National Conference with International Participation
ENGINEERING MECHANICS 2001
Svratka, Czech Republic, May 14 - 17, 2001

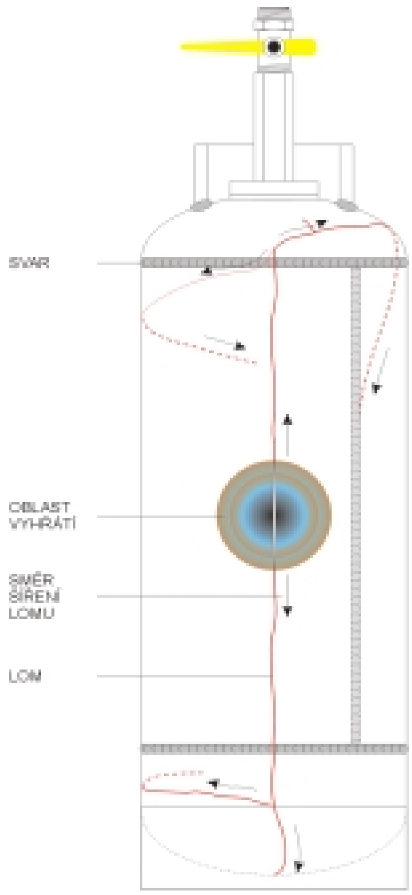
THERMODYNAMIC PROCESSES AND DYNAMIC EFFECTS MODEL OF TWO-PHASE FLUID OUTFLOW CONSEQUENT UPON THE PRESSURE VESSEL BREAK DOWN

Jiří MAXA, Vladimír HORÁK, Ivan DVOŘÁK•

Summary: *The paper presents some computational results of mentioned problem solution. The modification of thermodynamic laws and the method and evaluation of water-steam fluid thermodynamic functions and properties are described. The critical velocity is solved like a two-phase fluid speed of sound by numerical derivation of pressure dependence on fluid density at constant entropy.*

1. ÚVOD

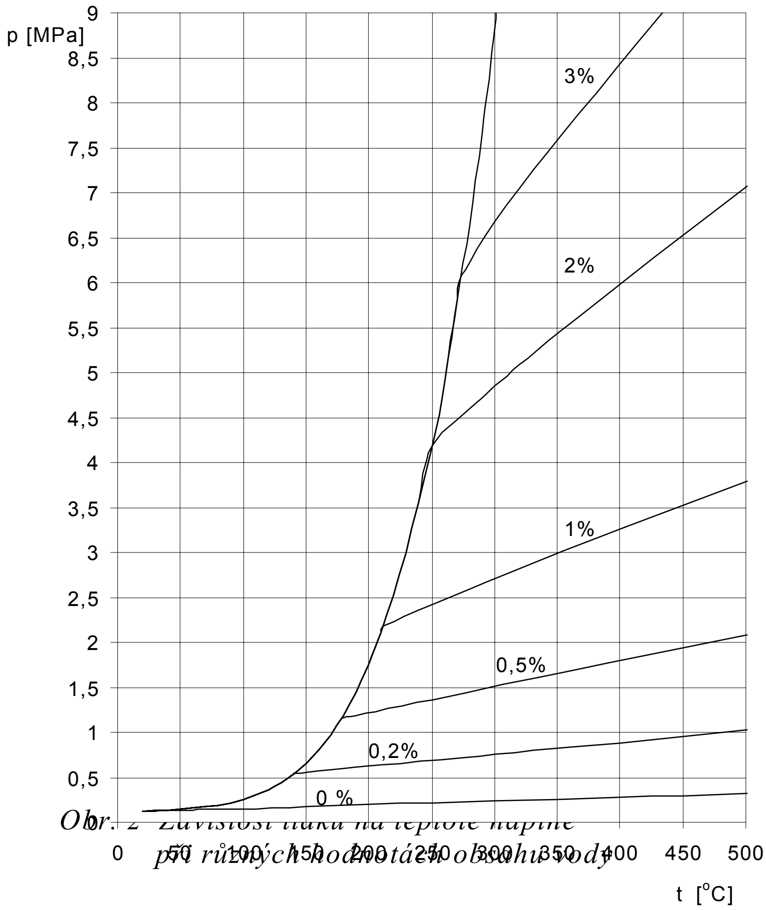
Požadavek na modelování termodynamických dějů a dynamických účinků spojených s výtokem dvoufázové tekutiny vyplynul z vyžádaného rozboru příčin a důsledků havárie tlakové nádoby na propan-butan 33 kg. K roztržení uzavřené nádoby došlo při lokálním ohřevu pláště v průběhu její opravy. Schematické znázornění průběhu lomu je na obr. 1. Podle technologického postupu je tlaková nádoba před opravou vždy: vypláchnuta vodou, voda vylita, vlhkost vysušena a následně je nádoba naplněna dusíkem o přetlaku 0,02 MPa. Vzhledem k lomové a metalografické analýze [1] nemohlo při dodržení zmíněného technologického postupu dojít ke vzniku a křehkému šíření trhliny, ani k následné rozsáhlé deformaci nádoby.



