

## FLEXURAL VIBRATIONS OF ELASTIC ROTOR WITH NONLINEAR BOUNDARY CONDITIONS AND LIMITED POWER SUPPLY

Igor BALLO, Rudolf CHMURNÝ\*

**Summary:** In the paper the problem defined in the heading on passage through resonances will be analyzed. The discretisation of the mathematical model of the system was performed by the Large Finite Element Method. The nonlinear matrix equation thus generated was approximately solved by means of small parameter method. The dependence of the transient phenomena on various system parameters was investigated.

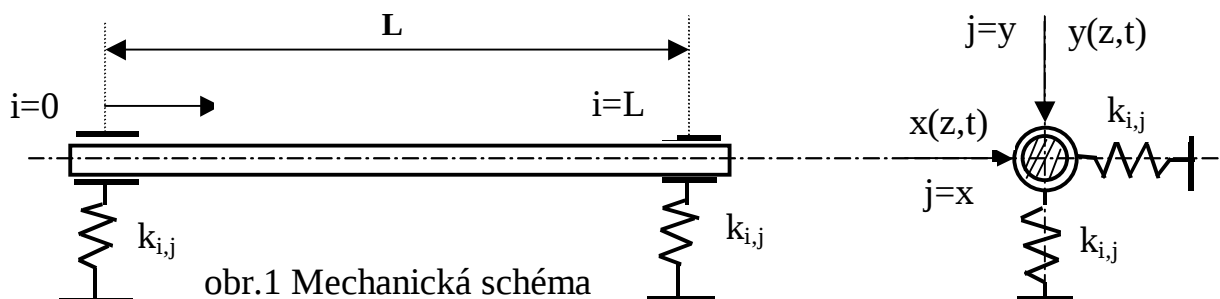
### 1. Úvod

Ako svedčí rozsiahla literatúra, dynamické deje, vznikajúce pri prechode rotora cez kritické otáčky, pri obmedzenom výkone pohonu, analyzovali mnohí autori. Používali pri tom mechanické a matematické modely rôznej zložitosti. Pre obmedzenie intenzity prechodového deja pri prechode cez rezonanciu, sa vo viacerých prácach použilo preladenie sústavy zmenou jej tuhosti. Niektorí autori analyzovali aj prechodový dej, vznikajúci v rotorovej sústave s nelineárnym podoprením. Ovšem mechanický model, ktorý pri tom použili, bol pomerne jednoduchý.

### 2. POPIS POSTUPU.

V súčasnom príspevku sa sledujú tiež dynamické deje, ktoré vzniknú pri prechode rotora cez kritické otáčky, pri uvažovaní obmedzeného výkonu poháňajúcej jednotky.

Mechanický model, (Obr.1) ktorý sa pri tom použil, tvorí pružný rotor, uložený v dvoch ložiskách, kde každé z nich je podopreté dvomi navzájom kolmými pružinami s odlišnými nelineárnymi charakteristikami. V rovniciach, popisujúcich chovanie sústavy, sa berie do úvahy aj prehnutie rotora od vlastnej hmotnosti a vplyv vonkajšieho lineárneho tlmenia.



\* Doc.Ing.Igor Ballo,DrSc. UMMS SAV Bratislava, e-mail: ummsibal@savba.sk,Ing. Rudolf Chmúrny,CSc. UMMS SAV Bratislava, e-mail: ummschmu@savba.sk

Matematický model sústavy sme formulovali pomocou Hamiltonovho princípu v súradnej sústave, rotujúcej spolu s rotorom. Pre nasledujúcu diskretizáciu pomocou metódy veľkých konečných prvkov (MVKP) je podstatná aproximácia dynamickej priehybovej čiary. Pri výpočtoch boli použité nasledujúce funkcie:

$$\xi(z, t) = X_{01}(z)\xi_0(t) + X_{02}(z)\xi_L(t) + \sum_{j=1}^n X_j(z)\Psi_j(t) \quad (1a)$$

$$\eta(z, t) = X_{01}(z)\eta_0(t) + X_{02}(z)\eta_L(t) + \sum_{j=1}^n X_j(z)\Theta_j(t) \quad (1b)$$

kde súradné funkcie  $X_{01}(z)$ ,  $X_{02}(z)$  sú Hurwitzove polynómy a  $X_j(z)$  sú vlastné funkcie proste podporetého pružného rotora. Pri prechode z rotujúceho do nehybného súradného systému  $[\xi(z, t) \rightarrow x(z, t), \eta(z, t) \rightarrow y(z, t)]$  a po úprave, možno matematický model sústavy zapísať v maticovej forme:

$$M\ddot{w} + Kw = \dot{\phi}^2 De^{i\phi} + iG + \varepsilon\Psi \quad (2a)$$

$$I\ddot{\phi} = L(\dot{\phi}) - H(\phi) + \pi\dot{\phi}F \quad (2b)$$

kde  $w$  je vektor, zostavený z neznámych funkcií času tvaru:

$$w^T = [x_0 + iy_0, x_L + iy_L, x_1 + iy_1, \dots, x_n + iy_n], \quad (3)$$

$\phi$  je pootočenie rotora,  $M, K$  sú matice hmotnosti a lineárnej časti pružnosti.  $D$  je vektor, obsahujúci nevyváženosť rotora, vektor  $G$  reprezentuje jeho vlastnú hmotnosť. Vektor  $\Psi$  obsahuje malé nelineárne členy ( $\varepsilon$  - malý parameter) a členy, charakterizujúce malé lineárne tlmiace sily, pôsobiace v radiálnom smere na rotor.  $L$  je momentová charakteristika pohonu a  $H$  moment odporových síl, pôsobiacich proti otáčaniu rotora. Konečne  $F$  je funkcia, závisiaca na nevyváženosti rotora a na amplitúde a fáze ohybového kmitania rotora.

Systém rovníc (2) sme metódou priemerovania pretransformovali na t.zv. štandardný tvar, v ktorom prvé derivácie neznámych funkcií času boli úmerné malému parametru. V tomto systéme sme vypočítali stacionárne riešenie a v okolí rezonančných otáčok prechod cez ne. Konečne sme sledovali, ako pri prechode cez rezonančné otáčky sa mení priehybová čiara rotora.

### 3. REFERENCES

- [1] Wauer J., Suherman S.: Vibration Suppression of Rotating Shafts Passing Through Resonances. Transactions of the ASME, Vol.120, January 1998, pp.170-180.
- [2] Plaut R.H., Wauer J.: Parametric, External and Combination Resonances in Coupled Flexural and Torsional Oscillations of an Unbalanced Rotating Shaft. Journal of Sound and Vibration (1995) **183**(5), pp. 889-897.
- [3] Turkstra T.P., Semercigli S.E.: An Add-On Suspension for Controlling the Vibrations of Shafts Accelerating to Supercritical Speeds. Journal of Sound and Vibration (1993) **163**(2), pp. 327-341.
- [4] Markert R., Pfützner H., Gasch R.: Mindestantriebsmoment zur Resonanzdurchfahrt von unwuchtigen elastischen Rotoren. FORSCHUNG im Ingenieurwesen Bd. 46 (1980) Nr.2, S.33-68.
- [5] Kononenko V.O.: Vibrational Systems with Limited Excitation (in russian). Moskva, 1964.
- [6] Grobov V.A.: Asymptotic Methods for the Analysis of Flexural Vibration of Turbine Rotors (in russian). Moskva, 1961.
- [7] Ballo I.: Non-Linear Effects of Vibration of a Continuous Transverse Cracked Slender Shaft. Journal of Sound and Vibration (1998) **217**(2), pp. 321-333.