



ROCK BUMPS DURING MINING

Michael KUGBLENU, Petr PROCHÁZKA*

***Summary:** The rock bumps during mining excavation is studied in this paper. The bumps appear to be a very important danger for human lives, particularly when the bumps influence the stability of a mine face. Although they may appear inside the rock mass (because of local disturbances in the rock mass), and the influence of the face is relatively small, the material in the earth may change in such a way that the final effect is negative for the safety of the mining. The problem is studied theoretically, and results from scale model specially prepared for this purpose.*

1. Úvod

Klasické numerické metody (MKP, MOP) selhávají kvůli „příliš tuhému“ chování aproximací a proto je nutné u těchto metod volit velmi jemnou síť. Proto byla místo těchto metod předložena řada numerických postupů, které vycházejí z inženýrských zkušeností. V současnosti se jeví v geotechnických a důlních aplikacích jako nejvhodnější metoda volných šestiúhelníkových prvků (občas známá jako metoda včelých pláství). Doposud je tento problém řešen teoreticky a jsou známá praktická využití nejen v oblasti geotechniky. Dokonce praktické zkušenosti dávají velmi rozumné výsledky. Jiné metody distinktních prvků (PFC, FLAC, UDEC) musí překonávat problem určení vztahů mezi laboratorním měřením Youngových modulů, Poissonových čísel, smykových modulů, atd. a na druhé straně jejich interpretaci v numerickém modelu distinktních prvků. Materiálové parametry, které jsou definovány v bodech styku sousedících částic (prvků), které jsou ve vzájemném kontaktu, jsou fyzikálně zcela odlišné od materiálu kontinua. Tento problem nemusí být případ metody volných šestiúhelníků. Materiálové vlastnosti prvků jsou určeny ze vztahu mezi napětím a deformací. Kontakty (styky) vyhovují podmínce mezního stavu (zjednodušený Mohr-Coulombův zákon aplikovaný na křehké materially a tažené zóny jsou v tomto modelu omezeny pevností v tahu). Za těchto podmínek se jedná o jistý druh lokalizovaného poškození. Tím v případě volných šestiúhelníků mohou být využity laboratorní zkoušky a jejich výsledky interpretovány v tomto numerickém modelu. I když se hornina chová jako křehký materiál, napětí v tahu vykazují vlastnosti změkčení a v kritickém stavu náhlé nestability (rock bumps) dochází k uvolnění potenciální energie.

Naším hlavním cílem v této práci je implementovat metodu volných šestiúhelníků na problém náhlé ztráty stability při hlubinném dolování krátkým porubem. Problem je řešen jako časově nezávislý, tj. je sledována napjatostní situace při zatížení, kdy dochází k náhlé nestabilitě. Toto

* Michael Kugblenu, Petr Procházka, ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra stavební mechaniky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, Emails: mkugblenu@hotmail.com, petrp@fsv.cvut.cz

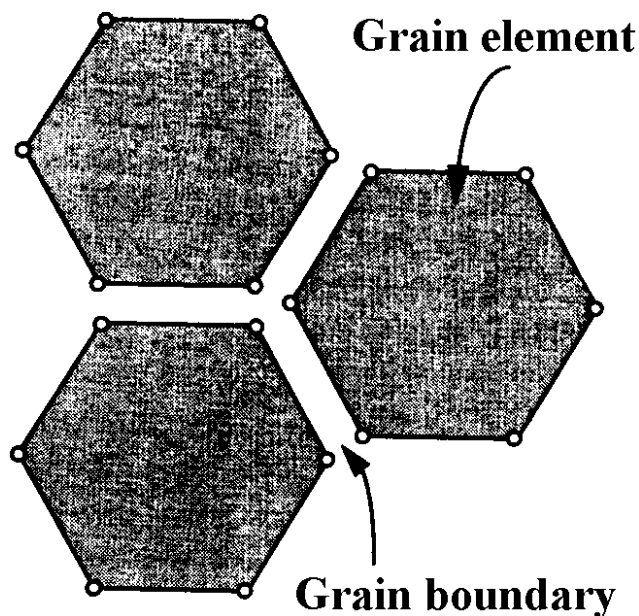
zatížení je určeno z pokusů v laboratoři. Pokud by se zavedly setrvačné síly a časově proměnné zatížení, dostali bychom, podobně jako u MKP, nebo MOP, dynamický problém, který je možné řešit podobným způsobem, jako PFC.