Úvahy o podmínkách vedoucích k náhlému, nestabilnímu šíření křehké trhliny vedly k pravděpodobné příčině havárie: příliš vysokému tlaku náplně v důsledku přítomnosti zbytku vody po výplachu láhve. Tento nárůst tlaku, v důsledku změny teploty náplně, je rozhodujícím způsobem ovlivněn právě parciálním tlakem vodní páry. Celkový tlak v nádobě je - podle Daltonova zákona - dán součtem parciálních tlaků složek. V našem případě součtem parciálního tlaku dusíku a parciálního tlaku vodní páry. Parciální tlak vodní páry je determinován jednak tlakem nasycené, respektive přehřáté páry (vzhledem k okamžitému stavu vody v nádobě), jednak množstvím vody nacházející se v soustavě. Hodnoty tlaků vodní páry jsou v závislosti na teplotě dány stavovým chováním vody kvantifikovaném v tabulkách [2].

• Doc. Ing. Jiří Maxa, CSc., Doc. Ing. Vladimír Horák, CSc., Prof. Ing. Ivan Dvořák, CSc.: Vojenská akademie v Brně, Kounicova 65, 612 00 Brno; E-Mail: jiri.maxa@vabo.cz, vladimir.horak@vabo.cz, ivan.dvorak@vabo.cz

Závislost celkového tlaku tekutiny v nádobě (při počátečním přetlaku dusíku 0,02 MPa a teplotě 20 ^{0}C) na teplotě náplně je vyjádřena graficky v diagramu uvedeném na obr. 2: pro samostatný dusík (0 %) a pro různá množství (0,2 až 3 %) objemu přítomné vody v soustavě vzhledem k celkovému objemu tlakové nádoby (81 litrů).



Obr. 2 Závislost tlaku na teplotě náplně při různých hodnotách obsahu vody

2. Teoretická východiska řešení

Předmětem modelování je popis dějů probíhajících při výtoku dvoufázové stlačitelné tekutiny. Expanze tekutiny probíhá při velkých tlakových spádech, takže je dosaženo kritického stavu proudění. S ohledem na stav proudění se při výtoku otvorem tekutina dostává do stavu mokré páry charakterizovaného suchostí x [3].

Pro popis probíhající nevratné stavové změny stavu tekutiny v nádobě při jejím vyprazdňování jsou pro řešení použity: stavové rovnice dvoufázové tekutiny, zákon zachování hmotnosti a první zákon termodynamiky. Samotné vyprazdňování této nádoby je realizováno výtokem tekutiny otvorem trhliny v nádobě do volné atmosféry.

Vzhledem ke krátkému termínu na požadované výsledky a určitým neurčitostem v zadání bylo zvoleno relativně jednoduché, ale přitom dostatečně přesné a spolehlivé jednorozměrové řešení dvoufázového proudění stlačitelné vodní páry [4] vytékající z trhliny, které se jeví jako vhodné pro výpočet hydrodynamických silových účinků na tlakovou nádobu v průběhu výtoku [5]. Toto proudění se považuje za adiabatické izoentropické. Východiskem pro kvantitativní vyhodnocení tohoto problému je kvazistacionární numerické řešení.

