



THE EFFECT OF V-NOTCH ON THE PROPAGATION RATE OF A FATIGUE CRACK

Pavel HUTAŘ*, Zdeněk KNĚSL¹

Summary: *The rate of a fatigue crack propagating in a vicinity of a V-notch is studied. To assess the influence of the constraint on the rate of the propagation, two parameter constraint based linear elastic fracture mechanics is used. The corresponding values of the T-stress are calculated and values of the effective stress intensity factor K_{eff} controlling the rate of a crack propagation are estimated as a function of the V-notch opening angle. The results obtained are compared with those for a crack emanating from nonsingular U- notch concentrator.*

1. Úvod

Rozdělení napětí v okolí kořene trhliny je v případě jednoparametrové lineární elastické lomové mechaniky popsáno pomocí prvního, vzhledem ke vzdálenosti r od vrcholu trhliny singulárního, členu odpovídajícího Williamsova rozvoje [2]. V řadě prací však bylo ukázáno např. [3], že chování trhliny může být ovlivněno i druhým, vzhledem ke vzdálenosti r konstantním, členem tohoto rozvoje, který se označuje jako T-napětí. Poznamenejme, že tento parametr charakterizuje vliv constraintu vyvolaného multiaxialitou napětí v okolí kořene trhliny na její chování a jeho hodnota ovlivňuje zejména velikost plastické zóny v okolí vrcholu trhliny. Zatímco v rámci jednoparametrové lomové mechaniky je chování trhliny jednoznačně určeno hodnotou faktoru intenzity napětí K , v dvouparametrovém přístupu se trhlina ve vzorku a konstrukci chová stejně, pokud jsou v obou případech identické oba dva parametry, tj. K a T . Postupy pro stanovení obou těchto parametrů již dostatečně známy (to platí především pro výpočet hodnot faktoru intenzity napětí) a aplikace dvouparametrové lomové mechaniky dávají uspokojivé výsledky zejména v případech popisu vlivu geometrie těles na hodnoty lomové houževnatosti [2].

V případě popisu šíření únavových trhlin v rámci lineární elastické lomové mechaniky (tj. v případě podmínek odpovídajících vysokocyklové únavě) je problematika aplikací dvouparametrové lomové mechaniky studována a popsána např. v [4]. V praxi se obvykle používá pro popis šíření takových trhlin Parisova-Erdoganova rovnice ve tvaru $da/dN = C (\Delta K)^m$, kde C a m jsou materiálové parametry a (ΔK) je rozkmit hodnoty faktoru intenzity napětí [11]. Je-li velikost plastické zóny pro dané K závislá na hodnotě T-napětí, musí být na hodnotě T závislá i rychlost šíření únavové

¹ Ing. Pavel Hutař, Prof. RNDr. Zdeněk Kněsl, CSc.

Ústav fyziky materiálů, Akademie Věd České republiky, Žitkova 22, 616 63 Brno

*Ústav mechaniky těles, Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, Technická 2, 616 69 Brno
(tel.: 05/4163 6362, 6358, e-mail: hutar@ipm.cz, knesl@ipm.cz)

trhliny. V práci [4] je popsána formulace dvouparametrového přístupu k popisu rychlosti šíření únavových trhlin. Postup je založen na pojmu efektivní hodnoty faktoru intenzity napětí K_{eff} , která je určena na základě porovnání tvaru a velikosti plastických zón na čele trhliny pro různé hodnoty T – napětí. Dále je ukázáno, že rychlost šíření lze pak vyjádřit ve tvaru $da/dN = C (\Delta K_{eff})^m$, kde $K_{eff} = K_{eff}(T)$.

2.CÍLE

Cílem této práce je popsat vliv constraintu na rychlost šíření únavové trhliny iniciované a šířící se z ostrého V-vrubu. V-vrub představuje z hlediska lineární elastické lomové mechaniky případ obecného singulárního koncentrátoru napětí se singularitou typu r^{-p} , kde exponent singularity p se mění v závislosti na úhlu otevření vrubu v intervalu $0 < p < 1/2$. Závěry této práce lze tedy zobecnit i na jiné koncentrátory napětí.