2. METODA VOLNÝCH ŠESTIÚHELNÍKOVÝCH PRVKŮ (MVŠP)

Tato metoda vychází z dokonalého pokrytí definiční oblasti, která popisuje fyzikální těleso, disjunktními šestiúhelníky. Toto pokrytí může být pravidelné (tím lze očekávat i jednoduchý výpočet vnitřních veličin a celá výpočetní procedura je zjednodušena použitím jediné matice tuhosti) nebo prvky mohou mít libovolný tvar. Je dobré si uvědomit, že šestiúhelník je ideální prvek, protože je tvarem blízky kružnici (ideální zrno) a tím shrnuje všechny výhody PFC (particle flow code). Na druhé straně, pomocí MVŠP lze snadno řešit napětí, kdežto PFC řeší jenom vnitřní síly a napětí lze jen těžko simulovat. Celé kontinuum může být pokryto při aplikaci MVŠP, kdežto PFC umožňuje pokrytí nejvíce cca 20% celkové plochy v konkrétních realizacích. Další zásadní myšlenka této metody (MVŠP) je aproximace prvků (včelých pláství) pomocí metody okrajových prvků (MOP), která se zdá nejvhodnější pro simulaci pružných materiálových vlastností v prvku tohoto tvaru.

Jelikož naším hlavním cílem je studium chování důlních děl při těžení uhlí krátkým porubem, soustředíme se na problémy v 2D. Nejdříve se budeme věnovat jednomu vybranému šestiúhelníkovému prvku. Jeho definiční oblast označíme $\bar{\Omega} \in R_2$ s hranicí $\bar{\Gamma}$. Poznamenejme, že částice jsou v nedeformovaném stavu ve vzájemném plném kontaktu se sousedícími prvky.

V této teoretické části se soustředíme na prvky, které jsou řešeny MOP, ale jsou spojeny podobně jako při MKP, tj. je splněna rovnováha a kompatibilita částic, které jsou na kontaktu. Řešení v částici je uvažováno jako lineárně pružné. Nelineární problém vzniká pouze při zavedení kontaktních podmínek. Pak je problém řešený metodou volných šestiúhelníků silně nelineární.



Obr. 1 Příklad dekompozice – tři částice na kontaktu

Necht' je rozdělení posunů a povrchových sil na hranici sledovaného prvku konstantní. Je dobře známo, že taková distribuce je povolena a vyhovuje podmínce konvergence (jestliže norma prvku –

největší vzdálenost dvou bodů ležících uvnitř největšího prvku – se blíží nule, aproximace ve smyslu volných šestiúhelníků se blíží skutečnému průběhu veličin v kontinuu).

Obecně, problém pružnosti může být zapsán takto:

$$\sum_{l=1}^2 c_{kl}(\mathbf{x}) u_l(\xi) = \sum_{i=1}^2 \sum_{s=1}^6 \int_{\bar{\Gamma}_s} p_i(\mathbf{x}) u_{ik}^*(\mathbf{x}; \xi) d\bar{\Gamma}(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^2 \sum_{s=1}^6 \int_{\bar{\Gamma}_s} u_i(\mathbf{x}) p_{ik}^*(\mathbf{x}; \xi) d\bar{\Gamma}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^2 \int_{\bar{\Omega}} b_i(\mathbf{x}) u_{ik}^*(\mathbf{x}; \xi) d\bar{\Omega}(\mathbf{x}), \quad \xi \in \bar{\Gamma}, k=1, 2, \quad (1)$$

kde $\bar{\Gamma}_s, s=1, \dots, 6$ jsou okrajové prvky, c_{kl} je jednotková matice při $\xi \in \bar{\Omega}$ a $c_{kl} = \frac{1}{2} \delta_{kl}$, kde δ_{kl} je Kroneckerovo delta, u_i, p_i jsou posuny resp. povrchové síly, které jsou projektovány do směrů souřadnicových os, a veličiny s hvězdičkou jsou daná jádra. Jestliže bod ξ je umísťován postupně do středů těchto okrajových prvků, dostaneme 12 rovnic, které dávají do vztahu $6 \cdot 2$ posunů, a $6 \cdot 2$ povrchových sil a 6 složek objemové tíhy. Rovnice (1) může být nyní zapsána takto:

