôzne hodnoty rozsahu trhliny $\kappa = k_C / k_{jc} = <0{,}01;\ 0{,}11;\ 0{,}21>$ (veličina k_{jc} charakterizuje tuhosť v ohybe pôvodnej sústavy v mieste trhliny). Z obr. 2 je zrejme, že nárast amplitúd druhej harmonickej je oveľa výraznejší ako vprípade amplitúd prvej harmonickej.



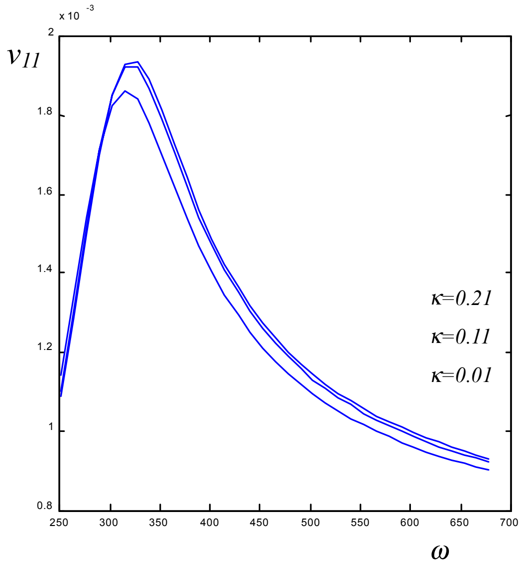
Obr. 2. Spektrálna výkonova hustota

Priebehy amplitúd kmitania v_{1k}, $k=0,1,2$ pre rôzne frekvencie budenia sú na obr. 3 až obr. 5. Na obr. 6 je priebeh amplitúdy F_{N2}, ktorá charakterizuje nelineárnu pružinu s tuhosťou k_C, získany na základe vzťahov (4.5) a (5.8).

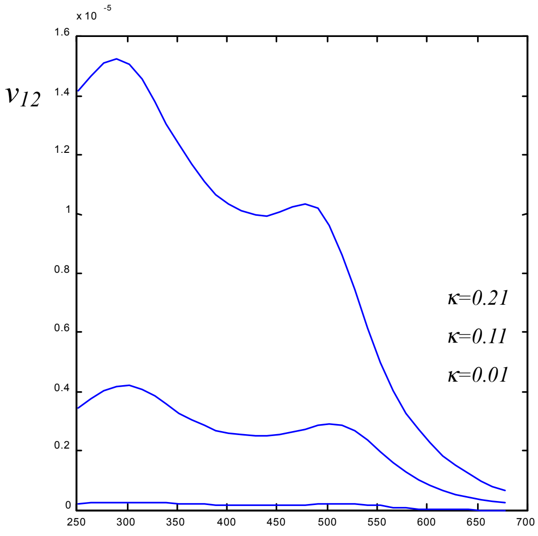
Na obr. 7 je priebeh prevrátenej hodnoty euklidovskej normy $E = //\boldsymbol{\varepsilon}//_2^{-1}$ určenej na základe vzťahu (4.7) pre $l=1,2,\ldots,8$ možných polôh trhliny v konštrukcii (osem prvky k_l), pre hodnotu uhlovej frekvencie $\omega = 300$ s^{-1} a hodnotu rozsahu trhliny $\kappa = 0{,}01$. Pri výpočte sú uvažované len tri priebehy $v_1(t)$ až $v_3(t)$. Z hodnôt veličiny E je zrejmé, že trhlina sa nachádza v elemente č. 5.