Stavové chování vody a vodní páry determinuje závislosti měrné entropie s, měrné entalpie i a měrného objemu v na tlaku, respektive i na teplotě. Pokud je tekutina ve stavu mokré páry o suchosti x jsou stavové veličiny dány, běžně užívanými rovnicemi [3] ve tvaru,

$$s = s' + x\left[s'' - s'\right], \qquad i = i' + x\left[i'' - i'\right], \qquad v = v' + x\left[v'' - v'\right], \tag{1}$$

kde závislosti příslušných stavových veličin nasycené vody a vodní páry na mezních křivkách závisejí pouze na tlaku p:

$$s' = s'(p),\ s'' = s''(p), \qquad i' = i'(p),\ i'' = i''(p), \qquad v' = v'(p),\ v'' = v''(p). \tag{2}$$

Uvedené závislosti byly jako aproximační rovnice sestaveny na základě parních tabulek [1] ve tvaru polynomů vyššího stupně, případně ve tvaru exponenciálním, pro tlaky tekutiny v intervalu 0,05 MPa až 10 MPa se stupněm korelace vyšším než 0,997.

Stav jednofázové tekutiny je obecně determinován tlakem a teplotou. Vzhledem k dalšímu výpočtu proudění jsou pro popis jednofázového stavového chování přehřáté páry formulovány aproximační rovnice pro měrnou entalpii, měrný objem a rychlost zvuku v závislosti na tlaku a entropii:

$$i = i(p,s), \qquad v = v(p,s), \qquad a = a(p,s). \tag{3}$$

Tyto závislosti na dvou proměnných veličinách (tlaku a entropii) lze vyjádřit ve tvaru $z = A + B.p + C.s + D.p/s$.

Zákon zachování energie je zahrnut do řešení prostřednictvím prvního zákona termodynamiky v diferenciálním tvaru

$$d(m \cdot q) = d(m \cdot u) + p \cdot dV, \tag{4}$$

kde celkové teplo procházející hranicí soustavy způsobuje změnu vnitřní energie a vykonání objemové práce. Vzhledem k rychlosti probíhajícího děje lze sdílené teplo zanedbat a teplo procházející hranicí soustavy je dáno vytékající hmotností dm látky o měrné entalpii i

$$d(m \cdot q) = i \cdot dm. \tag{5}$$

Změna vnitřní energie látky v soustavě je dána úbytkem hmotnosti dm výtokem z nádoby a změnou měrné vnitřní energie du prostřednictvím vztahu

$$d(m \cdot u) = u \cdot dm + m.du. \tag{6}$$

Objemová práce je, vzhledem k předpokladu konstantního objemu soustavy, nulová. První zákon termodynamiky (4) lze pak vzhledem k rovnicím (5) a (6) upravit pro výtok tekutiny z nádoby na tvar

$$i \cdot dm = u \cdot dm + m \cdot du. \tag{7}$$

Pro numerické kvazistacionární řešení úlohy je vhodné z prvního zákona termodynamiky (7) s pomocí definičního vztahu pro měrnou entalpii $i = u + p \cdot v$ vyjádřit časovou změnu měrné vnitřní energie tekutiny v soustavě vztahem

$$\frac{du}{d\tau} = -\frac{p \cdot v}{m} \cdot \frac{dm}{d\tau}. \tag{8}$$

Časová změna hmotnosti tekutiny v nádobě je jednoduchým vyjádřením **zákona zachování hmotnosti** a je rovna přímo hmotnostnímu průtoku tekutiny z nádoby

$$\frac{dm}{d\tau} = Q_m. \tag{9}$$

Časová změna měrného objemu tekutiny při konstantním objemu soustavy je dána derivací

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{d}{d\tau}\left(\frac{V}{m}\right) = -\frac{v}{m} \cdot \frac{dm}{d\tau}. \tag{10}$$

Rovnice (8), (9) a (10) představují soustavu tří obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu. Výpočet se provádí modifikovanou metodou Runge-Kutta pro řešení úloh s počátečními podmínkami [8]. Uvedené vztahy umožňují řešit časové průběhy: hmotnosti, měrné vnitřní energie a měrného objemu tekutiny v nádobě. Měrná entalpie je pak dána prostřednictvím měrné vnitřní energie z výše uvedeného definičního vztahu. Časové průběhy dalších stavových veličin tekutiny v soustavě (tlaku, suchosti) se určují na základě měrné entalpie a měrného objemu prostřednictvím stavového chování vody a vodní páry.