Práce navazuje na výsledky publikace [5], kde je studován vliv otevření úhlu V-vrubu na velikost odpovídajících lomových parametřů K a T . Nadále se zabýváme pouze trhlínami takové délky, které bezprostředně V-vrub ovlivňuje tj. do $a/b < 1$, viz obr.1. V těchto případech jsou numericky stanoveny velikosti plastických zón v okolí kořene trhliny za podmínek plastické deformace malého rozsahu a na jejich základě pak hodnoty K_{eff} . Tyto výsledky jsou porovnány s hodnotami K_{eff} určenými pomocí aproximačního vztahu získaného z literatury. Získané hodnoty rychlosti šíření únavových trhlin šířících se v okolí V-vrubu jsou porovnány s odpovídajícími výsledky určenými pro U-vrubby s nesingulárním charakterem napětí. Výsledky pak mohou přispět ke spolehlivějším odhadům únavové zbytkové životnosti těles s konstrukčními vruby.

3.METODY URČENÍ LOMOVÝCH PARAMETRŮ

Tato úloha byla řešena numericky pomocí komerčního programového systému ANSYS [1]. Součinitel intenzity napětí byl stanoven numericky metodou posunutých středových uzlů, která je implementovaná v Ansysu a modeluje singularitu v kořeni trhliny pomocí prvků s posunutými středovými uzly do 1/4 délky prvku.

T napětí bylo stanoveno pomocí přímé diferenční metody ([2],[9]), která vychází přímo z rozdělení napětí v okolí kořene trhliny. V rámci dvouparametrové lomové mechaniky vypadají vztahy pro napětí pro mód I následovně:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + T \quad (1)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3)$$

Z výše uvedených vztahů je vidět že rozdíl napětí $\sigma_{xx}(\theta=0) - \sigma_{yy}(\theta=0)$ je roven přímo T napětí. Při numerickém výpočtu hodnoty T napětí musíme stanovit pole napětí v okolí kořene trhliny,

z něhož určíme T extrapolací získaných hodnot např. metodou nejmenších čtverců pro $r = 0$. Extrapolaci provádíme proto, že několik prvních uzlů je zatíženo velkou numerickou chybou a proto je musíme vyloučit. Určitá nejistota je též způsobena nejednoznačným určením vzdálenosti, na které se má hodnota T extrapolovat. Proto tato metoda nedosahuje tak přesných výsledků jako např. metoda hybridních prvků [4]. Výhodou přímých postupů je jednoduchá implementace do jakéhokoli MKP systému. Existuje několik dalších variant přímého postupu, např. pro $\theta = \pi$ je T napětí rovno přímo složce napětí σ_{xx} .

Velikost plastické zóny byla v rámci lineární elastické lomové mechaniky určila přímo z numerického řešení napjatosti v okolí kořene trhliny. Její hranice byla získána tak že redukované napětí podle podmínky plasticity HMM položilo rovno mezi kluzu. Tento způsob je poměrně náročný na hustotu sítě v oblasti kde se plastická zóna nachází.

Stanovení efektivní hodnoty faktoru intenzity napětí pak bylo provedeno dvěma způsoby pomocí T napětí z aproximačního polynomu podle [4]:

$$K_{\text{eff}} = K_I \left[-0.8517 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right)^3 + 0.5239 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right)^2 - 0.3047 \left(\frac{T}{\sigma_0} \right) + 1 \right], \quad (4)$$

kde σ_0 je mez kluzu studovaného materiálu. Tento vztah je omezen v kladné oblasti nerovností $T/\sigma_0 < 0.3$. Pokud překročíme tuto hodnotu plastická zóna je významně nakloněna proti směru růstu trhliny a její vliv na rychlost růstu je tím redukován. Druhý způsob spočívá ve stanovení K_{eff} pomocí numericky určené velikosti plastické zóny. Pak K_{eff} určíme dle vztahu :