$$\sum_{l=1}^2 \frac{1}{2} \delta_{kl}(\mathbf{x}) u_l(\xi_t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{s=1}^6 p_i^s \int_{\bar{\Gamma}_s} u_{ik}^*(\mathbf{x}; \xi) d\bar{\Gamma}(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^2 \sum_{s=1}^6 u_i^s \int_{\bar{\Gamma}_s} p_{ik}^*(\mathbf{x}; \xi_t) d\bar{\Gamma}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^2 b_i \int_{\bar{\Omega}} u_{ik}^*(\mathbf{x}; \xi_t) d\bar{\Omega}(\mathbf{x}), \quad \xi \in \bar{\Gamma}, k=1, 2, t=1, \dots, 6. \quad (2)$$

Dále zavedeme vektory $\alpha_s, \beta_s, s=1, \dots, 6$, a vektory α, β , které jsou definovány takto:

$$\alpha^s = \begin{pmatrix} u_1^s \\ u_2^s \end{pmatrix}, \quad \beta^s = \begin{pmatrix} p_1^s \\ p_2^s \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} \alpha^1 \\ \alpha^2 \\ \alpha^3 \\ \alpha^4 \\ \alpha^5 \\ \alpha^6 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta^1 \\ \beta^2 \\ \beta^3 \\ \beta^4 \\ \beta^5 \\ \beta^6 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

Užitím tohoto označení vztahy na prvcích mohou být zapsány takto:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{26} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{61} & a_{62} & \dots & a_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{26} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ b_{61} & b_{62} & \dots & b_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

kde matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{26} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{61} & a_{62} & \dots & a_{66} \end{bmatrix}$$

je vytvořena diskretizací druhého integrálu pravé strany v (3). Matice $\mathbf{B}$ popisuje první člen pravé strany v diskrétní formě a má obdobný tvar:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{26} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ b_{61} & b_{62} & \dots & b_{66} \end{bmatrix}$$

Konečně vektor

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{pmatrix}$$

je důsledkem diskretizace složek objemové tíhy na okrajových prvků.

V případě obecného šestiúhelníku, člen c není třeba počítat. Pro nulovou objemovou tíhu a konstantní posuny musí být povrchové síly nulové a pak platí:

$$a_{ii} = \sum_{j=1}^6 a_{ij}, \text{ pro každé } i = 1, \dots, 6. \quad (5)$$

Tento závěr platí také i pro pravidelné šestiúhelníky.

Jelikož rovnice (2) může být napsána ve tvaru

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{\beta} + \mathbf{b}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}, \quad (6)$$

vztahu mezi posuny a povrchovými silami je dosaženo užitím inverze matice $\mathbf{B}$ (toto je dovoleno, jelikož matice $\mathbf{B}$ je regulární). Tímto způsobem je diskretizovaný problém podobný problému MKP.

2.1 FORMULACE KONTAKTNÍHO PROBLÉMU

Posuny jsou popisovány vektorovou funkcí $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ proměnné $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$. Povrchové síly na okrajích částic jsou označeny buď jako $\mathbf{p} = (p_l, p_2)$ nebo po promítnutí do normálového a tečného směru $\mathbf{p} = (p_n, p_t)$. Za předpokladu teorie malých deformací bude dostačující formulovat hlavní podmínky na kontaktu následujícím způsobem (Signoriniho podmínky):

$$[\mathbf{u}]_n \equiv u_n^c - u_n^a \leq 0 \text{ skoro všude na } \Gamma_c^i, \quad (7)$$

kde Γ_c^i , $i = 1, \dots, n$ jsou nyní okraje (hranice) mezi přilehlými částicemi, u_n^a je normálový posun běžného prvku ($\alpha = c$) a u_n^a pro přilehlý prvek, i probíhá všechny společné strany částic, n je počet společných stran šestiúhelníků (mající přesně dvě přilehlé částice uvnitř oblasti, jeden nebo žádný na vnějších okrajích).

Označme

$$K \equiv \{\mathbf{u} \in V; [\mathbf{u}]_n \leq 0 \text{ skoro všude na } \Gamma_c^i, i = 1, \dots, n\}$$

Množina K je kužel dovolených posunů, které vyhovují geometrickým okrajovým podmínkám a podmínkám na kontaktu.