3. VÝTOK DVOUFÁZOVÉ TEKUTINY Z NÁDOBY

Řešení hydrodynamických účinků při výtoku tekutiny vyžaduje určit stavové veličiny proudící tekutiny ve výstupním průtočném průřezu, a to na základě obecných zákonitostí proudění při uvážení stlačitelnosti vytékající látky s možností jejích fázových změn. V důsledku postupující expanze se při poklesu tlaku tekutina dostává do stavu smíšené fáze - mokré páry.

Rychlost proudění c_{otv} mokré páry ve výstupním průtočném průřezu se určuje z rozdílu měrných entalpií

$$c_{otv} = \sqrt{2(i_o - i_{otv})}\ , \tag{11}$$

kde i_0 je celková měrná entalpie vytékající tekutiny. Měrná entalpie ve výstupním průřezu i_{otv} se určuje ze stavových rovnic pro mokrou páru (1) v závislosti na tlaku p a suchosti x, která se určuje iteračním výpočtem při voleném tlaku a měrné entropii $s_{otv} = s_0 = \text{konst.}$ Měrný objem v_{otv} se určí za použití vztahu (1).

Hustota proudu tekutiny je obecně definována vztahem [6]

$$q = \rho c = \frac{c}{v}\ . \tag{12}$$

Průběh hustoty proudu q závisí na tlaku a dosahuje svého maxima v kritickém stavu proudění, kdy

$$q_{kr} = q_{max}\ . \tag{13}$$

Maximální hmotnostní průtok Q_m dosažitelný v průtočném průřezu A_{otv} otvoru trhliny je tedy roven kritickému hmotnostnímu průtoku

$$Q_m = q_{kr} A_{otv} = Q_{m\,kr}\ . \tag{14}$$

V kritickém stavu je rychlost proudění rovna rychlosti zvuku v proudu tekutiny w, která je obecně definována vztahem [6]

$$c_{kr} = w = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{-v^2\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}\ . \tag{15}$$

Hodnotu rychlosti zvuku v dvoufázové vytékající tekutině při adiabatické izoentropické stavové změně obdržíme numerickou derivací závislosti tlaku na hustotě.

Pro hmotnostní průtok tekutiny platí rovnice spojitosti ve tvaru

$$Q_m = \frac{c_{otv} \cdot A_{otv}}{v_{otv}}\ , \tag{16}$$

kde A_{otv} je plocha výstupního průřezu trhliny.

Při vyprazdňování nádoby lze výtok tekutiny z trhliny do volné atmosféry považovat za výtok konvergentní dýzou, u které platí následující tlakové okrajové podmínky proudění [7], determinující hodnotu tlaku p_{otv} ve výstupním otvoru:

- pokud je tlakový spád mezi celkovým tlakem tekutiny v nádobě p_0 a tlakem barometrickým p_b nadkritický, platí podmínka $p_{kr} = p_{otv} \rangle\, p_b$;
- při podkritickém tlakovém spádu je tlak ve výstupním otvoru p_{otv} roven tlaku barometrickému p_b, tedy platí $p_{kr} \langle\, p_{otv} = p_b$.

4. DYNAMICKÉ ÚČINKY PROUDU NA TLAKOVOU NÁDOBU

Dynamické účinky proudu vytékající tekutiny z trhliny porušené tlakové nádoby se určí aplikací věty o změně hybnosti. Rozdíl průtočných hybností tekutiny vystupující a vstupující do volené kontrolní plochy je roven tlakovým silám působícím na tekutinu ohraničenou touto kontrolní plochou [5].