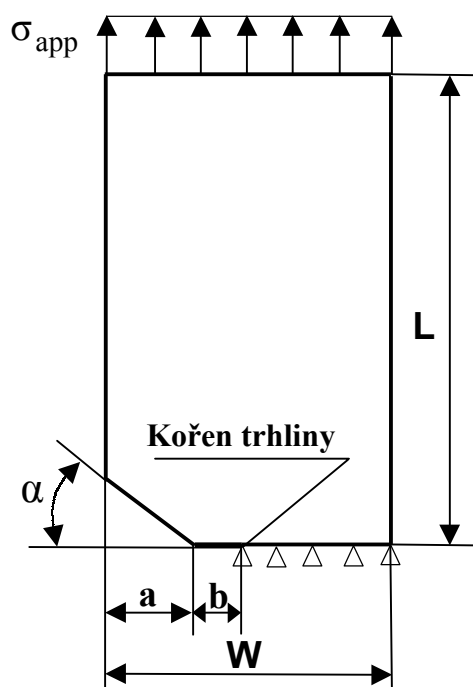
$$\frac{K_I^{\text{eff}}}{K_I} = \sqrt{\frac{S_p(T)}{S_p(T=0)}}, \quad (5)$$

kde $S_p(T)$ je numericky stanovená velikost plastické zóny pro pole napětí charakterizované hodnotami K_I a T . $S_p(T=0)$ je velikost plastické zóny odpovídající K_I a $T = 0$. Je stanovena podle analytického vztahu pro plastickou zónu v kořeni trhliny odpovídající teorii plasticity HMM.

4.MODEL

Pro analýzu byl vybrán vzorek s bočním vrubem o vrcholovém úhlu 2α s trhlinou vycházející z kořene V-vrubu (obr.1). Model odpovídá normálovému namáhání, $\sigma_{\text{app}} = 50$ MPa.

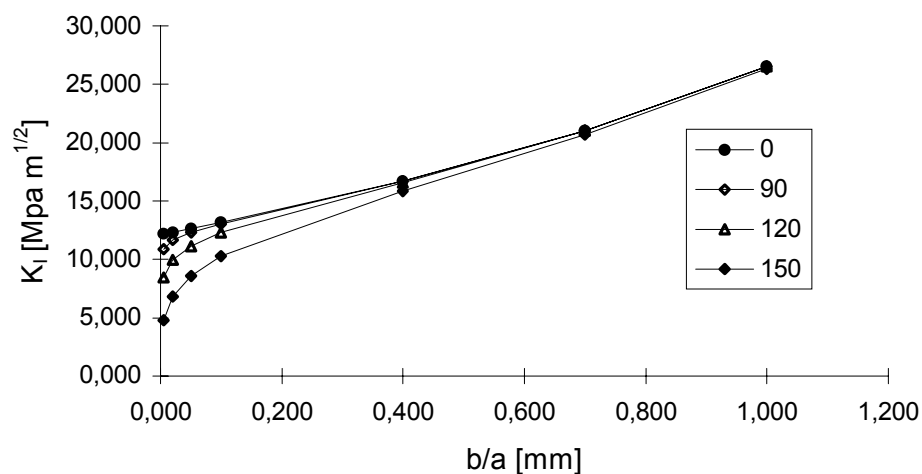
Na obrázku je vidět geometrie vzorku, kde b je délka trhliny měnící se v rozmezí 0,05-10 mm, a je délka vrubu rovna 10 mm, W je šířka vzorku 50 mm a $L = 125$ mm. Model byl vytvořen jako symetrický podle osy X , proto pro numerickou analýzu stačí modelovat pouze jeho polovinu. Sít konečných prvků byla vytvořena pomocí izoparametrických prvků Plane 82 a prvky nejbližší kořene trhliny měly posunuty středové uzly do 1/4 délky prvku (trhlinové prvky).