Celková energie J této soustavy je

$$J(\mathbf{u}, \mathbf{p}) = \Pi(\mathbf{u}) - I(\mathbf{p}, \mathbf{u}), \quad \Pi(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} a(\mathbf{u}, \mathbf{u}), \quad (8), (8a)$$

$$I(\mathbf{p}, \mathbf{u}) = \sum_{i=1}^n \int_{\Gamma_c^i} (p_n [\mathbf{u}]_n^+ + p_t [\mathbf{u}]_t) d\Gamma, \quad [\mathbf{u}]_t \equiv u_t^c - u_t^a, \quad (8b)$$

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{u}) = \int_{\Omega} (\boldsymbol{\varepsilon})^T \mathbf{L} \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \left\{ \frac{\partial u_n}{\partial x_n}; \frac{\partial u_t}{\partial x}; \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_n}{\partial x_t} + \frac{\partial u_t}{\partial x_n} \right) \right\}^T, \quad (8c), (9)$$

a $\mathbf{L}$ je matice pružnostních konstant, Ω je oblast vytvořená součtem všech $\overline{\Omega}$, tj. všemi šestiúhelníkovými částicemi.

Zavedme prostor přípustných povrchových sil Λ , na Γ_c^i , pro *Problém*:

$\Lambda \equiv \{\mathbf{p} \text{ je kvadraticky integrovatelná vektorová funkce na } \Gamma_c^i, \text{ jestli } u_n^c = u_n^a \text{ pak } p_n < 0;$
 $\text{jestliže } |p_t| \leq \tau_b \text{ pak existuje kladná konstanta } \alpha; p_t = -\alpha [\mathbf{u}]_t, \text{ jestli } p_n > p_n^+ \text{ pak } p_n = p_t = 0\}$ (10)

kde p_n^+ je pevnost v tahu.

Nyní můžeme tuto úlohu formulovat ve formě lagrangeových multiplikátorů $\mathbf{p}$:
Je třeba najít dvojici $\{\mathbf{u}, \mathbf{p}\}$ tak, že $\mathbf{u} \in K$ a $\mathbf{p} \in \Lambda$ a

$$J(\mathbf{u}, \mathbf{p}) \leq J(\mathbf{w}, \mathbf{p}), \quad \text{pro všechny } \mathbf{w} \in K, \quad (11)$$

a

$$I(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{u}) \leq I(\mathbf{p}, \mathbf{u}), \quad \text{pro všechny } \boldsymbol{\eta} \in \Lambda, \quad (12)$$

Tato formulace vede na velmi rychlý Uzawův algoritmus, který užíváme v upravené verzi také v této práci.

3. VÝSLEDKY NUMERICKÝCH EXPERIMENTŮ

V numerickém modelu jsou brány do úvahy následující vlastnosti uhelné sloje a jejího nadloží:

Objemová tíha uhlí je 14 kN/m^3 ,

Objemová tíha nadloží je 22 kN/m^3 ,

pevnost v tlaku nadloží je 100 MPa ,

pevnost v tlaku uhlí je 10 MPa ,

Youngovy moduly jsou 20 GPa a 12 GPa ,

Poissonova čísla jsou $0,23$ a $0,3$ pro nadloží resp. uhlí.

Pevnost v tahu p_n^+ je $3,8 \text{ MPa}$ a $0,38 \text{ MPa}$

a smyková pevnost τ_b je 8 MPa a $0,8 \text{ MPa}$ pro nadloží resp. uhlí.

Tyto hodnoty jsou zadávány do počítačového programu, který využívá síť, ukázanou na obrázku č. 2, kde šedivé částice představují uhelnou oblast a bílé částice představují horninu. Problém je řešen v 2D.

