



EXPERIMENTAL IDENTIFICATION OF COUPLING LOSS FACTORS USED IN SEA

Vratislav BERAN^{*}, Pavel ŠVANCARA^{}**

Summary: Coupling loss factor CLF is SEA unique parameter whose correct identification is important to build reliable SEA models. This paper described Power Injection Method as suitable method for experimental identification of coupling loss factor and loss factor. Statistical analysis of this method is also presented. Furthermore statistical analysis of SEA predictions based on measured SEA parameters are presented.

1. ÚVOD

Hluk je jedním ze závažných problémů moderní civilizace. Tento problém je nutné řešit již při navrhování strojů a zařízení. K tomuto účelu slouží i výpočtové modelování hluku. Klasické deterministické metody (MKP, MHP) jsou vhodné pouze pro nízké frekvence. Pro vysoké frekvence se ukazuje jako velmi účinná statistická energetická analýza (SEA) [1]. Při použití této metody je třeba do výpočtového modelu zadat celou řadu parametrů jednotlivých subsystémů a vazeb mezi nimi, jako jsou faktory ztrát vazeb FZV, faktory tlumení FT a modální hustoty. V komerčních programových balících pro metodu SEA jako je AutoSEA a SEADS je možno tyto parametry určit buď pomocí analytických vztahů, z databází, nebo zadat výsledky získané měřeními. Popřípadě kombinovat tyto metody. Především pro tvarově a materiálově komplikovanější subsystémy a vazby není možné použít určení pomocí analytických vztahů a je třeba tyto parametry určovat na základě měření. Měřeními je také nutno ověřovat analytické postupy určování SEA parametrů.

Faktory tlumení a modální hustoty jsou využívány i v jiných metodách a jejich hodnoty a postupy určování lze běžně nalézt v literatuře. Naproti tomu vazbový ztrátový faktor se používá pouze v metodě SEA. FZV zásadním způsobem ovlivňuje vazbu mezi subsystémy. V postatech jedna hodnota FZV modeluje celou vazbu a ovlivňuje energii, která se přenesla z jednoho subsystému do druhého. FZV má tedy zásadní vliv na výpočet přenosových cest vibrací mezi jednotlivými díly skutečného zařízení, což je jedním ze základních úkolů při analýze hluku.

2. METODA VSTUPNÍCH VÝKONŮ

Metoda SEA je založena na rovnováze toku výkonů mezi jednotlivými subsystémy, na něž je rozdělen analyzovaný vibroakustický systém. Subsystémy jsou definovány jako skupiny stejných modů v základních tělesech (skořepiny, desky, pruty apod.), na které rozdělíme analyzovanou soustavu. Stejně mody jsou takové, které mají stejné tvary kmitů-ohybové, podélné apod. v daném

^{*} Ing. Vratislav Beran, Ústav mechaniky těles, FSI, VUT v Brně, Technická 2, Brno, 61969,
e-mail: 7vrata@centrum.cz

^{**} Ing. Pavel Švancara, Ústav mechaniky těles, FSI, VUT v Brně, Technická 2, Brno, 61969,
e-mail: pavel.svancara@post.cz

frekvenčním pásmu. Dynamické vlastnosti jednotlivých subsystémů a vazeb mezi nimi jsou určeny na základě populace nominálně identických subsystémů.

Rovnice toku výkonů pak můžeme vyjádřit maticově ve tvaru [1]

$$2\pi f \begin{bmatrix} \eta_{11} + \sum_{i \neq 1}^m \eta_{1i} & -\eta_{12} & \cdots & -\eta_{1m} \\ -\eta_{21} & \eta_{22} + \sum_{i \neq 2}^m \eta_{2i} & \cdots & -\eta_{2m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -\eta_{m1} & \cdots & \cdots & \eta_{mm} + \sum_{i \neq m}^m \eta_{mi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{1,vs} \\ P_{2,vs} \\ \vdots \\ P_{m,vs} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

kde jsou f - střed uvažovaného frekvenčního pásma
 η_{ii} - faktor tlumení i-tého subsystému
 η_{ij}, η_{ji} - faktory ztráty vazby mezi i-tým a j-tým subsystémem
 E_i, E_j - střední energie i-tého, j-tého subsystému
 $P_{i,vs}$ - vstupní výkon do i-tého subsystému z vnějšího zdroje