Obr.1 Geometrie vzorku s trhlinou vycházející z V-vrubu

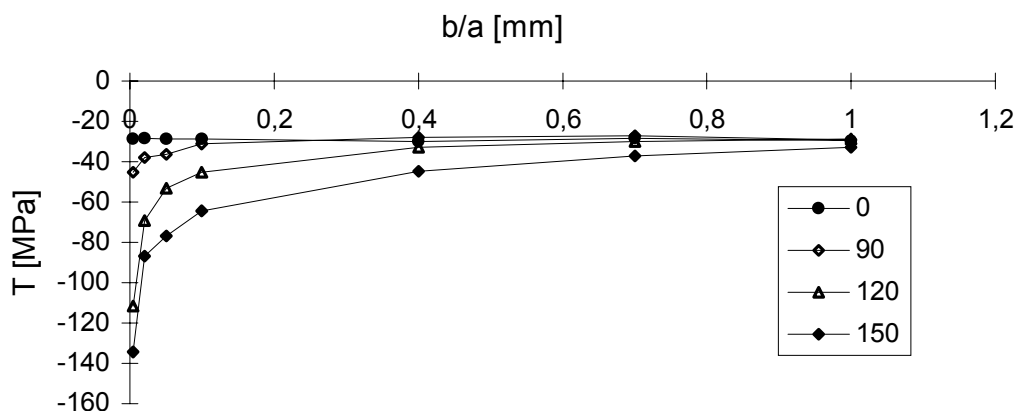
5.VÝSLEDKY

Pomocí výše uvedených metod byly stanoveny hodnoty K_I a T pro různé délky trhliny a pro různou velikost úhlu otevření V-vrubu. Závislosti hodnot T a K_I na těchto parametrech jsou vidět v následujícím grafu.



Obr.2 Vliv V-vrubu na hodnotu faktoru intenzity napětí, nulový úhel otevření V-vrubu odpovídá trhlině délky (a+b).

Z obr.3 je vyplývá, že pro trhliny o velikosti menší než 5 mm je ovlivnění V-vrubem v důsledku změn hodnot T-napětí značné. Zvláště výrazně se mění s úhlem otevření V-vrubu T napětí, které roste výrazně do záporných hodnot.



Obr.3 Vliv V-vrubu na velikost T napětí, nulový úhel otevření V-vrubu odpovídá trhlíně délky (a+b).

Pokud srovnáme tyto trendy např. s prací [7], kde je řešena podobná úloha, pro trhlinu šířící se v okolí U-vrubu (nesingulární koncentrátor napětí), lze konstatovat že trendy křivek popisujících ovlivnění lomových charakteristik vrubem jsou podobné. Z toho lze usuzovat že většina konstrukčních vrubů se bude chovat podobně.

Dále byly stanoveny hodnoty K_{eff} pomocí vztahů (4,5). Porovnáme-li výsledky obou postupů vidíme, že jejich vzájemná odchylka se pohybuje pod 5 %, což lze považovat za poměrně dobrou shodu, zvláště uvažíme-li nejistotu při stanovení T napětí a velikosti plastické zóny.

V tab.1 je ukázáno jak se liší pro některé délky trhliny hodnota K_I a K_{eff} , tedy rozdíl mezi jednoparametrovým a dvouparametrovým popisem únavové trhliny. V prvním sloupci je vždy hodnota K_I a vedle ní K_{eff} stanovené z aproximačního polynomu.