Výsledná síla F působící na tlakovou nádobu je dána součtem síly F_H vyvozené průtočnou hybností tekutiny vystupující z trhliny a síly F_P vyvozené přetlakem tekutiny ve výstupním průřezu trhliny

$$F = F_H + F_P = Q_m \cdot c_{otv} + (p_{otv} - p_b) \cdot A_{otv} . \qquad (17)$$

Průtočný průřez A_{otv}, kterým vytéká tekutina do atmosféry, se v průběhu destrukce tlakové nádoby postupně zvětšuje tak, jak se trhlina rozevírá. Protože rychlost šíření a rozevírání trhliny lze jen odhadnout, byla pro popis závislosti okamžité velikosti průtočné plochy na čase τ využita přechodová funkce děje ve tvaru

$$A_{otv} = A_{otv,kon} \left(1 - e^{-\frac{\tau}{k}} \right), \qquad (18)$$

kde $A_{otv,kon}$ je konečná plocha trhliny a k je časová konstanta, charakterizující počáteční rychlost otevírání průtočné plochy trhliny.

5. PREZENTACE VÝSLEDKŮ MODELOVÁNÍ

Z množiny možných počátečních stavů náplně v tlakové nádobě (obr. 2) při vzniku trhliny byl pro prezentaci výsledků výpočtu zvolen následující: teplota tekutiny t_0 = 248 ^{0}C; při 3% přítomné vody z objemu nádoby je odpovídající hmotnost tekutiny m_0 = 2,43 kg a tlak p_0 = 4 MPa. Těmto počátečním podmínkám odpovídá stav mokré páry o suchosti x_0 = 0,808 a měrném objemu tekutiny v_0 = 0,033 m^{3}kg^{-1}.

Výpočet předpokládá, že kapalná část náplně spočívá v dolní části nádoby a vzhledem k místu vzniku lomu (obr. 1) vytéká z trhliny sytá pára. V průběhu poklesu tlaku v nádobě následkem výtoku páry se kapalná část tekutiny postupně odpařuje. Dále se pro zjednodušení výpočtu zanedbává přítomnost dusíku ve vytékající tekutině.

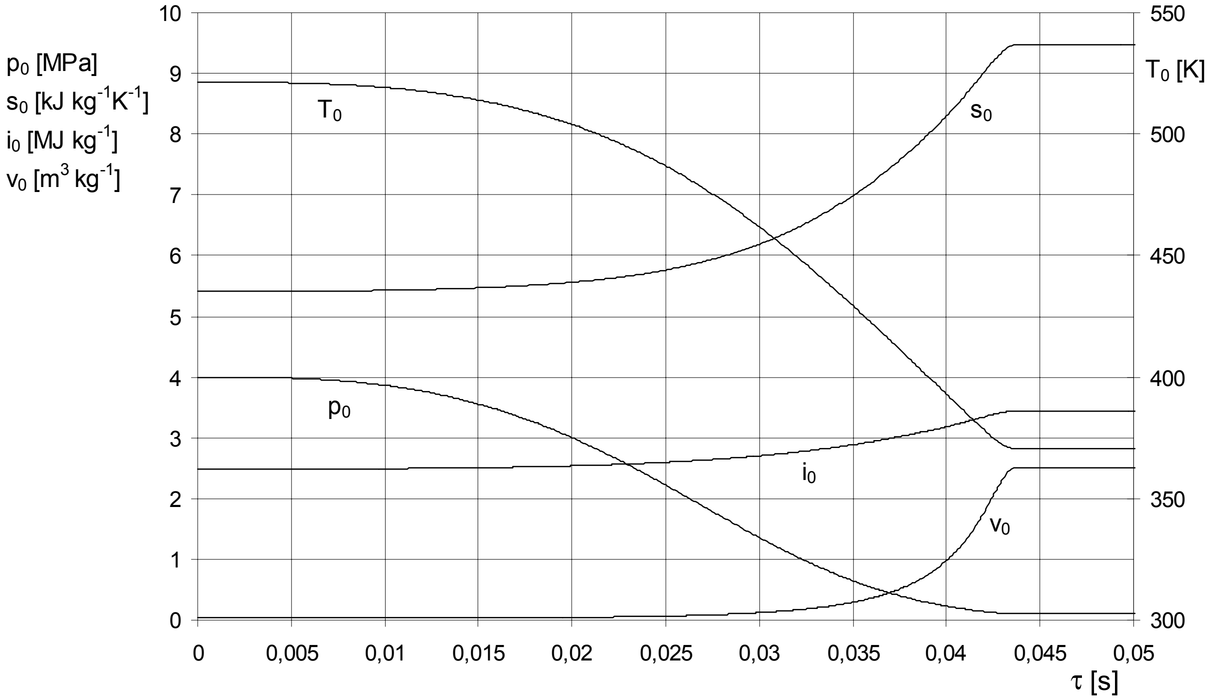
Za uvedených podmínek řešení je kritický stav proudění na počátku výtoku dán veličinami: kritický tlak p_{kr} = 2 MPa; kritická rychlost c_{kr} = 453,8 m.s^{-1}; suchost mokré páry v kritickém výstupním průřezu x_{kr} = 0,939; kritický měrný objem v_{kr} = 0,079 m^{3}kg^{-1}.