Dále je vhodné přepsat rovnici (1) do tvaru

$$\omega [\eta^0] \{E\} = \{P\} \quad (2)$$

$$\text{kde } \eta_{ij}^0 = -\eta_{ji}, \quad \eta_{ii}^0 = \sum_{m=1}^n \eta_{im} \quad (3)$$

a ω je úhlová frekvence, $\omega = 2\pi f$

Vhodnou metodou pro experimentální určení FZV a FT je metoda vstupních výkonů. Metoda je založena na měření vstupního výkonu do jednotlivých subsystémů a současného měření kinetické energie vibrujících subsystémů [2]. Z matematického hlediska-viz rovnice (2) jde o určení transformační matice, kterou působíme na vektor $\{E\}$ pro získání vektoru $\{P\}$. Postup při aplikaci je následující:

1. Známým vstupním výkonem je buzen pouze první subsystém a je měřena kinetická vibrační energie všech subsystémů. Zavedeme-li normalizovanou frekvenčně a prostorově průměrovanou energii i-tého subsystému při buzení pouze j-tého subsystému, danou vztahem

$$E_{ij}^n = \frac{\omega \cdot E_{ij}}{P_j} \quad (4)$$

kde P_j je průměrný vstupní výkon do subsystému j v daném frekvenčním pásmu

Potom můžeme psát na základě rovnice (2) psát

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} = [\eta^0] \begin{Bmatrix} E_{11}^n \\ E_{21}^n \\ \vdots \\ E_{m1}^n \end{Bmatrix} \quad (5)$$

2. Potom je vstupním výkonem buzen pouze druhý subsystém a u všech subsystémů je měřena a následně normalizována vibrační energie

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} = [\eta^0] \begin{Bmatrix} E_{12}^n \\ E_{22}^n \\ \vdots \\ E_{m2}^n \end{Bmatrix} \quad (6)$$

3. Podobně postupujeme pro subsystémy 3 až m

4. Kombinací předchozích rovnic pak získáme vztah

$$[I] = [\eta^0] [E^n] \quad (7)$$

kde $[I]$ je jednotková matice

5. Inverzí pak získáme matici celkových faktorů ztrát $[\eta^0]$

Jednotlivé faktory tlumení a faktory ztrát vazeb jsou pak dány vztahy

$$\begin{aligned} \eta_{ij} &= -\eta_{ji}^0, \quad i \neq j \\ \eta_{ii} &= \sum_{k=1}^m \eta_{ji}^0 \end{aligned} \quad (8)$$

Pro přesné určení faktorů ztrát vazeb a faktorů tlumení je třeba dostatečně přesně určit prvky normalizované matice energií v (7). Proto je nezbytné měřit odezvu a buzení v několika bodech u každého subsystému. V literatuře se doporučuje pro každý subsystém nejméně tři body pro měření buzení a pět bodů pro měření odezvy.

3. STATISTICKÁ ANALÝZA METODY VSTUPNÍCH VÝKONŮ

Na základě měření získáme soubor normalizovaných matic energií pro jednotlivé body měření odezvy a buzení. Z tohoto souboru můžeme určit střední hodnotu a rozptyl jednotlivých SEA parametrů. Pro malý počet míst měření odezvy a buzení N je vhodné použít předpokladu, že rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých prvků normalizované matice energií má spíše než Normální rozdělení, rozdělení Studentovo (to přechází pro počet stupňů volnosti $\rightarrow \infty$ v rozdělení Normální). Z toho důvodů, že rozptyl jednotlivých SEA parametrů je určen pouze přibližně na základě aproximace Taylorovým rozvojem (viz dále), budeme však pro snadnější použití dále předpokládat, že jednotlivé prvky normalizované matice energií mají Normální rozdělení.