Tab.1 Porovnání K_I a K_{eff}

$K_I - K_{eff}$		b/a									
		K_I	K_{eff}	K_I	K_{eff}	K_I	K_{eff}	K_I	K_{eff}	K_I	K_{eff}
		0.005	0.005	0.02	0.02	0.05	0.05	0.4	0.4	1	1
úhel otevření	0	12.17	12.34	12.34	12.51	12.65	12.83	16.71	16.95	26.51	26.88
	30	12.17	12.33	12.32	12.47	12.64	12.82	16.70	16.94	26.50	26.88
	60	11.93	12.12	12.23	12.40	12.62	12.79	16.71	16.94	26.50	26.88
	90	10.90	11.15	11.66	11.88	12.31	12.52	16.71	16.94	26.50	26.87
	120	8.47	9.03	9.97	10.34	11.17	11.47	16.60	16.86	26.50	26.87
	150	4.79	5.20	6.80	7.13	8.57	8.93	15.86	16.21	26.34	26.76

Z tabulky je vidět jaký vliv má T napětí na hodnotu K_{eff} . Protože je v našem případě T výrazně záporné tj. plastická zóna je nakloněna ve směru šíření trhliny, potom i K_{eff} je větší než původní hodnota K_I . To vede k tomu že i následná rychlost šíření trhliny určená z Paris-Erdoganova vztahu, bude větší než by se dalo očekávat při popisu trhliny pomocí jednoparametrové lomové mechaniky. To dokumentuje následující srovnání rychlosti šíření trhlin při použití Paris-Erdoganovy rovnice v klasickém tvaru : $da/dN = C(\Delta K)^m$ a rovnice modifikované : $da/dN = C(\Delta K_{eff})^m$. Protože předpokládáme mívový cyklus zatěžování je možno položit $K_I = \Delta K$ a $K_{eff} = \Delta K_{eff}$. Materiálové konstanty odpovídají oceli na odlitky 422961.6 a jejich hodnoty jsou : $R_{p0.2} = 688 \text{ MPa}$, $C = 3.68 \cdot 10^{-9}$ a $m = 3.94$. Z nich pak dostaneme následující rychlosti šíření trhliny.

Tab.2 Rychlosti šíření trhlin vypočtené z vypočtené pomocí jednoparametrové lomové mechaniky [mm/cyklus]

da/dN.10⁻⁴		b/a						
		0.005	0.02	0.05	0.1	0.4	0.7	1
Uhel V-vrubu	0	0.70	0.73	0.81	0.95	2.42	6.00	14.92
	30	0.69	0.73	0.81	0.95	2.42	6.00	14.92
	60	0.64	0.71	0.80	0.95	2.42	6.00	14.92
	90	0.45	0.59	0.73	0.91	2.42	6.00	14.92
	120	0.17	0.32	0.50	0.73	2.36	5.98	14.91
	150	0.02	0.07	0.17	0.36	1.97	5.62	14.57

Tab.2 Rychlosti šíření trhlin vypočtené z vypočtené pomocí dvouparametrové lomové mechaniky [mm/cyklus]

da/dN.10⁻⁴		b/a						
		0.005	0.02	0.05	0.1	0.4	0.7	1
Uhel V-vrubu	0	0.73	0.77	0.85	1.00	2.56	6.33	15.77
	30	0.73	0.76	0.85	1.00	2.56	6.32	15.77
	60	0.68	0.75	0.85	1.00	2.56	6.32	15.76
	90	0.49	0.63	0.78	0.97	2.55	6.31	15.75
	120	0.21	0.37	0.55	0.79	2.51	6.33	15.74
	150	0.02	0.08	0.21	0.41	2.15	6.02	15.50

Když porovnáme rychlosti šíření trhlin stanovené pomocí klasického přístupu a jeho modifikace na dvouparametrovou lomovou mechaniku, je vidět že výsledky jsou výrazně odlišné.