Kritický stav proudění ve výstupním průřezu trvá po většinu doby výtoku, a to až do okamžiku τ = 0,038 s, kdy při tlaku p_0 = 0,163 MPa klesne kritický tlak na hodnotu tlaku barometrického.

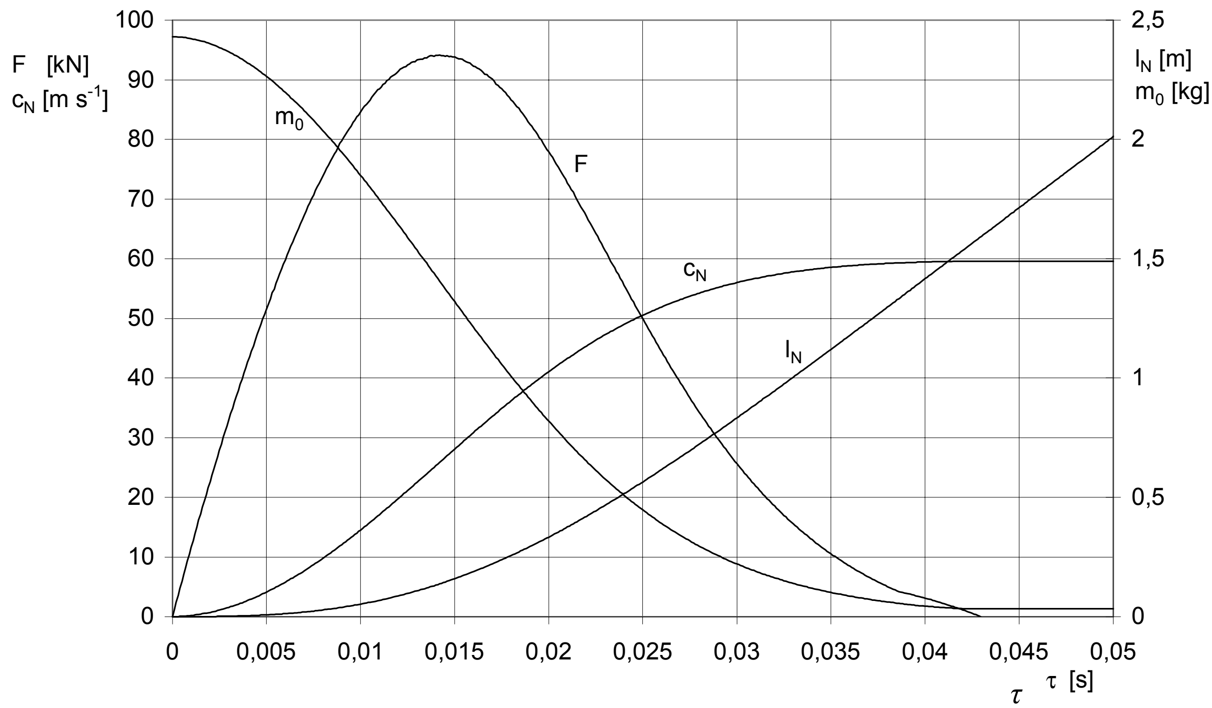
Výsledky výpočtu časových průběhů stavových veličin - teploty T_0, tlaku p_0, měrné entropie s_0, měrné entalpie i_0 a měrného objemu v_0 - tekutiny v nádobě při výtoku jsou uvedeny v grafické formě na obr. 3.