Střední hodnotu ij -tého prvku normalizované matice energií dle vztahu [2]

$$\bar{E}_{ij}^n = \frac{\sum_{k=1}^N E_{ij,k}}{\sum_{k=1}^N P_{j,k}} = \frac{\bar{E}_{ij}}{\bar{P}_j} \quad (9)$$

kde jsou $E_{ij,k}$ -naměřená energie i -tého subsystému v bodě k , při buzení j -tého subsystému
 $P_{j,k}$ -naměřený vstupní výkon do subsystému j v bodě k

Rozptyl ij-tého prvku normalizované matice energií pak můžeme určit dle vztahu [2]

$$s_{E_{ij}^n}^2 = \left(\frac{\partial E_{ij}^n}{\partial E_{ij}} \right)^2 s_{E_{ij}}^2 + \left(\frac{\partial E_{ij}^n}{\partial P_j} \right)^2 s_{P_j}^2 = \frac{1}{P_j^2} s_{E_{ij}}^2 + \frac{\bar{E}_{ij}^2}{P_j^4} s_{P_j}^2 \quad (10)$$

kde

$$s_{E_{ij}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{(E_{ij,k} - \bar{E}_{ij})^2}{N-1}, \quad s_{P_j}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{(P_{j,k} - \bar{P}_j)^2}{N-1} \quad (11)$$

Střední hodnoty prvků matice celkových faktorů ztrát můžeme určit inverzí střední hodnoty normalizované matice energií určené vztahem (9). Z nich pak vypočteme střední hodnoty faktorů ztrát vazeb a faktorů tlumení dle vztahů (10).

Použijeme-li Tylorův rozvoj prvního řádu pro inverzní normalizovanou matici energií pro jednotlivé prvky E_{op}^n , potom pro rozptyl ij-tého prvku matice celkových faktorů ztrát [2] přibližně platí

$$s_{\eta_{ij}^0}^2 \cong \sum_{o,p=1}^m \frac{\partial \eta_{ij}^0}{\partial E_{op}^n} s_{E_{op}^n}^2 \quad (12)$$

Lze dokázat, že platí

$$\frac{\partial [E^n]_{ij}^{-1}}{\partial E_{op}^n} = - \sum_{q,r} [E^n]_{iq}^{-1} \frac{\partial [E^n]_{qr}}{\partial E_{op}^n} [E^n]_{rj}^{-1} \quad (13)$$

Zaměníme-li normalizovanou maticí energií za matici celkových faktorů ztrát, potom

$$\frac{\partial \eta_{ij}^0}{\partial E_{op}^n} = - \sum_{q,r} \eta_{iq}^0 \delta_{o,q} \delta_{p,r} \eta_{rj}^0 = -\eta_{io}^0 \eta_{pj}^0 \quad (14)$$

kde δ je Kroneckerovo delta

S využitím rovnic (12),(14) a (8) můžeme potom pro rozptyl jednotlivých faktorů ztrát a faktorů tlumení psát

$$s_{\eta_{ij}}^2 \cong \sum_{o,p=1}^n (\bar{\eta}_{jo}^0 \bar{\eta}_{pi}^0)^2 s_{E_{op}^n}^2, \quad \text{pro } i \neq j$$

$$s_{\eta_{ii}}^2 \cong \sum_{o,p=1}^n (\bar{\eta}_{pi}^0 \bar{\eta}_{oo}^0)^2 s_{E_{op}^n}^2, \quad \text{pro } i = j \quad (15)$$

Jsou rozšířeny dvě základní strategie měření [3]:

První strategie:

- všechna zařízení jsou soustředěna na jednom subsystému

Budící místa zůstávají na tomtéž subsystému, ale přesouvají se měření odezev na další subsystém.