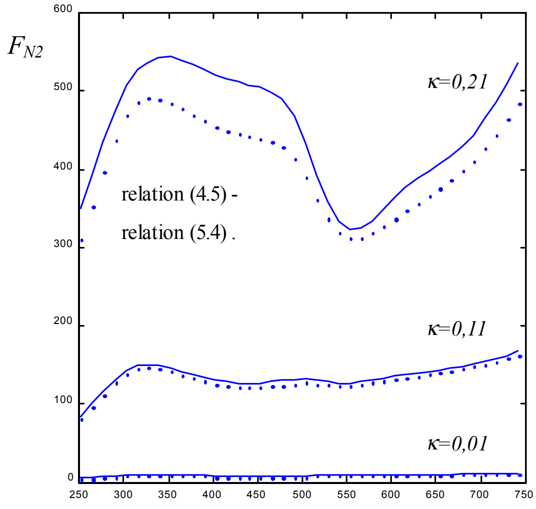
Obr. 3. Amplitúdy kmitania v_{10}



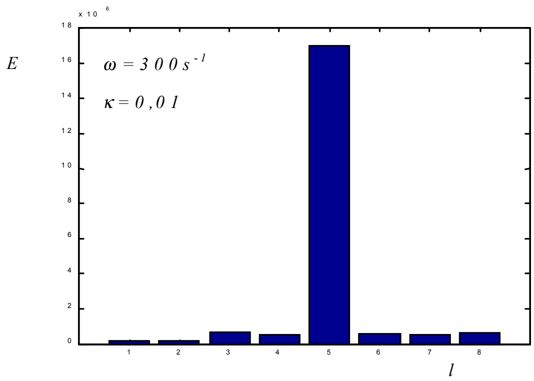
Obr. 4. Amplitúdy kmitania v_{11}



Obr. 5. Amplitúdy kmitania v_{12}



Obr. 6. Amplitúdy F_{N2}



Obr. 7. Určenie polohy trhliny

V tabuľke sú uvedené hodnoty κ pre rôzne prípady získané na základe vzťahu (5.9), pričom chýbajúce prvky priebehov $\boldsymbol{v}(t)$ pre určenie relatívnej výchylky $v_{T5}(t)$ boli dodatočne určené na základe vzťahov (6.5) a (6.6). Pri výpočte boli uvažované opäť len tri priebehy $v_1(t)$ až $v_3(t)$.

$\omega\ [s^{-1}]$ / κ	250	450	650
0,01	0,0100	0,0100	0,0101
0,21	0,2103	0,2097	0,2164

8. CONCLUSION

V článku je uvedený postup, pomocou ktorého sa na základe známych výchyliek niektorých častí konštrukcie, známeho harmonického budenia a známeho matematického modelu neporušenej sústavy dá určiť poloha a rozsah "dýchajúcej" trhliny v konštrukcii. Metodika vyžaduje aby z neúplného vektora ustálených výchyliek boli známe amplitúdy a fázy nultej a prvých dvoch harmonických.

Pri lokalizácií trhliny sa využíva jej lokálny charakter a nesúlad medzi modelom neporušenej sústavy a ozvami častí konštrukcie porušenej sústavy. Z porovnania možných polôh trhlín v konštrukcii vyplýva skutočná poloha trhliny (vzťah (4.7), obr. 7).

Pri určovaní rozsahu trhliny sa využíva vplyv nárastu trhliny na nárast amplitúd jednotlivých harmonických. Táto závislosť je charakterizovaná numericky získaným aproximačným vzťahom (vzťah (5.8), obr. 6).

V uvedenom aproximačnom vzťahu treba poznať konkrétnu relatívnu výchylku, ktorá sa v praktických úlohach dá dodatočne určiť na základe expanzie sústavy (vzťah (6.5)).

Ilustračný príklady dokumentuje uvedený postup a dosiahnuté výsledky.

Vzniknuté nepresnosti pri určovaní hodnôt κ a dodatočnom určovaní chýbajúcich hodnôt prvkov priebehu F_{N2} vznikli z dvoch základných príčin. Na jednej strane malé hodnotý κ spôsobili malé hodnoty vyšších harmonických, ktoré boli z toho dôvodu určené s menšou presnosťou. Na druhej strane pri veľkých hodnotách κ sa výraznejšie prejavuje približnosť vzťahu (5.9).

9. References

[1] Family1 A. B., Family2 C. D.: Title, Published in, Publishing House, Year, pages

[1] Starek L., Musil M.: Detekcia a lokalizácia porúch využitím inverzného problému, Zborník z konf. "Technická diagnostika strojov a strojných zariadení", Zlín, 1997, s.265-271.

[2] Musil M., Starek L.: Determining location and extent of rotor damage, Zborník z konf. "Fifth International Conference on Rotor Dynamics", Darmstadt, 1998, s.101-110.

[3] Gysin H.: Comparison of expansion methods for FE modelling error localization, Proc. Of the 8th IMAC, 1990, s. 605-609.

[4] Hájek V.: Kmitanie Lavalovho rotora s priečnou trhlinou, Strojnícky časopis, 45, 1994, s.339-349.

[5] Ballo I.: Vplyv priečnej trhliny na ohybové kmitanie štíhlého hmotného hriadeľa, Strojnícky časopis, 48, 1997, s.25-36.

[6] Musil M.: Crack detection of vibrating structure Due to higher harmonics, Zborník z konf. "Engineering Mechanics '2000, Svratka, 2000, s. 241-246.