Výsledky výpočtu proudění a silových účinků na tlakovou nádobu v průběhu výtoku odráží diagram na obr. 4, ve kterém jsou vyneseny časové průběhy: hmotnosti tekutiny v nádobě m_0; hydrodynamické síly F působící na nádobu; rychlosti c_N a okamžité dráhy l_N volného pohybu nádoby. Z diagramu vyplývá, že maximální hydrodynamická sila je F = 94,1 kN. Popsaný dynamický účinek výtoku tekutiny udělí na konci děje tlakové nádobě o hmotnosti 33,7 kg rychlost c_N = 59,6 ms^{-1} na dráze l_N = 1,6 m v čase τ = 0,043 s.

Výpočet zahrnuje i vliv aerodynamického odporu při pohybu tělesa, který je však u dané úlohy z praktického hlediska zanedbatelný.



Obr. 3 Časový průběh stavových veličin (teploty, tlaku, měrné entalpie, měrné entropie a měrného objemu) tekutiny v nádobě při výtoku vodní páry.



Obr. 4 Časový průběh silových účinků (hydrodynamické síly, rychlosti a dráhy pohybu) a hmotnosti tekutiny v nádobě při výtoku vodní páry.

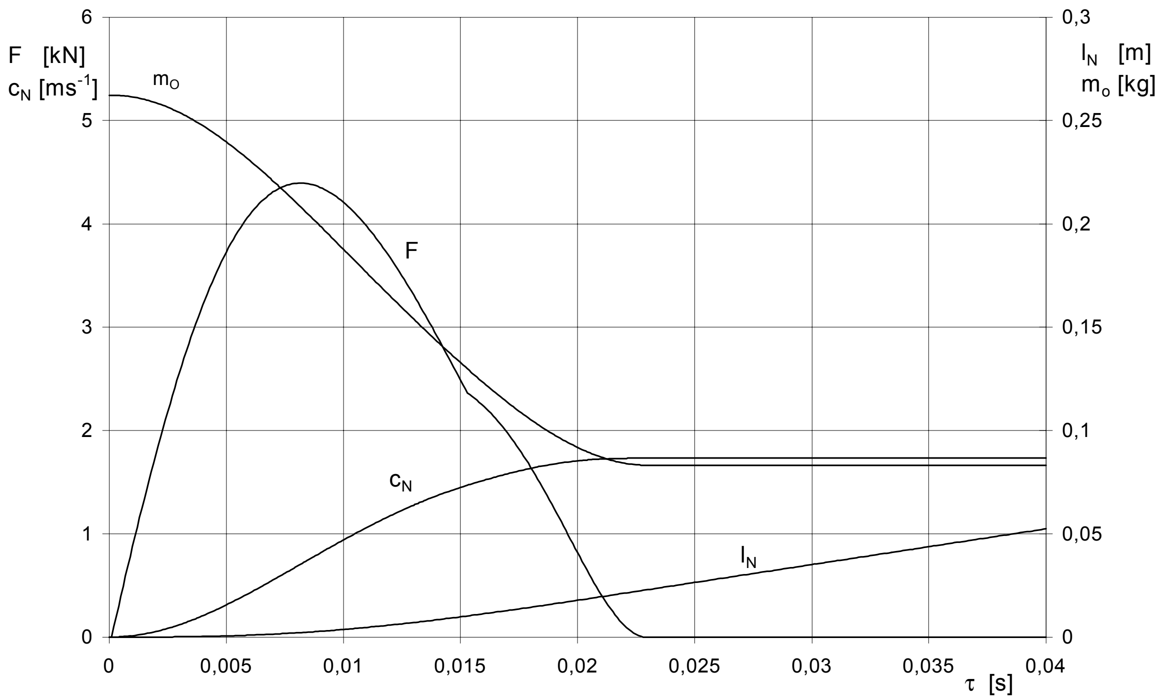
6. ZÁVĚRY

V příspěvku uvedený matematický model je schopen věrně a efektivně popsat termodynamické a hydrodynamické jevy spojené s analyzovanou havárií tlakové nádoby. Model zahrnuje popis dvoufázového proudění, včetně stanovení kritického stavu a rychlosti zvuku. Dále jsou řešeny silové účinky na nádobu, vyvolané výtokem tekutiny do atmosféry, které jí udělují při volném pohybu příslušnou rychlost a zrychlení.