- buzení i měření odezev na subsystému 1 $\Rightarrow 3 \times 5 = 15$ frekvenčních přenosových funkcí; energie $E_{11} [J]$
- přesun měření odezev na subsystém 2 $\Rightarrow E_{21}$
- přemístíme dále měření odezev na další subsystémy, až nakonec subsystém k $\Rightarrow E_{31}, E_{41}, \dots, E_{m1}$

- přemístíme buzení na subsystém 2, měření odezvy na 1 $\Rightarrow E_{12}$
- procedura se opakuje při přemísťování měřících míst odezvy do 2, dále 3, až k $\Rightarrow E_{22}, E_{32}, \dots, E_{m2}$
- postup se opakuje přemístěním buzení do subsystémů 3, 4, až nakonec m $\Rightarrow E_{ij}$ ($i, j = 1, 2, \dots, m$; m- počet subsystémů)

Tento postup je vhodný pro použití klasického buzení např. elektrodynamickým budičem. Uvedenou strategii je možno použít v opačném pořadí a to tak, že ponecháme měření odezvy na témž subsystému a přemísťujeme buzení. Tento postup je vhodný pro buzení rázovým kladívkem.

Druhá strategie:

- na každém subsystému je jeden budící a jeden měřených bod

U této strategie je buzení vždy na jednom subsystému, zatímco měření odezvy se provádí současně ve všech subsystémech včetně odezvy v místě buzení. Postup se provádí ve dvou cyklech:

1. cyklus

- zvolí se na každém subsystému po jednom bodě buzení a jednom měřícím bodě
- pouze subsystém 1 je buzen a měří se odezvy u všech subsystémů \Rightarrow MPF
- dále je buzen subsystém 2 a opět se měří odezvy ve všech subsystémech
- postup se opakuje při postupném buzení subsystémů až po m – tý subsystém
- provádí se konverze frekvenčně přenosových funkcí na energie subsystémů
- vyhodnotí se kompletní normalizovaná matice energií subsystémů $[E_1^n]$ pro první cyklus.

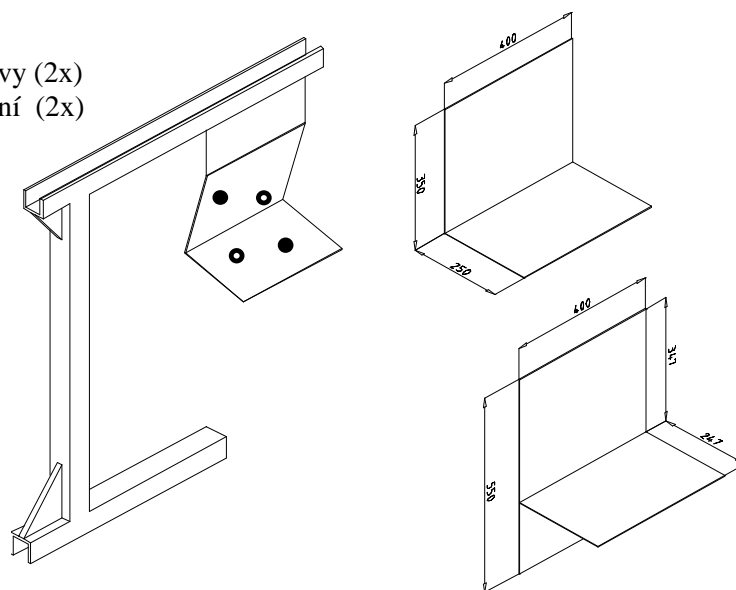
2. cyklus

- na každém subsystému se zvolí po jednom bodě buzení a měřícím bodě avšak jiných než v cyklu 1 provádí se postup měření jako u cyklu 1
- obdržíme pak normalizovanou matici energií $[E_2^n]$ cyklu 2.

Pak se provádí průměrování hodnot obsažených v maticích $[E_1^n]$ a $[E_2^n]$. Naznačený postup lze opakovat provedením měření v dalších cyklech. Výhodou je, že při použití dalších cyklů se zpřesňují parametry SEA. Při použití této strategie měření, získáme po každém cyklu kompletní normalizované matice energií pro jednotlivé frekvence. Můžeme tak už po dvou a více cyklech vyhodnotit střední hodnoty a rozptyly jednotlivých SEA parametrů. To nám umožní on-line sledovat konvergenci středních hodnot a rozptylů jednotlivých parametrů jako funkci počtu cyklů, a rozhodnout tak zda dále pokračovat v měření.