Jestliže budeme kvantifikovat tento rozdíl procentuálně dojdeme k závěru, že u velmi krátkých trhlin 0,05-1 mm a pro velké úhly otevření V-vrubu 90-150°, se pohybujeme okolo 30 %. Pro zbytek analyzovaných poměrů je to kolem 6 %. Tyto rozdíly jsou významné zvláště pokud uvážíme, že rychlosti vypočtené pomocí dvouparametrového přístupu jsou větší. Tento rozdíl je samozřejmě také funkcí materiálových konstant C a m , ale i tehdy pokud vezmeme materiál výrazně odolnější proti šíření únavových trhlin jako je např. ocel používaná k výrobě hlavní mající materiálové konstanty: $R_{p0.2} = 688 \text{ MPa}$, $C = 0,462 \cdot 10^{-7}$ a $m = 2.31$ jsou tyto rozdíly významné a pohybují se až na hranici 15 %. Samotný vliv V-vrubu je významný především tím že pro velké úhly otevření na jedné straně snižuje hodnotu součinitele intenzity napětí, ovšem také výrazně snižuje hodnotu T napětí, která způsobuje rychlejší růst únavových trhlin. Při této konfiguraci se proto dostáváme do největších rozporů mezi jednoparametrovým a dvouparametrovým popisem trhlin.

6. ZÁVĚR

Byly stanoveny hodnoty lomových parametrů K_I a T pro trhlínu šířící se z V-vrubu v závislosti na úhlu jeho otevření a její délce. Tyto výsledky byly aplikovány na únavový popis této trhliny pomocí modifikované Paris-Erdoganovy rovnice. Výsledky ukazují, že trhlína je nejdéle ovlivňována V-vrubu s velkým úhlem otevření pro $2\alpha > 100^\circ$, což je dáno tím že tyto V-vrubu mají výrazně jiný exponent singularity než trhlína. Ukázalo se že ovlivnění trhliny V-vrubem je podobné jako u U-vrubu a proto lze předpokládat podobné trendy i u jiných koncentrátorů napětí.

Při aplikaci modifikované Paris-Erdoganovy rovnice byl ukázán rozpor mezi jednoparametrovým a dvouparametrovým popisem. Zvláště pokud geometrie součásti produkuje záporné T napětí (plastická zóna je nakloněna ve směru šíření únavové trhliny), rychlost šíření trhliny se výrazně zvětšuje. Byly stanoveny rychlosti šíření trhlin pro dva materiály s rozdílnými hodnotami materiálových charakteristik C a m . Výsledky ukazují, že vliv T napětí na šíření únavové trhliny je významný a důležitý pro stanovení životnosti součásti s trhlínou.

7. PODĚKOVÁNÍ

Tento článek byl vytvořen za pomoci grantu GA ČR č.106/99/1173.

8. LITERATURA

- [1] ANSYS: User's Manual 5.4, Swanson Analysis System, Houston, 1997
- [2] Anderson T.L.: Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications, 2nd edition, CRC Press Inc., 1995
- [3] Ayatollahi M.R., Pavier M.J., Smith D.J.: Determination of T-stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading, Int. Journal of Fracture, Vol.91, 1998, pp.283-298
- [4] Bednář K.: Dvouparametrová lomová mechanika - výpočet parametrů a jejich význam při popisu chování únavových trhlin, Disertační práce, Brno, 1999
- [5] Gröger R., Hutař P.: Výpočet lomových parametrů pro trhlínu iniciovanou ve vrcholu V-vrubu, Nečtiny 2001, 2001
- [6] Hasebe N., Iida J.: A crack originating from a triangular notch on a rim of a sem infinite plate, Eng. Fracture Mechanics, Vol.10, 1978, pp.773-782
- [7] Kněsl Z., Bednář K.: Dvouparametrová lomová mechanika: výpočet parametrů a jejich hodnoty, ÚFM AV ČR Brno, 1998

- [8] Knésl Z., Bednář K.: Two-parameter characterization in fracture mechanics, Eng.Mechanics, Vol.5, 1998, pp.133-142
- [9] Murakami Y.: Stress intensity factors handbook, Vol.1, Pergamon Press, 1987
- [10] Sherry A.H., France C.C., Goldthorpe M.R.: Compendium of T-stress solution for two and three dimensional cracked geometries, Fatigue Fract. Engin. Struct., 18, 1995, pp.141-155
- [11] Suresh S.: Fatigue of materials, Cambridge CB2 2RU, 1998