Prezentované výsledky výpočtu potvrzují pravděpodobnou příčinu havárie tlakové nádoby – příliš vysoký tlak náplně v důsledku přítomnosti vody. Tomu odpovídá nejen rozsah destrukce šířením lomu (obr. 1), ale i následná deformace porušené nádoby v důsledku nárazu na překážku potvrzující vysokou rychlost pohybu nádoby v průběhu jejího letu vyvolaného řešenou hydrodynamickou silou.

Jak již bylo v úvodu zmíněno: pokud by v průběhu ohřevu byl v tlakové nádobě přítomen pouze dusík bez přítomnosti vody, nemohl by nastat tak velký nárůst tlaku, aby mohlo dojít k uvedenému šíření lomu. Pro ilustraci, výpočet na základě přístupů lomové mechaniky stanovil pro výchozí délku defektu a = 40 mm (vytvořen propálením či plastickým vytažením v místě ohřevu) hodnotu kritického tangenciálního napětí ve stěně nádoby σ = 128 MPa; tomu odpovídá úroveň vnitřního tlaku 2,72 MPa. Tohoto stavu je ale dosaženo např. při ohřevu náplně obsahující objemový podíl 0,8 % vody na teplotu 400 °C. Též silové účinky výtoku samotného dusíku by byly nesrovnatelně menší než prezentované účinky výtoku vodní páry.

Pokud by za analogických podmínek jako je řešený případ, uvedený v kap. 5, vytékal do volné atmosféry dusík jako ideální plyn o zvoleném počátečním přetlaku 0,2 MPa (je 10x větší než přetlak doporučený technologickým postupem) a teplotě 20 ^{0}C, bude při teplotě t_0 = 250 ^{0}C tlak náplně v nádobě p_0 = 0,501 MPa. Tomuto celkovému stavu plynu v nádobě odpovídá měrný objem v_0 = 0,309 m^3kg^{-1} a hmotnost m_0 = 0,264 kg. Výsledné hydrodynamické účinky výtoku dusíku jsou uvedeny v diagramu na obr. 5. Běžným porovnáním těchto výsledků s analogickými veličinami při výtoku vodní páry (obr. 4) je zřejmý výrazný rozdíl v délce trvání děje i v silových účincích. Maximální hydrodynamická síla by při výtoku dusíku byla 23x menší a výsledná rychlost pohybu tlakové nádoby by byla menší 34x.



Obr. 5 Časový průběh silových účinků (hydrodynamické síly, rychlosti a dráhy pohybu) a hmotnosti plynu v nádobě při výtoku dusíku

7. REFERENCES

[1] Dvořák I., Hanák J., Horák V., Bartík L.: Rozbor příčin havárie nádoby na propan-butan 33 kg. Výzkumná zpráva, Vojenská akademie, Brno, 2000.
[2] Šifnerfner O., Klomfar J.: Mezinárodní standardy vlastností vody a vodní páry. ACADEMIA, Praha, 1996.
[3] Sazima M., Kmoníček V., Schneller J.: Teplo. SNTL Praha 1989.
[4] Maxa J., Horák V.: Jednorozměrné dvoufázové proudění vody a vodní páry s uvážením stlačitelnosti. Sborník VA, Brno, B 2/1999, s. 53-64.
[5] Horák V., Maxa J.: Modelování hydrodynamických sil a momentů při náhlém přerušení potrubí. Sborník Inženýrská mechanika '99, svazek 3, Svratka, květen 1999.
[6] Wallis G. B.: One-Dimensional Two-Phase Flow. MIR, Moskva 1972.
[7] Dejč M. E.: Technická dynamika plynů. SNTL, Praha 1967.
[8] Přikryl P.: Numerické metody matematické analýzy. SNTL, Praha 1985.