Pro námi uvažované měření je výhodnější druhá strategie hlavně z hlediska vyhodnocování rozptylů SEA parametrů. Na obr. 1 je naznačeno uspořádání měřících míst a schéma desek do „L“ a do „T“. Pro měření desek do „L“ využijeme najednou 3 kanálu experimentálního zařízení PULSE od firmy Brüel & Kjaer.

- - pozice odezvy (2x)
- - pozice buzení (2x)



Obr. 1: Schéma připravovaného experimentu a desek do „L“ a do „T“

4. STATISTICKÁ ANALÝZA VÝSLEDKŮ METODY SEA

Protože pomocí metody vstupních výkonů získáme střední hodnoty a rozptyly faktorů ztrát vazeb a faktorů tlumení je nutné provést také statistickou analýzu výsledků při použití metody SEA pro predikci vibroakustického chování analyzovaného systému.

4.1 VIBRAČNÍ ENERGIE

Za předpokladu, že známe velikost vstupního výkonu do jednotlivých subsystémů, a že jednotlivé FZV a FT byly určeny na základě experimentu, potom můžeme pro střední hodnotu vibrační energie jednotlivých subsystémů psát

$$\{\bar{E}\} = \frac{1}{\omega} [\bar{\eta}^0]^{-1} \{P\} \quad (16)$$

kde jsou $\{P\}$ vektor známých vstupních výkonů

$[\bar{\eta}^0]$ experimentálně určená střední hodnota matice celkových faktorů ztrát

Vzhledem k tomu, že $[\bar{\eta}^0]^{-1} = [\bar{E}^n]$, viz. vztah (7), můžeme rovnici (16) psát ve tvaru [2]

$$\{\bar{E}\} = \frac{1}{\omega} [\bar{E}^n] \{P\} \quad \text{nebo} \quad \bar{E}_i = \frac{1}{\omega} \sum_{j=1}^m \bar{E}_{ij}^n P_j \quad (17)$$

Pro rozptyl energií jednotlivých subsystémů potom můžeme psát

$$s_{E_i}^2 = \frac{1}{\omega^2} \sum_{j=1}^m s_{ij}^2 P_j^2 \quad (18)$$

4.2 LOKALIZACE ZDROJŮ

Známe-li energie jednotlivých subsystémů a velikosti jednotlivých FZV a FT (určené experimentálně) lze určit velikost středních hodnot vstupních výkonů do jednotlivých subsystémů dle vztahu

$$\{\bar{P}\} = \omega [\bar{\eta}^0] \{E\} \quad \text{nebo} \quad \bar{P}_i = \omega \sum_{j=1}^m \eta_{ij}^0 E_j \quad (19)$$

kde jsou $\{E\}$ vektor známých hodnot energií jednotlivých subsystémů

$[\bar{\eta}^0]$ experimentálně určená střední hodnota matice celkových faktorů ztrát

Aproximujeme-li rozptyly vstupních výkonů do jednotlivých subsystémů Taylorovým rozvojem prvního řádu pro jednotlivé hodnoty E_{op}^n dle vztahu [2]

$$s_{P_i}^2 \cong \sum_{o,p=1}^m \left(\frac{\partial P_i}{\partial E_{op}^n} \right)^2 s_{E_{op}^n}^2 \quad (20)$$

Potom můžeme pro rozptyly vstupních výkonů do jednotlivých subsystémů psát [2]

$$s_{P_i}^2 \cong \sum_{o,p=1}^m (\bar{\eta}_{io}^0 \cdot \bar{P}_p)^2 s_{E_{op}^n}^2 \quad (21)$$