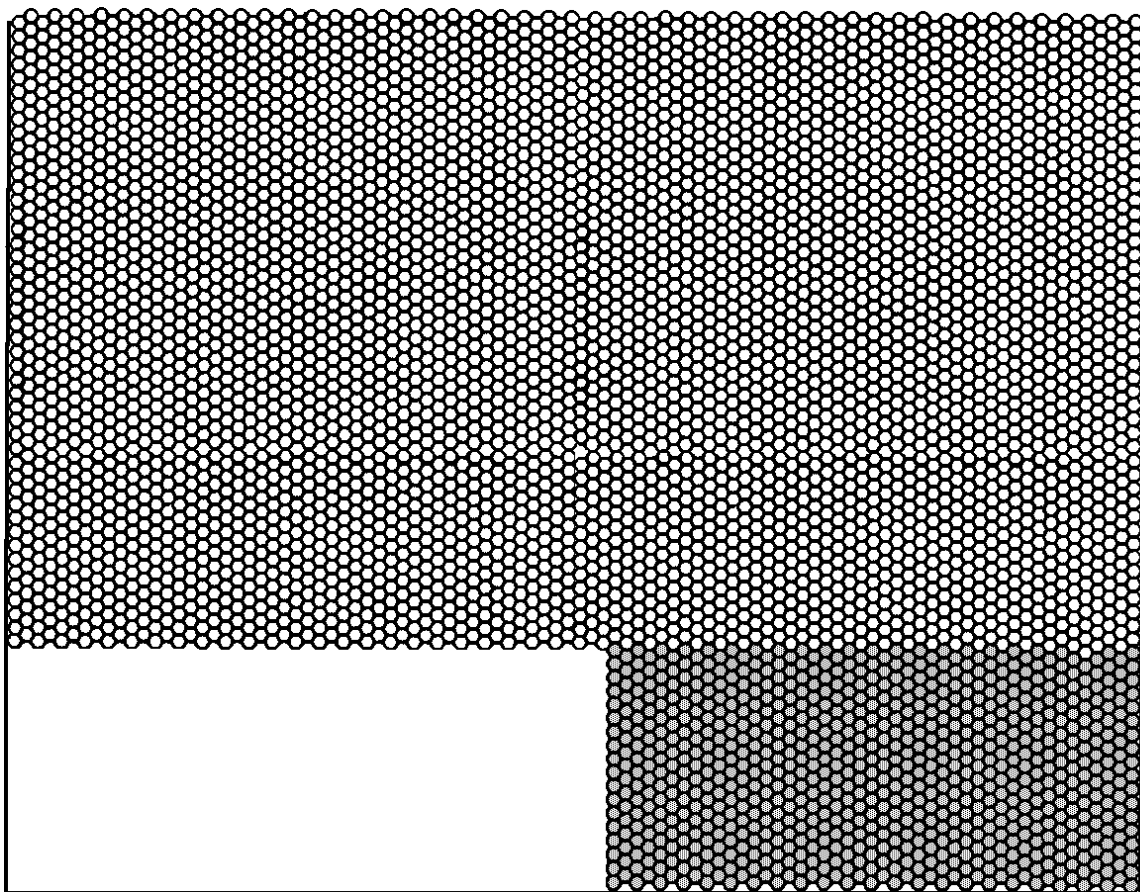
Posuny po povrchu sloje jsou vidět na obrázku č. 3 – pro zatížení na „terénu“ při hodnotě zatížení odpovídajícímu náhlé ztrátě stability (bumps), která je daná pokusem. Kontaktní podmínky jsou v tomto případě následující:

$$- |p_t| \leq \tau_b$$

$$- p_n \leq p_n^+$$

Složky p_n, p_t jsou dosaženy jednoduchým promítáním povrchových sil do normálových a tangenciálních směrů podél každých z šesti okrajových prvků každé částice. Je jasné, že hlavní pohyb částic je na vrchním povrchu uhelné vrstvy. Toto bylo také zaznamenáno ve výsledcích experimentů.

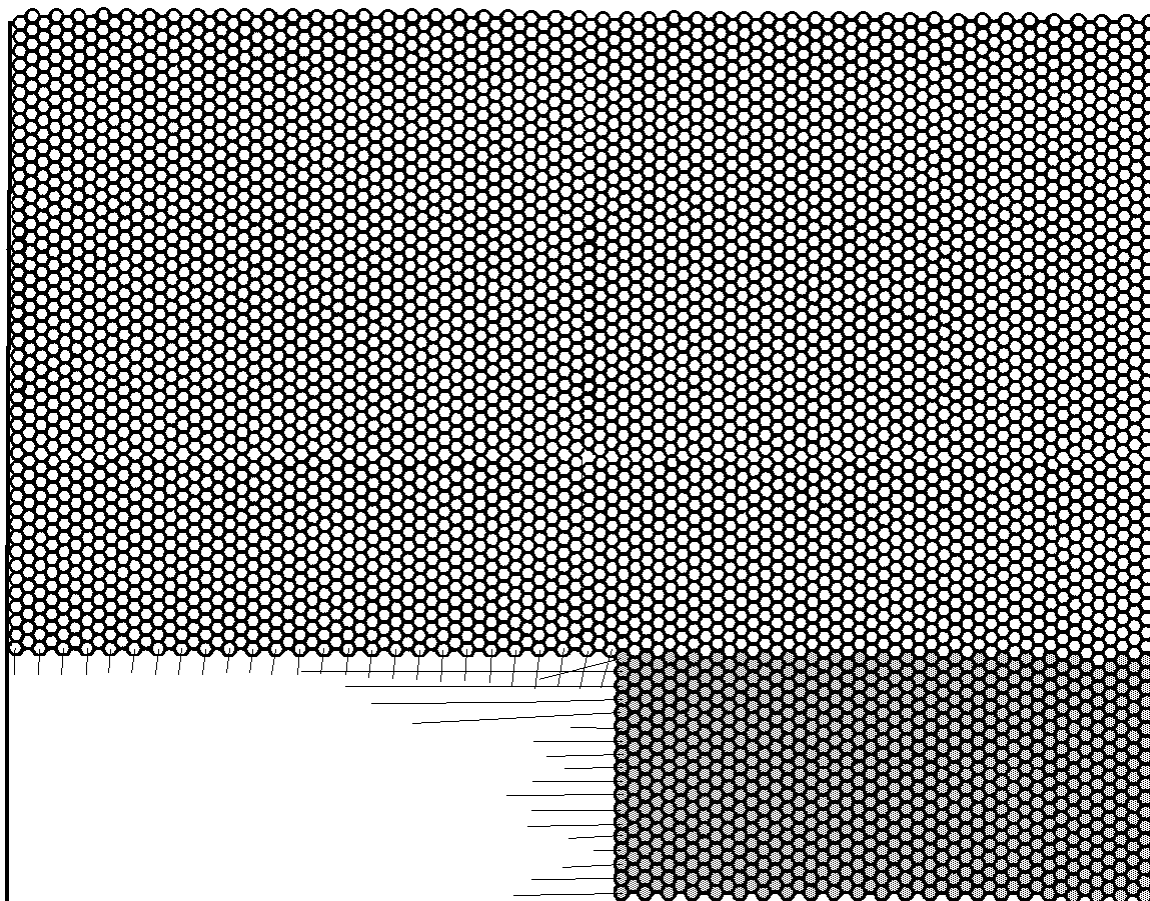
Na spodní a svislých stranách tohoto modelu jsou použity tyto okrajové podmínky. Vertikální posuny na dolní části nejsou povolené a posuny ve vodorovném směru vyhovují podmínce $|p_t| \leq \tau_b$. Jelikož v tomto případě máme jeden vrchol každé částice na spodní části vzorku, vezmeme v úvahu průměrné hodnoty svislých tangenciálních povrchových sil. Podél stran modelu jsou aplikovány podmínky symetrie, tj. vodorovné posuny jsou nulové a svislým není bráněno v pohybu.



Obr. 2 Rozložení částic pokrývajících definiční oblast

4. ZÁVĚR

Tento článek je věnován studii chování horninových slojí a okolní horniny, které se může vyskytovat při krátkém porubu v uhlých dolech. Hlavní problém, který je řešen, je náhlá ztráta stability čela porubu. V anglické literatuře je tento problém nazýván rock bumps, nebo rock bursts. Aby došlo k této náhlé ztrátě stability, musí být vytvořeny zvláštní podmínky v horninovém masivu. V této studii bereme v úvahu křehké chování uhlé sloje. Metoda volných šestiúhelníků, která je v tomto článku použita, umožňuje časově závislé sledování deformačních dějů. V našem případě je sledovaná napjatost a stabilita pouze časově nezávisle, tj. sleduje se stav, při kterém dochází k náhlé ztrátě stability. Tohoto stavu je dosaženo při zatížení, které je dáno experimentem. Variací zatížení kolem kritického stavu je možné sledovat výskyt trhlin v masivu a jejich vývoj. Způsob deformace (posuvů) v čele uhlé sloje je též jedním z výsledků této studie.



Obr. 3 Posuvy čela sloje

Tento výzkum byl finančně podporován Grantovou agenturou České republiky, grantový projekt číslo 103/00/0530.