4.3 PŘÍSPĚVKY JEDNOTLIVÝCH ZDROJŮ

Příspěvek určitého zdroje j k vibrační energii subsystému i můžeme určit vypočteme-li odezvu subsystému i na buzení subsystému j . Matematicky [2]

$$\bar{E}_{ij}^c = \frac{1}{\omega} \bar{E}_{ij}^n P_j \quad (22)$$

V případě známých vstupních výkonů můžeme rozptyl příspěvku E_{ij}^c určit dle vztahu

$$s_{E_{ij}^c}^2 = \frac{1}{\omega^2} s_{E_{ij}^n}^2 P_j^2 \quad (23)$$

V případě známých hodnot energií jednotlivých subsystémů můžeme příspěvek určitého zdroje k vibrační energii určitého subsystému určit dle vztahu

$$\bar{E}_{ij}^c = \bar{E}_{ij}^n \sum_{k=1}^m \bar{\eta}_{jk}^0 E_k \quad (24)$$

Rozptyl příspěvku E_{ij}^c můžeme aproximovat pomocí Taylorova rozvoje prvního řádu pro jednotlivé prvky E_{op}^n dle [2]

$$s_{E_{ij}^c}^2 \cong \sum_{o,p=1}^n \left(\frac{\partial E_{ij}^c}{\partial E_{op}^n} \right)^2 s_{E_{op}^n}^2 \quad (25)$$

Derivaci $\partial E_{ij}^c / \partial E_{op}^n$ můžeme určit dle

je-li $o \neq i$ nebo $p \neq j$

$$\frac{\partial E_{ij}^c}{\partial E_{op}^n} = \bar{E}_{ij}^n \sum_{k=1}^m \frac{\partial \eta_{jk}^0}{\partial E_{op}^n} E_k = -\frac{1}{\omega} \bar{E}_{ij}^n \bar{\eta}_{jo}^0 \bar{P}_p \quad (26)$$

je-li $o=i$ a $p=j$

$$\frac{\partial E_{ij}^c}{\partial E_{op}^n} = \sum_{k=1}^m \bar{\eta}_{jk}^0 E_k + \bar{E}_{ij}^n \sum_{k=1}^m \frac{\partial \eta_{jk}^0}{\partial E_{op}^n} E_k = -\frac{1}{\omega} (1 - \bar{E}_{ij}^n \bar{\eta}_{io}^0) \bar{P}_j \quad (27)$$

Rovnice (25) potom přejde do tvaru [2]

$$s_{E_{ij}^c}^2 \cong \frac{1}{\omega^2} \bar{E}_{ij}^n{}^2 \sum_{o \neq i, p \neq j}^m (\bar{\eta}_{jo}^0 \cdot \bar{P}_p)^2 s_{E_{op}^n}^2 + \frac{1}{\omega^2} (1 - \bar{E}_{ij}^n \cdot \bar{\eta}_{io}^0)^2 P_j^2 \cdot s_{E_{ij}^n}^2 \quad (28)$$

5. ZÁVĚR

V příspěvku byl popsán experimentální postup při určení faktorů ztrát vazeb a faktorů tlumení metodou vstupních výkonů a představena statistická analýza této metody. Správné určení těchto parametrů je klíčové pro vytvoření věrohodného SEA modelu vibroakustického systému. Dále je představeno statistická analýza výsledků modelu SEA využívajícího naměřených FZV a FT při predikci vibrací a hluku. Práce spojené s tímto článkem slouží k přípravě reálného experimentu na soustavě desek.

Poděkování: Tento příspěvek vznikl v rámci grantu GAČR č. 101/00/0069.

6. LITERATURA

- [1] Lyon, R.H., DeJong, R.G.: Theory and Application of Statistical Energy Analysis, Butterworth-Heinemann, Boston, 1995
- [2] Delanghe, K.: High frequency vibrations: Contribution to experimental and computational SEA parameters identification techniques, PhD. Dissertation, Department PMA, Catholic University Leuven, 1996
- [3] Mišun, V.: Strategie měření parametrů modelů SEA, sborník Interakce a zpětné vazby 2000, ÚT AVČR Praha, 135-142, 2000